

О.И. Кубатько

Домашняя работа по алгебре за 8 класс

к учебнику «Алгебра: Учеб. для 8 кл.
общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев,
Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова;
Под ред. С.А. Теляковского — 11-е изд. —
М.: Просвещение, 2003 г.»

StudyPort.ru

ГЛАВА I. Рациональные дроби

§ 1. Рациональные дроби и их свойства

1. Рациональные выражения

№1. Целыми выражениями являются: $\frac{1}{3}a^2b$; $(x-y)^2 - 4xy$; $\frac{a^2 - 2ab}{12}$.

Дробными выражениями являются: $\frac{m+3}{m-3}$; $\frac{8}{x^2 + y^2}$; $(c+3)^2 + \frac{2}{c}$.

№2. Целыми выражениями являются: $7x^2 - 2xy$; $\frac{a}{9}$; $\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{3}n^2$.

Дробными выражениями являются: $\frac{12}{b}$; $a(a-b) - \frac{b}{3a}$; $\frac{a}{a+3} - 8$.

№3. При $y = 3$, $\frac{y-1}{y} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$; при $y = 1$, $\frac{y-1}{y} = \frac{1-1}{1} = 0$;

при $y = -5$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-5-1}{-5} = 1\frac{1}{5}$; при $y = \frac{1}{2}$, $\frac{y-1}{y} = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = -1$;

при $y = -1,6$, $\frac{y-1}{y} = \frac{-1,6-1}{-1,6} = 1,625$; при $y = 100$, $\frac{y-1}{y} = \frac{100-1}{100} = 0,99$.

№4. При $a = -2$, $\frac{a-8}{20+5} = \frac{-2-8}{2(-2)+5} = \frac{-10}{-4+5} = -10$;

при $b = 3$, $\frac{b^2+6}{2b} = \frac{3^2+6}{2 \cdot 3} = \frac{9+6}{6} = 2\frac{1}{2}$;

при $x = \frac{1}{2}$, $x + \frac{8}{x-1} = \frac{1}{2} + \frac{8}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} + \frac{8 \cdot 2}{1-1} = \frac{1}{2} - 16 = -15\frac{1}{2}$;

при $y = 1,5$, $\frac{y+3}{y} + \frac{y}{y-3} = \frac{1,5+3}{1,5} + \frac{1,5}{1,5-3} = \frac{4,5}{1,5} + \frac{1,5}{-1,5} = 3 + 1 = 4$;

№5. Воспользуемся формулой разности квадратов:

$$\frac{(a+b)^2 - 1}{a^2 + 1} = \frac{(a+b-1)(a+b+1)}{a^2 + 1};$$

а) $\frac{(-3-1-1)(-3-1+1)}{(-3)^2 + 1} = \frac{(-5)(-3)}{9+1} = \frac{15}{10} = 1,5$;

б) $\frac{(1,5+0,5-1)(1,5+0,5+1)}{1,5^2 + 1} = \frac{1 \cdot 3}{2,25+1} = \frac{3}{3,25} = \frac{300}{325} \approx 0,92$.

№6. 1) при $x = -13$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-13+5}{-13-3} = \frac{-8}{-16} = \frac{1}{2}$;

2) при $x = -5$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$;

3) при $x = -0,2$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{-0,2+5}{-0,2-3} = \frac{4,8}{-3,2} = -1,5$;

4) при $x = 0$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{0+5}{0-3} = -1\frac{2}{3}$;

5) при $x = \frac{1}{17}$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{\frac{1}{17}+5}{\frac{1}{17}-3} = \frac{86}{17} \div \frac{50}{17} = \frac{86 \cdot 17}{50 \cdot 17} = \frac{86}{50} = -1\frac{36}{50} = -1\frac{18}{25}$;

6) при $x = 1$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{1+5}{1-3} = -3$;

7) при $x = 5\frac{2}{3}$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{5\frac{2}{3}+5}{5\frac{2}{3}-3} = \frac{32}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{32 \cdot 3}{3 \cdot 8} = 4$;

8) при $x = 7$, $\frac{x+5}{x-3} = \frac{7+5}{7-3} = 3$.

№7. а) $\frac{1}{1,01} = \frac{1}{1+0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,01 = 0,99$;

б) $\frac{1}{1,002} = \frac{1}{1+0,002} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-0,002 = 0,998$;

в) $\frac{1}{0,99} = \frac{1}{1-0,01} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,01) = 1,01$;

г) $\frac{1}{0,997} = \frac{1}{1-0,003} = \frac{1}{1+\alpha} \approx 1-\alpha = 1-(-0,003) = 1,003$.

№8. Запишем формулу для средней скорости: $v = \frac{s}{t}$; получаем:

а) $t = 3$; $s = 180$; тогда $v = \frac{180}{3} = 60$ (км/ч);

б) $t = 2,5$; $s = 225$; тогда $v = \frac{225}{2,5} = 90$ (км/ч);

№9. Исходя из условия задачи можно составить уравнения:

$$v_1 t + v_2 t = s; \quad t(v_1 + v_2) = s; \quad t = \frac{s}{(v_1 + v_2)};$$

а) $s = 250$, $v_1 = 60$, $v_2 = 40$; $t = \frac{250}{60+40} = \frac{250}{100} = 2,5$ (ч);

$$\text{б) } s = 310, \quad v_1 = 75, \quad v_2 = 80; \quad t = \frac{310}{75+80} = \frac{310}{155} = 2 \text{ (ч).}$$

Ответ: а) $t=2,5$ часа; б) $t=2$ часа.

$$\text{№10. а) } \frac{xy}{x+y}; \quad \text{б) } \frac{a-b}{ab}.$$

№11. Рациональное выражение имеет смысл, если его знаменатель отличен от нуля.

а) При $x-2 \neq 0$, т.е. $x \neq 2$;

б) при b – любое число, т.к. $b^2 + 7 > 0$ всегда;

в) при $y \neq 0$; $y \neq 3$; г) при $a \neq 0$; $a \neq 1$.

$$\text{№12. а) } x \text{ – любое число}; \quad \text{б) } 6x-3 \neq 0; \quad 6x \neq 3; \quad x \neq \frac{3}{6}; \quad x \neq \frac{1}{2};$$

в) x – любое число; г) $x \neq 0$; $x \neq -1$;

д) x – любое число; т.к. $x^2 + 25 > 0$ всегда; е) $x \neq -8$; $x \neq 0$.

$$\text{№13. а) } \frac{5y-8}{11}; \quad y \text{ – любое число}; \quad \text{б) } \frac{25}{y-9}; \quad y-9 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 9;$$

$$\text{в) } \frac{y^2+1}{y^2-2y} = \frac{y^2+1}{y(y-2)}; \quad y(y-2) \neq 0, \text{ т.е. } y \neq 0; \quad y \neq 2;$$

г) $\frac{y-10}{y^2+3}$, y – любое число, поскольку $y^2 + 3$ всегда больше нуля;

$$\text{д) } \frac{y}{y-6} + \frac{15}{y+6}; \quad y-6 \neq 0, \text{ и } y+6 \neq 0, \text{ т.е. } y \neq -6; \text{ и } y \neq 6;$$

$$\text{е) } \frac{32}{y} - \frac{y+1}{y+7}; \quad y \neq 0, \text{ и } y+7 \neq 0; \text{ т.е. } y \neq 0, \text{ и } y \neq -7.$$

$$\text{№14. а) } y = \frac{1}{x-2}; \quad \text{область определения: } x \neq 2;$$

$$\text{б) } y = \frac{2x+3}{x(x+1)}; \quad \text{область определения: } x \neq 0; \quad x \neq -1;$$

$$\text{в) } y = x + \frac{1}{x+5}; \quad \text{область определения: } x \neq -5.$$

$$\text{№15. а) } \frac{x-3}{5} = 1; \quad 5\left(\frac{x-3}{5} - 1\right) = 0 \cdot 5; \quad \frac{5(x-3)}{5} - 5 = 0; \quad x-3-5=0; \quad x=8.$$

Ответ: $x=8$.

$$\text{б) } \frac{x-3}{5} = 0; \quad 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 0 \cdot 5; \quad x-3=0; \quad x=3. \quad \text{Ответ: } x=3.$$

в) $\frac{x-3}{5} = -1; 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = (-1) \cdot 5; x-3 = -5; x = -2.$ Ответ: $x = -2.$

г) $\frac{x-3}{5} = 3; 5\left(\frac{x-3}{5}\right) = 3 \cdot 5; x-3 = 15; x = 18.$ Ответ: $x = 18.$

№16. а) $\frac{y-5}{8} = 0; y-5 = 0; y = 5.$ Ответ: $y = 5.$

б) $\frac{2y+3}{10} = 0; 2y+3 = 0; y = -1\frac{1}{2}.$ Ответ: $y = -1\frac{1}{2}.$

в) $\frac{x(x-1)}{x+4} = 0; x(x-1) = 0; 1)x = 0; 2)x-1 = 0; x = 1;$
при $x = 0$ и $x = 1, x+4 \neq 0.$ Ответ: $x = 0; x = 1.$

г) $\frac{x(x+3)}{x-5} = 0; x(x+3) = 0; 1)x = 0; 2)x+3 = 0; x = -3;$
при $x = 0$ и $x = -3, x-5 \neq 0.$ Ответ: $x = 0; x = -2.$

№17. а) $\frac{a}{b} > 0;$ б) $\frac{a}{b} < 0;$ в) $\frac{a}{b} < 0;$ г) $\frac{a}{b} > 0.$

№18. а) $\frac{3}{x^2+1} > 0,$ поскольку $3 > 0$ и $x^2+1 > 0$ при всех x ;

б) $\frac{-5}{y^2+4} < 0,$ поскольку $-5 < 0$ и $y^2+4 > 0$ при всех y ;

в) $\frac{(a-1)^2}{a^2+10} \geq 0,$ поскольку $(a-1)^2 \geq 0$ и $a^2+10 > 0$ при всех a ;

г) $\frac{(b-3)^2}{-b^2-1} \leq 0,$ поскольку $(b-3)^2 \geq 0$ и $-(b^2+1) < 0$ при всех b .

№19.

а) При $x = 2,47, \frac{2x-3}{3x+2} = \frac{2 \cdot 2,47-3}{3 \cdot 2,47+2} = \frac{4,94-3}{7,41+2} = \frac{1,94}{9,41} \approx 0,20616365... \approx 0,21;$

б) При $x = 3,18, \frac{7x+9}{8x-1} = \frac{7 \cdot 3,18+9}{8 \cdot 3,18-1} = \frac{22,26+9}{25,44-1} = \frac{31,26}{24,44} \approx 0,2790507... \approx 0,28.$

Упражнения для повторения

№20. а) $(x-10)(x+10) = x^2 - 10x + 10x - 100 = x^2 - 100;$

б) $(2a+3)(2a-3) = 4a^2 - 6a + 6a - 9 = 4a^2 - 9;$

в) $(y-5b)(y+5b) = y^2 + 5by - 5by - 25b^2 = y^2 - 25b^2;$

$$\text{г)} (y + 8x)(y - 8x) = y^2 + 8xy - 8xy - 64x^2 = y^2 - 64x^2;$$

$$\text{д)} (x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49; \quad \text{е)} (b + 5)^2 = b^2 + 10b + 25;$$

$$\text{ж)} (a - 2x)^2 = a^2 - 4ax + 4x^2; \quad \text{з)} (ab - 1)^2 = a^2b^2 - 2ab + 1.$$

$$\text{№21. а)} 15ax + 20ay = 5a(3x + 4y); \quad \text{б)} 36by - 9cy = 9y(4b - c);$$

$$\text{в)} x^2 - xy = x(x - y); \quad \text{г)} xy - y^2 = y(x - y);$$

$$\text{д)} a^2 + 5ab = a(a + 5b); \quad \text{е)} 15c - 10c^2 = 5c(3 - 2c).$$

$$\text{№22. а)} x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5); \quad \text{б)} 16 - c^2 = (4 - c)(4 + c);$$

$$\text{в)} a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2; \quad \text{г)} c^2 + 8c + 16 = (c + 4)^2;$$

$$\text{д)} a^3 - 8 = (a - 2)(a^2 + 2a + 4); \quad \text{е)} b^3 + 27 = (b + 3)(b^2 - 3b + 9).$$

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

№23.

$$\text{а)} \text{Общий множитель } x; \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}. \quad \text{б)} \text{Общий множитель } 5; \frac{15x}{25y} = \frac{3x}{5y}.$$

$$\text{в)} \text{Общий множитель } 6a; \frac{6a}{24a} = \frac{1}{4}. \quad \text{г)} \text{Общий множитель } 7b; \frac{7ab}{21bc} = \frac{a}{3c}.$$

$$\text{д)} \text{Общий множитель } xy; \frac{-2xy}{5x^2y} = -\frac{2}{5x}.$$

$$\text{е)} \text{Общий множитель } 8xy; \frac{8x^2y^2}{24xy} = \frac{xy}{3}.$$

№24.

$$\text{а)} \frac{10xz}{15yz} = \frac{2x}{3y}; \quad \text{б)} \frac{6ab^2}{9bc^2} = \frac{2ab}{3c^2}; \quad \text{в)} \frac{2ay^3}{-4a^2b} = \frac{y^3}{-2ab} = -\frac{y^3}{2ab};$$

$$\text{г)} \frac{-6p^2q}{-2q^3} = \frac{3p^2}{q^2}; \quad \text{д)} \frac{-ax^2}{xy} = -\frac{ax}{y}; \quad \text{е)} \frac{3axy}{6ay^3} = \frac{x}{2y^2};$$

$$\text{ж)} \frac{24a^2c^2}{36ac} = \frac{2ac}{3}; \quad \text{з)} \frac{63x^2y^3}{42x^6y^4} = \frac{3}{2x^4y}.$$

№25.

$$\text{а)} \frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} = \frac{2b}{a^2}; \quad \text{б)} \frac{3xy^2}{6x^3y^3} = \frac{1}{2x^2y}; \quad \text{в)} \frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} = \frac{p^2q^2}{2};$$

$$\text{r)} \frac{36m^2n}{18mn} = 2m; \quad \text{д)} \frac{-32b^5c}{12b^4c^2} = \frac{-8b}{3c} = -\frac{8b}{3c}; \quad \text{е)} \frac{-6ax}{-18ax} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{№26. а)} \frac{8b}{24c} = \frac{b}{3c}; \quad \text{б)} \frac{5ay}{15by} = \frac{a}{3b}; \quad \text{в)} \frac{4a^2}{6ac} = \frac{2a}{3c}; \quad \text{г)} \frac{7x^2y}{21xy^2} = \frac{x}{3y};$$

$$\text{д)} \frac{a^5b^3}{a^3b^5} = \frac{a^2}{b^2}; \quad \text{е)} \frac{x^6y^4}{x^4y^6} = \frac{x^2}{y^2}; \quad \text{ж)} \frac{56m^2n^5}{35mn^5} = \frac{8m}{5} = 1\frac{3}{5}m; \quad \text{з)} \frac{25p^4q}{100p^5q} = \frac{1}{4p}.$$

$$\text{№27. а)} \frac{8^{16}}{16^{12}} = \frac{(2^3)^{16}}{(2^4)^{12}} = \frac{2^{48}}{2^{48}} = 1; \quad \text{б)} \frac{81^{25}}{27^{33}} = \frac{(3^4)^{25}}{(3^3)^{33}} = \frac{3^{100}}{3^{99}} = 3^1 = 3.$$

$$\text{№28. а)} \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \frac{a}{5}; \quad \text{б)} \frac{3(x+4)}{c(x+4)} = \frac{3}{c};$$

$$\text{в)} \frac{ab(y+3)}{a^2b(y+3)} = \frac{1}{a}; \quad \text{г)} \frac{15a(a-b)}{20b(a-b)} = \frac{3a}{4b}.$$

№29.

$$\text{а)} \frac{3a+12b}{6ab} = \frac{3(a+4b)}{6ab} = \frac{a+4b}{2ab}; \quad \text{б)} \frac{15b-20c}{10b} = \frac{5(3b-4c)}{10b} = \frac{3b-4c}{2b};$$

$$\text{в)} \frac{2a-4}{3(a-2)} = \frac{2(a-2)}{3(a-2)} = \frac{2}{3}; \quad \text{г)} \frac{5x(y+2)}{6y+12} = \frac{5x(y+2)}{6(y+2)} = \frac{5x}{6};$$

$$\text{д)} \frac{a-3b}{a^2-3ab} = \frac{a-3b}{a(a-3b)} = \frac{1}{a}; \quad \text{е)} \frac{3x^2+15xy}{x+5y} = \frac{3x(x+5y)}{x+5y} = 3x.$$

$$\text{№30. а)} \frac{y^2-16}{3y+12} = \frac{(y-4)(y+4)}{3(y+4)} = \frac{y-4}{3};$$

$$\text{б)} \frac{5x-15y}{x^2-9y^2} = \frac{5(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{5}{x+3y}; \quad \text{в)} \frac{(c+2)^2}{7c^2+14c} = \frac{(c+2)^2}{7c(c+2)} = \frac{c+2}{7c};$$

$$\text{г)} \frac{6cd-18c}{(d-3)^2} = \frac{6c(d-3)}{(d-3)^2} = \frac{6c}{d-3}; \quad \text{д)} \frac{a^2+10a+25}{a^2-25} = \frac{(a+5)^2}{(a-5)(a+5)} = \frac{a+5}{a-5};$$

$$\text{е)} \frac{y^2-9}{y^2-6y+9} = \frac{(y-3)(y+3)}{(y-3)^2} = \frac{y+3}{y-3}.$$

$$\text{№31. а) } \frac{a^2 - ab + b^2}{a^3 + b^3} = \frac{a^2 - ab + b^2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} = \frac{1}{a+b};$$

$$\text{б) } \frac{a^3 - b^3}{a-b} = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a-b} = a^2 + ab + b^2$$

$$\text{№32. а) } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} = \frac{5a(3a - 2b)}{b(3a - 2b)} = \frac{5a}{b} = \frac{5(-2)}{-0,1} = \frac{-10}{-0,1} = 100;$$

$$\text{б) } \frac{9c^2 - 4d^2}{18c^2d - 12cd^2} = \frac{(3c - 2d)(3c + 2d)}{6cd(3c - 2d)} =$$

$$= \frac{3c + 2d}{6cd} = \frac{1}{2d} + \frac{1}{3c} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{1}{3 \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} = \frac{6x(x + 2y)}{5y(x + 2y)} = \frac{6x}{5y} = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{5(-0,4)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\text{г) } \frac{x^2 + 6xy + 9y^2}{4x^2 + 12xy} = \frac{(x + 3y)^2}{4x(x + 3y)} = \frac{x + 3y}{4x} =$$

$$= \frac{-0,2 + 3(-0,6)}{4(-0,2)} = \frac{-0,2 - 1,8}{-0,8} = \frac{-2}{-0,8} = \frac{2}{0,8} = 2,5.$$

$$\text{№33. а) } \frac{x(y-7)}{y(y-7)} = \frac{x}{y}; \text{ б) } \frac{10a - 15b}{16a - 24b} = \frac{5(2a - 3b)}{8(2a - 3b)} = \frac{5}{8};$$

$$\text{в) } \frac{2m+14}{m^2-49} = \frac{2(m+7)}{(m-7)(m+7)} = \frac{2}{m-7}; \text{ г) } \frac{p^2-25q^2}{2p-10q} = \frac{(p-5q)(p+5q)}{2(p-5q)} = \frac{p+5q}{2};$$

$$\text{д) } \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x} = \frac{(x-2)^2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x}; \text{ е) } \frac{3y^2 + 24y}{y^2 + 16y + 64} = \frac{3y(y+8)}{(y+8)^2} = \frac{3y}{y+8};$$

$$\text{ж) } \frac{a^2 + a + 1}{a^3 - 1} = \frac{a^2 + a + 1}{(a-1)(a^2 + a + 1)} = \frac{1}{a-1};$$

$$\text{з) } \frac{b+2}{b^3+8} = \frac{b+2}{(b+2)(b^2-2b+4)} = \frac{1}{b^2-2b+4}.$$

$$\text{№34. а) } (9x^2 - y^2):(3x + y) = \frac{(9x^2 - y^2)}{(3x + y)} = \frac{(3x - y)(3x + y)}{(3x + y)} = 3x - y;$$

$$\text{б) } (2ab - a):(4b^2 - 4b + 1) = \frac{2ab - a}{4b^2 - 4b + 1} = \frac{a(2b - 1)}{(2b - 1)^2} = \frac{a}{2b - 1};$$

$$\text{в) } (x^2 + 2x + 4):(x^3 - 8) = \frac{x^2 + 2x + 4}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{1}{x - 2};$$

$$\text{г) } (1 + a^3):(1 + a) = \frac{1 + a^3}{1 + a} = \frac{(1 + a)(1 - a + a^2)}{(1 + a)} = 1 - a + a^2.$$

$$\text{№35. а) } \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} = \frac{2(x - y) + b(x - y)}{7(x - y)} = \frac{(x - y)(2 + b)}{7(x - y)} = \frac{2 + b}{7};$$

$$\text{б) } \frac{8a + 4b}{2ab + b^2 - 2ad - bd} = \frac{4(2a + b)}{(2ab + b^2) - (2ad + bd)} =$$

$$= \frac{4(2a + b)}{b(2a + b) - d(2a + b)} = \frac{4(2a + b)}{(2a + b)(b - d)} = \frac{4}{b - d};$$

$$\text{в) } \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(xy - y^2) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} =$$

$$= \frac{y(x - y) - (x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(x - y)(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y};$$

$$\text{г) } \frac{a^2 + 2ac + c^2}{a^2 + ac - ax - cx} = \frac{(a + c)^2}{(a^2 + ac) - (ax + cx)} =$$

$$= \frac{(a + c)^2}{a(a + c) - x(a + c)} = \frac{(a + c)^2}{(a + c)(a - x)} = \frac{a + c}{a - x}.$$

$$\text{№36. а) } \frac{-x}{-y}; \quad \frac{-x}{y}; \quad \text{б) } \frac{-x}{y}; \quad \frac{x}{-y}.$$

$$\text{№37. а) } \frac{a - b}{b - a} = -\frac{b - a}{b - a} = -1; \quad \text{б) } \frac{(a - b)^2}{(b - a)^2} = \frac{(a - b)^2}{(a - b)^2} = 1;$$

$$\text{в) } \frac{(a - b)^2}{b - a} = \frac{(b - a)^2}{b - a} = b - a; \quad \text{г) } \frac{a - b}{(b - a)^2} = \frac{a - b}{(a - b)^2} = \frac{1}{a - b};$$

$$д) \frac{(-a-b)^2}{a+b} = \frac{((-1)(a+b))^2}{a+b} = \frac{(-1)^2(a+b)^2}{a+b} = a+b;$$

$$е) \frac{(a+b)^2}{(-a-b)^2} = \frac{(a+b)^2}{((-1)(a+b))^2} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)^2} = 1.$$

№38.

$$а) \frac{a(x-2y)}{b(2y-x)} = \frac{a(x-2y)}{-b(x-2y)} = -\frac{a}{b}; \quad б) \frac{5x(x-y)}{x^3(y-x)} = \frac{5x(x-y)}{-x^3(x-y)} = \frac{5}{-x^2} = -\frac{5}{x^2};$$

$$в) \frac{3a-36}{12b-ab} = \frac{3(a-12)}{b(12-a)} = \frac{3(a-12)}{-b(a-12)} = -\frac{3}{b};$$

$$г) \frac{7b-14b^2}{42b^2-21b} = \frac{7b(1-2b)}{21b(2b-1)} = \frac{7b(1-2b)}{-21b(1-2b)} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3};$$

$$д) \frac{25-a^2}{3a-15} = \frac{(5-a)(5+a)}{3(a-5)} = \frac{-(a-5)(a+5)}{3(a-5)} = -\frac{5+a}{3};$$

$$е) \frac{3-3x}{x^2-2x+1} = \frac{3(1-x)}{(x-1)^2} = \frac{-3(x-1)}{(x-1)^2} = -\frac{3}{x-1};$$

$$ж) \frac{8b^2-8a^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{8(b^2-a^2)}{(a-b)^2} = \frac{8(b-a)(b+a)}{(a-b)^2} =$$

$$= \frac{-8(a-b)(b+a)}{(a-b)^2} = -\frac{8(b+a)}{a-b} = \frac{8(b+a)}{b-a};$$

$$з) \frac{(b-2)^3}{(2-b)^2} = \frac{(b-2)^3}{(b-2)^2} = b-2.$$

№39.

$$а) \frac{ax+bx-ay-by}{bx-by} = \frac{(ax-ay)+(bx-by)}{b(x-y)} =$$

$$= \frac{a(x-y)+b(x-y)}{b(x-y)} = \frac{(x-y)(a+b)}{b(x-y)} = \frac{a+b}{b};$$

$$б) \frac{ab-3b-2a+6}{15-5a} = \frac{(ab-3b)-(2a-6)}{5(3-a)} =$$

$$= \frac{b(a-3)-2(a-3)}{5(3-a)} = \frac{(a-3)(b-2)}{-5(a-3)} = \frac{b-2}{-5} = \frac{2-b}{5};$$

$$\text{в)} \frac{7p-35}{15-3p} = \frac{7(p-5)}{3(5-p)} = -\frac{7(5-p)}{3(5-p)} = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3};$$

$$\text{г)} \frac{18a-3a^2}{8a^2-48a} = \frac{3a(6-a)}{8a(a-6)} = \frac{-3a(a-6)}{8a(a-6)} = -\frac{3}{8};$$

$$\text{д)} \frac{4-x^2}{10-5x} = \frac{(2-x)(2+x)}{5(2-x)} = \frac{2+x}{5};$$

$$\text{е)} \frac{a^2-6a+9}{27-a^3} = \frac{(a-3)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{(3-a)^2}{(3-a)(9+3a+a^2)} = \frac{3-a}{9+3a+a^2}.$$

$$\text{№40. а)} \frac{x^6+x^4}{x^4+x^2} = \frac{x^2x^2(x^2+1)}{x^2(x^2+1)} = x^2; \quad \text{б)} \frac{y^6-y^8}{y^4-y^2} = \frac{y^4y^2(1-y^2)}{y^2(y^2-1)} = -y^4;$$

$$\text{в)} \frac{b^7-b^{10}}{b^5-b^2} = \frac{b^7(1-b^3)}{b^2(b^3-1)} = -b^5;$$

$$\text{г)} \frac{c^6-c^4}{c^3-c^2} = \frac{c^4(c^2-1)}{c^2(c-1)} = \frac{c^2(c-1)(c+1)}{c-1} = c^3+c^2.$$

$$\text{№41. а)} \text{ при } a = -\frac{1}{2}, \quad \frac{a^8+a^5}{a^5+a^2} = \frac{a^5(a^3+1)}{a^2(a^3+1)} = a^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8};$$

$$\text{б)} \text{ при } b = -0,1 \quad \frac{b^{10}-b^8}{b^8-b^6} = \frac{b^8(b^2-1)}{b^6(b^2-1)} = b^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

$$\text{№42. а)} \frac{(2a-2b)^2}{a-b} = \frac{(2(a-b))^2}{a-b} = \frac{4(a-b)^2}{a-b} = 4(a-b);$$

$$\text{б)} \frac{(3c+9d)^2}{c+3d} = \frac{(3(c+3d))^2}{c+3d} = \frac{9(c+3d)^2}{c+3d} = 9(c+3d);$$

$$\text{в)} \frac{(3x+6y)^2}{5x+10y} = \frac{(3(x+2y))^2}{5(x+2y)} = \frac{9(x+2y)^2}{5(x+2y)} = \frac{9(x+2y)}{5};$$

$$\text{г)} \frac{4x^2-y^2}{(10x+5y)^2} = \frac{(2x-y)(2x+y)}{(5(2x+y))^2} = \frac{(2x-y)(2x+y)}{25(2x+y)^2} = \frac{2x-y}{25(2x+y)}.$$

$$\text{№43. а)} \frac{5b}{8a^3} = \frac{5b \cdot 3b^2}{8a^3 \cdot 3b^2} = \frac{15b^3}{24a^3b^2}; \quad \text{б)} \frac{7a}{3b^2} = \frac{7a \cdot 8a^3}{3b^2 \cdot 8a^3} = \frac{56a^4}{24a^3b^2};$$

$$\text{в)} \frac{1}{2ab} = \frac{12a^2b}{2ab \cdot 12a^2b} = \frac{12a^2b}{24a^3b^2}; \quad \text{г)} \frac{2}{a^2b^2} = \frac{2 \cdot 24a}{a^2b^2 \cdot 24a} = \frac{48a}{24a^3b^2}.$$

№44. а) $2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)b}{b}$; б) $2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)5}{5}$;
 в) $2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)3a}{3a}$; г) $2a+b = \frac{2a+b}{1} = \frac{(2a+b)(2a-b)}{2a-b}$.

№45.

а) $\frac{x}{a-b} = \frac{x(a-b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{x(a-b)}{(a-b)^2}$; б) $\frac{y}{x-a} = \frac{y(x+a)}{(x-a)(x+a)} = \frac{y(x+a)}{x^2-a^2}$;

в) $\frac{2y}{x-1} = \frac{2y(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{2y(x^2+x+1)}{x^3-1}$;

г) $\frac{3a}{a^2+ab+b^2} = \frac{3a(a-b)}{(a^2+ab+b^2)(a-b)} = \frac{3a(a-b)}{a^3-b^3}$;

д) $\frac{7}{y-b} = -\frac{7}{b-y}$; е) $\frac{a}{a-10} = -\frac{a}{10-a}$;

ж) $\frac{p}{p-2} = -\frac{p(2+p)}{(2-p)(2+p)} = -\frac{p(2+p)}{4-p^2}$;

з) $\frac{a+3}{6-2a} = -\frac{a+3}{2(a-3)} = -\frac{(a+3)(a+3)}{2(a-3)(a+3)} = -\frac{(a+3)^2}{2(a^2-9)}$.

№46. а) $\frac{8}{3xy^2} = \frac{8 \cdot 5x}{3xy^2 \cdot 5x} = \frac{40x}{15x^2y^2}$; б) $\frac{b}{7a^2c} = \frac{b \cdot 5ac^2}{7a^2c \cdot 5ac^2} = \frac{5abc^2}{35a^3c^3}$;

в) $\frac{a}{a-2} = \frac{a \cdot a}{a(a-2)} = \frac{a^2}{a^2-2a}$; г) $\frac{1}{x+1} = \frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{x^2-x+1}{x^3+1}$;

д) $\frac{12}{y-x} = -\frac{12}{x-y}$; е) $\frac{a}{a-4} = -\frac{a(4+a)}{(4-a)(4+a)} = -\frac{4a+a^2}{16-a^2}$.

StudyPort.ru
Упражнения для повторения

№47. а) $x = \frac{-16}{5} = -3\frac{1}{5}$; б) $x = \frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10}$; в) $x = 4 : \frac{1}{3} = 12$;

г) $x = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$; д) $x = 3 : 0,6 = 3 : \frac{6}{10} = 3 \cdot \frac{10}{6} = \frac{10}{2} = 5$;

е) $x = 5 : (-0,7) = -5 \cdot \frac{7}{10} = -5 \cdot \frac{10}{7} = -\frac{50}{7} = -7\frac{1}{7}$.

№48. а) $6b^2 - (2b+5)(3b-7) = 6b^2 - (6b^2 + b - 35) =$
 $= 6b^2 - 6b^2 - b + 35 = -b + 35$;

б) $16x^2 - (4x+0,5)(4x-0,5) = 16x^2 - 16x^2 + 0,25 = 0,25$;

в) $2y(y - 1,5x) - 5(x + 4y)(y - x) = 2y^2 - 3xy - 5(4y^2 - x^2 - 3xy) =$
 $= 2y^2 - 3xy + 5x^2 + 15xy - 20y^2 = 5x^2 - 18y^2 + 12xy;$

г) $3(a - 2b)(2b + a) - 0,5b(a - 24b) = 3(a^2 - 4b^2) - 0,5ab + 12b^2 =$
 $= 3a^2 - 12b^2 - 0,5ab + 12b^2 = 3a^2 - 0,5ab.$

№49. а) $5bc - 5c = 5c(b - 1);$ б) $10n + 15n^2 = 5n(2 + 3n);$

в) $8ab + 12bc = 4b(2a + 3c);$

г) $5y - 5x + y^2 - xy = (5y - 5x) + (y^2 - xy) = 5(y - x) + y(y - x) = (y - x)(5 + y);$

д) $pq - 4p + 12 - 3q = (pq - 4p) + (12 - 3q) = p(q - 4) + 3(4 - q) =$
 $= p(q - 4) - 3(q - 4) = (q - 4)(p - 3);$

е) $a^2 - 9 = (a - 3)(a + 3);$ ж) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5);$

з) $y^2 - 2y + 1 = (y - 1)^2 = (y - 1)(y - 1);$

и) $a^3 + 64 = (a + 4)(a^2 - 4a + 16);$ к) $b^3 - 1 = (b - 1)(b^2 + b + 1).$

№50. 1) $-\frac{5 \cdot 7}{16} < 0;$ 2) $\frac{5}{16} : 6 = \frac{5}{16} : \frac{6}{1} = \frac{5 \cdot 1}{6 \cdot 16} = \frac{5}{16 \cdot 6} > 0;$

3) $\frac{5}{16} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 1}{16 \cdot 10} = \frac{5}{16 \cdot 10} > 0.$ Ответ: $\frac{5}{16} \cdot (-7); \frac{5}{16} \cdot 0,1; \frac{5}{16} : 6.$

§ 2. Сумма и разность дробей

3. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

№51. а) $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = \frac{x + y}{3};$ б) $\frac{a}{5} - \frac{b}{5} = \frac{a - b}{5};$ в) $\frac{a}{y} + \frac{2a}{y} = \frac{3a}{y};$

г) $\frac{5b^2}{a} - \frac{13b^2}{a} = \frac{5b^2 - 13b^2}{a} = -\frac{8b^2}{a};$ д) $\frac{x + y}{9} - \frac{x}{9} = \frac{x + y - x}{9} = \frac{y}{9};$

е) $\frac{2c - x}{b} - \frac{x}{b} = \frac{2c - x - x}{b} = \frac{2c - 2x}{b} = \frac{2(c - x)}{b}.$

№52. а) $\frac{m}{p} - \frac{m - p}{p} = \frac{m}{p} + \frac{(-m) + p}{p} = \frac{m - m + p}{p} = \frac{p}{p} = 1;$

б) $\frac{a + b}{6} - \frac{a - 2b}{6} = \frac{a + b - a + 2b}{6} = \frac{3b}{6} = \frac{b}{2};$

$$в) \frac{x+5}{9} - \frac{x+2}{9} = \frac{x+5-x-2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3};$$

$$г) \frac{11x-5}{14x} + \frac{3x-2}{14x} = \frac{11x-5+3x-2}{14x} = \frac{14x-7}{14x} = \frac{2x-1}{2x};$$

$$д) \frac{7y-13}{10y} - \frac{2y+3}{10y} = \frac{7y-13-2y-3}{10y} = \frac{5y-16}{10y};$$

$$е) \frac{8c+25}{6c} + \frac{5-2c}{6c} = \frac{8c+25+5-2c}{6c} = \frac{6c+30}{6c} = \frac{c+5}{c}.$$

$$\text{№53. а) } \frac{2x-3y}{4xy} + \frac{11y-2x}{4xy} = \frac{2x-3y+11y-2x}{4xy} = \frac{8y}{4xy} = \frac{2}{x};$$

$$б) \frac{5a+b^5}{8b} - \frac{5a-7b^5}{8b} = \frac{5a+b^5-5a+7b^5}{8b} = \frac{8b^5}{8b} = b^4;$$

$$в) \frac{3x-y^4}{4y^5} - \frac{y^4+3x}{4y^5} = \frac{3x-y^4-y^4-3x}{4y^5} = -\frac{2y^4}{4y^5} = -\frac{1}{2y};$$

$$г) \frac{a-2}{8a} + \frac{2a+5}{8a} - \frac{3-a}{8a} = \frac{a-2+2a+5-3+a}{8a} = \frac{4a}{8a} = \frac{1}{2};$$

$$д) \frac{7y-5}{12y} - \frac{10y-19}{12y} + \frac{10-15y}{12y} = \frac{7y-5-10y+19+10-15y}{12y} = \frac{-18y+24}{12y} = \frac{4-3y}{2y};$$

$$е) \frac{11a-2b}{4a} + \frac{2a-3b}{4a} - \frac{a-b}{4a} = \frac{11a-2b+2a-3b-a+b}{4a} = \frac{12a-4b}{4a} = \frac{3a-b}{a}.$$

$$\text{№54. а) } \frac{17-12x}{x} + \frac{10-x}{x} = \frac{17-12x+10-x}{x} = \frac{27-13x}{x};$$

$$б) \frac{12p-1}{3p^2} - \frac{1-3p}{3p^2} = \frac{12p-1-1+3p}{3p^2} = \frac{15p-2}{3p^2};$$

$$в) \frac{6y-3}{5y} - \frac{y+2}{5y} = \frac{6y-3-y-2}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y};$$

$$г) \frac{b}{6} - \frac{3a-2b}{6} = \frac{b-3a+2b}{6} = \frac{3b-3a}{6} = \frac{b-a}{2};$$

$$д) \frac{3p-q}{5p} - \frac{2p+6q}{5p} + \frac{p-4q}{5p} = \frac{3p-q-2p-6q+p-4q}{5p} = \frac{2p-11q}{5p};$$

$$е) \frac{5c-2d}{4c} - \frac{3d}{4c} + \frac{d-5c}{4c} = \frac{5c-2d-3d+d-5c}{4c} = -\frac{4d}{4c} = -\frac{d}{c};$$

$$\text{ж) } \frac{2a}{b} - \frac{1-6a}{b} + \frac{13-8a}{b} = \frac{2a-1+6a+13-8a}{b} = \frac{12}{b};$$

$$\text{з) } \frac{4b-2}{3b} - \frac{2b-1}{3b} + \frac{1}{3b} = \frac{4b-2-2b+1+1}{3b} = \frac{2b}{3b} = \frac{2}{3}.$$

№55.

$$\text{а) } \frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4} = \frac{16-x^2}{x-4} = \frac{-(4-x)(4+x)}{4-x} = -(4+x);$$

$$\text{б) } \frac{25}{a+5} - \frac{a^2}{a+5} = \frac{25-a^2}{a+5} = \frac{(5-a)(5+a)}{a+5} = 5-a;$$

$$\text{в) } \frac{3a-1}{a^2-b^2} - \frac{3b-1}{a^2-b^2} = \frac{3a-1-3b+1}{a^2-b^2} = \frac{3a-3b}{a^2-b^2} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b};$$

$$\text{г) } \frac{x-3}{x^2-64} + \frac{11}{x^2-64} = \frac{x-3+11}{x^2-64} = \frac{x+8}{(x-8)(x+8)} = \frac{1}{x-8};$$

$$\text{д) } \frac{2a+b}{(a-b)^2} + \frac{2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{2a+b+2b-5a}{(a-b)^2} = \frac{3b-3a}{(a-b)^2} = -\frac{3(b-a)}{(b-a)(b-a)} = \frac{3}{b-a};$$

$$\text{е) } \frac{13x+6y}{(x+y)^2} - \frac{11x+4y}{(x+y)^2} = \frac{13x+6y-11x-4y}{(x+y)^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)^2} = \frac{2(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{2}{x+y}.$$

$$\text{№56. а) } \frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{ab} = \frac{4ab}{ab} = 4;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2} + \frac{(a-b)^2}{a^2+b^2} &= \frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{a^2+b^2} = \\ &= \frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2} = \frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2} = \frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2} = 2. \end{aligned}$$

$$\text{№57. а) При } x=97, \frac{x^2+1}{x-3} - \frac{10}{x-3} = \frac{x^2+1-10}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = x+3 = 97+3 = 100;$$

$$\begin{aligned} \text{б) при } y = -5,1, \frac{y+7}{y^2-25} - \frac{2y+2}{y^2-25} &= \frac{y+7-2y-2}{y^2-25} = \frac{5-y}{(y-5)(y+5)} = \\ &= -\frac{y-5}{(y-5)(y+5)} = -\frac{1}{y+5} = -\frac{1}{(-5,1)+5} = -\frac{1}{-0,1} = \frac{1}{0,1} = 10; \end{aligned}$$

№58. а) при $a = 10,25$, $\frac{a^2 - 43}{a - 6} + \frac{7}{a - 6} = \frac{a^2 - 43 + 7}{a - 6} =$
 $= \frac{a^2 - 36}{a - 6} = \frac{(a - 6)(a + 6)}{a - 6} = a + 6 = 10,25 + 6 = 16,25;$

б) при $b = 3,5$, $\frac{9b - 1}{b^2 - 9} - \frac{6b - 10}{b^2 - 9} = \frac{9b - 1 - 6b + 10}{b^2 - 9} =$
 $= \frac{3b + 9}{(b - 3)(b + 3)} = \frac{3(b + 3)}{(b - 3)(b + 3)} = \frac{3}{b - 3} = \frac{3}{3,5 - 3} = \frac{3}{0,5} = 3 : \frac{1}{2} = 3 \cdot 2 = 6;$

№59. а) $\frac{x}{y - 1} + \frac{5}{1 - y} = \frac{x}{y - 1} - \frac{5}{y - 1} = \frac{x - 5}{y - 1};$

б) $\frac{a}{c - 3} - \frac{6}{3 - c} = \frac{a}{c - 3} + \frac{6}{c - 3} = \frac{a + 6}{c - 3};$

в) $\frac{2m}{m - n} + \frac{2n}{n - m} = \frac{2m}{m - n} - \frac{2n}{m - n} = \frac{2m - 2n}{m - n} = \frac{2(m - n)}{m - n} = 2;$

г) $\frac{5p}{2q - p} + \frac{10}{p - 2q} = \frac{5p}{2q - p} - \frac{10}{2q - p} = \frac{5(p - 2q)}{2q - p} = -\frac{5(2q - p)}{2q - p} = -5;$

д) $\frac{a^2 + 16}{a - 4} + \frac{8a}{4 - a} = \frac{a^2 + 16}{a - 4} - \frac{8a}{a - 4} = \frac{a^2 - 8a + 16}{a - 4} = \frac{(a - 4)^2}{a - 4} = a - 4;$

е) $\frac{x^2 + 9y^2}{x - 3y} + \frac{6xy}{3y - x} = \frac{x^2 + 9y^2 + (-6xy)}{x - 3y} =$
 $= \frac{x^2 + 9y^2 - 6xy}{x - 3y} = \frac{x^2 - 6xy + 9y^2}{x - 3y} = \frac{(x - 3y)^2}{x - 3y} = x - 3y.$

№60. а) $\frac{10p}{p - q} + \frac{3p}{q - p} = \frac{10p}{p - q} - \frac{3p}{p - q} = \frac{10p - 3p}{p - q} = \frac{7p}{p - q}.$

б) $\frac{5a}{a - b} + \frac{5b}{b - a} = \frac{5a}{a - b} - \frac{5b}{a - b} = \frac{5a - 5b}{a - b} = \frac{5(a - b)}{a - b} = 5;$

в) $\frac{x - 3}{x - 1} - \frac{2}{1 - x} = \frac{x - 3}{x - 1} + \frac{2}{x - 1} = \frac{x - 3 + 2}{x - 1} = \frac{x - 1}{x - 1} = 1;$

г) $\frac{a}{2a - b} + \frac{3a - b}{b - 2a} = \frac{a}{2a - b} - \frac{3a - b}{2a - b} = \frac{a - 3a + b}{2a - b} = \frac{b - 2a}{2a - b} = -\frac{2a - b}{2a - b} = -1;$

д) $\frac{a}{a^2 - 9} + \frac{3}{9 - a^2} = \frac{a}{a^2 - 9} - \frac{3}{a^2 - 9} = \frac{a - 3}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{1}{a + 3};$

е) $\frac{y^2}{y - 1} + \frac{1}{1 - y} = \frac{y^2}{y - 1} - \frac{1}{y - 1} = \frac{y^2 - 1}{y - 1} = \frac{(y - 1)(y + 1)}{y - 1} = y + 1.$

$$\text{№61. а) } \frac{3x+5}{2x-1} + \frac{7x+3}{1-2x} = \frac{3x+5}{2x-1} - \frac{7x+3}{2x-1} =$$

$$= \frac{3x+5-7x-3}{2x-1} = \frac{-4x+2}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)}{2x-1} = -2; \text{ не зависит от } x;$$

$$\text{б) } \frac{5x+1}{5x-20} + \frac{x+17}{20-5x} = \frac{5x+1}{5x-20} - \frac{x+17}{5x-20} =$$

$$= \frac{5x+1-x-17}{5x-20} = \frac{4x-16}{5(x-4)} = \frac{4(x-4)}{5(x-4)} = \frac{4}{5}; \text{ не зависит от } x.$$

$$\text{№62. а) } \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(5-x)^2} = \frac{x^2}{(x-5)^2} - \frac{25}{(x-5)^2} =$$

$$= \frac{x^2-25}{(x-5)^2} = \frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)(x-5)} = \frac{x+5}{x-5};$$

$$\text{б) } \frac{x^2+25}{(x-5)^3} + \frac{10x}{(5-x)^3} = \frac{x^2+25}{(x-5)^3} - \frac{10x}{(x-5)^3} = \frac{x^2-10x+25}{(x-5)^3} = \frac{(x-5)^2}{(x-5)^3} = \frac{1}{x-5}.$$

$$\text{№63. а) } \frac{x^2}{x^2-16} - \frac{8(x-2)}{x^2-16} = \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$\text{б) } \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(8-a)^2} = \frac{64-2ab}{(a-8)^2} + \frac{2ab-a^2}{(a-8)^2} =$$

$$= \frac{64-2ab+2ab-a^2}{(a-8)^2} = \frac{64-a^2}{(a-8)^2} = \frac{(a-8)(8+a)}{(8-a)(8-a)} = \frac{8+a}{8-a}.$$

$$\text{№64. а) } \frac{a+b}{x} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x}; \quad \text{б) } \frac{2a^2+a}{y} = \frac{2a^2}{y} + \frac{a}{y};$$

$$\text{в) } \frac{x^2+6y^2}{2xy} = \frac{x^2}{2xy} + \frac{6y^2}{2xy} = \frac{x}{2y} + \frac{3y}{x}; \text{ г) } \frac{12a+y^2}{6ay} = \frac{12a}{6ay} + \frac{y^2}{6ay} = \frac{2}{y} + \frac{y}{6a}.$$

$$\text{№65. а) } \frac{x^2+y^2}{x^4} = \frac{x^2}{x^4} + \frac{y^2}{x^4} = \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{x^4}; \quad \text{б) } \frac{2x-y}{b} = \frac{2x}{b} - \frac{y}{b};$$

$$\text{в) } \frac{a^2+1}{2a} = \frac{a^2}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{a}{2} + \frac{1}{2a}; \quad \text{г) } \frac{a^2-3ab}{a^3} = \frac{a^2}{a^3} - \frac{3ab}{a^3} = \frac{1}{a} - \frac{3b}{a^2}.$$

Упражнения для повторения

№66. а) при $a = 2$, $\frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot 2^2}{2 \cdot 2 - 1} = \frac{12}{3} = 4$;

б) при $a = -\frac{1}{3}$, $\frac{3a^2}{2a-1} = \frac{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) - 1} = \frac{3 \cdot \frac{1}{9}}{-\frac{2}{3} - 1} = \frac{1}{3} : \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = -\frac{1}{5}$;

№67. а) $3(5x-4) - 8x = 4x + 9$; $15x - 12 - 8x = 4x + 9$; $3x = 21$; $x = 7$;

б) $19x - 8(x-3) = 66 - 3x$; $19x - 8x + 24 = 66 - 3x$; $11x + 3x = 66 - 24$;

$14x = 42$; $x = 3$;

в) $0,2(0,7x-5) + 0,02 = 1,4(x-1,6)$; $0,14x - 1 + 0,02 = 1,4x - 2,24$;

$0,14x - 0,98 = 1,4x - 2,24$; $1,26 = 1,26x$; $x = 1$;

г) $2,7(0,1x+3,2) + 0,6(1,3-x) = 16,02$; $0,27x + 8,64 + 0,78 - 0,6x = 16,02$;

$-0,33x = 16,02 - 8,64 - 0,78$; $-0,33x = 6,6$;

№68. а) $8x^2 - 16x^3y = 8x^3(x-2y)$; б) $15xy^5 + 10y^2 = 5y^2(3xy^3 + 2)$;

в) $8a^2 - 50y^2 = 2(4a^2 - 25y^2) = 2(2a-5y)(2a+5y)$;

г) $18b^2 - 98a^2 = 2(9b^2 - 49a^2) = 2(3b-7a)(3b+7a)$;

д) $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$;

е) $y^3 + 8 = (y+2)(y^2 - 2y + 4)$;

ж) $ab + 8a + 9b + 72 = a(b+8) + 9(b+8) = (b+8)(a+9)$;

з) $6m - 12 - 2n + mn = 6(m-2) + n(m-2) = (m-2)(6+n)$.

№69. Достаточно выяснить, когда знаменатель дроби отличен от нуля.

а) $2a + 25 \neq 0$; $2a \neq -25$; $a \neq -\frac{25}{2}$; $a \neq -12,5$;

б) y — любое число, так как $9 + y^2 > 0$ при всех y ;

в) $3x(x+12) \neq 0$; 1) $3x \neq 0$; $x \neq 0$; 2) $x+12 \neq 0$; $x \neq -12$;

итак: $x \neq 0$ и $x \neq -12$;

г) $(a+1)(a-4) \neq 0$; 1) $a+1 \neq 0$; $a \neq -1$; 2) $a-4 \neq 0$; $a \neq 4$;

итак: $a \neq -1$ и $a \neq 4$.

4. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

№70. а) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{3x+2y}{6}$; б) $\frac{c}{4} - \frac{d}{12} = \frac{3c-d}{12}$; в) $\frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2+q^2}{qp}$;

г) $\frac{a}{b} - \frac{b^2}{a} = \frac{a^2-b^3}{ab}$; д) $\frac{3}{2x} - \frac{2}{3x} = \frac{9-4}{6x} = \frac{5}{6x}$;

е) $\frac{a}{5c} + \frac{3a}{4c} = \frac{4a+15a}{20c} = \frac{19a}{20c}$; ж) $\frac{5x}{8y} + \frac{x}{4y} = \frac{5x+2x}{8y} = \frac{7x}{8y}$;

з) $\frac{17y}{24c} - \frac{25y}{36c} = \frac{51y-50y}{72c} = \frac{y}{72c}$; и) $\frac{5a}{18b} - \frac{7a}{45b} = \frac{25a-14a}{90b} = \frac{11a}{90b}$.

№71. а) $\frac{5y-3}{6y} + \frac{y+2}{4y} = \frac{2(5y-3)+3(y+2)}{12y} = \frac{13y}{12y} = \frac{13}{12}$;

б) $\frac{3x+5}{35x} + \frac{x-3}{21x} = \frac{3(3x+5)+5(x-3)}{105x} = \frac{14x}{105x} = \frac{2}{15}$;

в) $\frac{b+2}{15b} - \frac{3c-5}{45c} = \frac{3c(b+2)-b(3c-5)}{45bc} = \frac{6c+5b}{45bc}$;

г) $\frac{8b+y}{40b} - \frac{6y+b}{30y} = \frac{24by+3y^2-24by-4b^2}{120y} = \frac{3y^2-4b^2}{120y}$.

№72. а) $\frac{3x}{4} - \frac{5x}{9} = \frac{27x-20x}{36} = \frac{7x}{36}$; б) $\frac{6a}{5} - \frac{3a}{4} = \frac{24a-15a}{20} = \frac{9a}{20}$;

в) $\frac{7a}{12b} - \frac{2a}{15b} = \frac{35a-8a}{60b} = \frac{27a}{60b} = \frac{9a}{20b}$; г) $\frac{9p}{10} - \frac{7p}{12} = \frac{54p-35p}{60} = \frac{19p}{60}$;

д) $\frac{15a-b}{12a} - \frac{a-4b}{9a} = \frac{45a-3b-4a+16b}{36a} = \frac{41a+13b}{36a}$;

е) $\frac{7x+4}{8y} - \frac{3x-1}{6y} = \frac{21x+12-12x+4}{24y} = \frac{9x+16}{24y}$.

№73. а) $\frac{b}{a^2} - \frac{1}{a} = \frac{b-a}{a^2}$; б) $\frac{1-x}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \frac{1-x+x}{x^3} = \frac{1}{x^3}$;

в) $\frac{1}{2a^7} + \frac{4-2a^3}{a^{10}} = \frac{a^3+8-4a^3}{2a^{10}} = \frac{8-3a^3}{2a^{10}}$;

г) $\frac{a+b}{a^2} + \frac{a-b}{ab} = \frac{ab+b^2+a^2-ab}{a^2b} = \frac{a^2+b^2}{a^2b}$;

д) $\frac{2a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} = \frac{2ab-3b^2+4a^2-5ab}{a^2b^2} = \frac{4a^2-3ab-3b^2}{a^2b^2}$;

е) $\frac{x-2y}{xy^2} - \frac{2y-x}{x^2y} = \frac{x^2-2xy-2y^2+xy}{x^2y^2} = \frac{x^2-2y^2-xy}{x^2y^2}$.

$$\text{№74. а) } \frac{2xy-1}{4x^3} - \frac{3y-x}{6x^2} = \frac{6xy-3-6xy+2x^2}{12x^3} = \frac{2x^2-3}{12x^3};$$

$$\text{б) } \frac{1-b^2}{3ab} + \frac{2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b(1-b^2)+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-2b^3+2b^3-1}{6ab^2} = \frac{2b-1}{6ab^2};$$

$$\text{в) } \frac{1}{3a^3} - \frac{2}{5a^5} = \frac{5a^2-6}{15a^5}; \quad \text{г) } \frac{b^2}{6x^5} - \frac{b}{3x^6} = \frac{xb^2-2b}{6x^6}.$$

$$\text{№75. а) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} = \frac{c}{abc} + \frac{b}{abc} + \frac{a}{abc} = \frac{a+b+c}{abc};$$

$$\text{б) } \frac{ab-b}{a} - \frac{ab-a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{b(ab-b)-a(ab-a)-a^2+b^2}{ab} =$$

$$= \frac{ab^2-b^2-a^2b+a^2-a^2+b^2}{ab} = \frac{ab^2-a^2b}{ab} = b-a;$$

$$\text{в) } \frac{b-a}{ab} + \frac{c-b}{bc} - \frac{c-a}{ac} = \frac{cb-ac+ac-ab-bc+ab}{abc} = 0;$$

$$\text{г) } \frac{3ab+2b^2}{ab} - \frac{a+2b}{a} + \frac{a-2b}{b} = \frac{3ab+b^2}{ab} - \frac{b(a+2b)}{ab} + \frac{a(a-2b)}{ab} =$$

$$= \frac{3ab+2b^2-ab-2b^2+a^2-2ab}{ab} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}.$$

$$\text{№76. а) } \frac{x-y}{xy} - \frac{x-z}{xz} = \frac{zx-zy-yx+yz}{xyz} = \frac{zx-yx}{xyz} = \frac{z-y}{yz};$$

$$\text{б) } \frac{a-2b}{3b} - \frac{b-2a}{3a} = \frac{a^2-2ab-b^2+2ab}{3ab} = \frac{a^2-b^2}{3ab};$$

$$\text{в) } \frac{p-q}{p^3q^2} - \frac{p+q}{p^2q^3} = \frac{qp-q^2-p^2-pq}{p^3q^3} = -\frac{q^2+p^2}{p^3q^3};$$

$$\text{г) } \frac{3m-n}{3m^2n} - \frac{2n-m}{2mn^2} = \frac{2m(3m-n)-3m(2n-m)}{6m^2n^2} =$$

$$= \frac{6mn-2n^2-6mn+3m^2}{6m^2n^2} = \frac{3m^2-2n^2}{6m^2n^2};$$

$$\text{д) } \frac{3b+2c}{9b^2c} - \frac{2c-5b}{6bc^2} = \frac{6bc+4c^2-bc+15b^2}{18b^2c^2} = \frac{4c^2+15b^2}{18b^2c^2};$$

$$\text{е) } \frac{2x-7y}{2x^2y} - \frac{5y-8x}{5xy^2} = \frac{10xy-35y^2-10xy+16x^2}{10x^2y^2} = \frac{16x^2-35y^2}{10x^2y^2};$$

$$\text{№77. а) } x + \frac{1}{y} = \frac{x}{1} + \frac{1}{y} = \frac{xy+1}{y}; \quad \text{б) } \frac{1}{a} - a = \frac{1}{a} - \frac{a}{1} = \frac{1-a^2}{a};$$

$$\text{в) } 3a - \frac{a}{4} = \frac{3a}{1} - \frac{a}{4} = \frac{12a-a}{4} = \frac{11a}{4}; \quad \text{г) } 5b - \frac{2}{b} = \frac{5b}{1} - \frac{2}{b} = \frac{5b^2-2}{b};$$

$$\text{д) } \frac{a^2+b}{a} - a = \frac{a^2+b}{a} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b-a^2}{a} = \frac{b}{a};$$

$$\text{е) } 2p - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{2p}{1} - \frac{4p^2+1}{2p} = \frac{4p^2-(4p^2+1)}{2p} = \frac{4p^2-4p^2-1}{2p} = -\frac{1}{2p};$$

$$\text{ж) } \frac{(a-b)^2}{2a} + b = \frac{(a-b)^2}{2a} \frac{b}{1} = \frac{a^2-2ab+b^2+2ab}{2a} = \frac{a^2+b^2}{2a};$$

$$\begin{aligned} \text{з) } c - \frac{(b+c)^2}{2b} &= \frac{c}{1} - \frac{(b+c)^2}{2b} = \frac{2bc - (b^2+2bc+c^2)}{2b} = \\ &= \frac{2bc - b^2 - bc - c^2}{2b} = \frac{-b^2 - c^2}{2b} = -\frac{b^2+c^2}{2b}. \end{aligned}$$

$$\text{№78. а) } 5 - \frac{c}{2} = \frac{5}{1} - \frac{c}{2} = \frac{10-c}{2}; \quad \text{б) } 5y^2 - \frac{15y^2-1}{3} = \frac{15y^2-15y^2+1}{3} = \frac{1}{3};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } a + b - \frac{a-3}{3} &= \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a-3}{3} = \\ &= \frac{3a+3b-(a-3)}{3} = \frac{3a+3b-a+3}{3} = \frac{2a+3b+3}{3}; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{2b^2-1}{b} - b + 5 = \frac{2b^2-1-b^2+5b}{b} = \frac{b^2+5b-1}{b}.$$

$$\text{№79. а) } 1 - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{1}{1} - \frac{a}{5} - \frac{b}{4} = \frac{20-4a-5b}{20};$$

$$\text{б) } 12 - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12}{1} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{12ab-b-a}{ab};$$

$$\text{в) } \frac{a-2}{2} - 1 - \frac{a-3}{3} = \frac{a-2}{2} - \frac{1}{1} - \frac{a-3}{3} = \frac{3a-6-6-2a+6}{6} = \frac{a-6}{6};$$

$$\text{г) } 4a - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{4a}{1} - \frac{a-1}{4} - \frac{a+2}{3} = \frac{48a-3a+3-4a-8}{12} = \frac{41a-5}{12};$$

$$\text{д) } \frac{a+b}{4} - a + b = \frac{a+b}{4} - \frac{a}{1} + \frac{b}{1} = \frac{5b-3a}{4};$$

$$\text{е) } a + b - \frac{a^2+b^2}{a} = \frac{a}{1} + \frac{b}{1} - \frac{a^2+b^2}{a} = \frac{a^2+ab-(a^2+b^2)}{a} = \frac{ab-b^2}{a}.$$

$$\text{№80. а) } x - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} = \frac{x}{1} - \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{4} = \frac{4x-2x+2y+x+y}{4} = \frac{3x+3y}{4};$$

$$\text{б) } \frac{3}{x} - 2 - \frac{5}{x} = \frac{3}{x} - \frac{2}{1} - \frac{5}{x} = \frac{3-2x-5}{x} = -\frac{2x+2}{x};$$

$$\text{в) } 3 - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} = \frac{3}{1} - \frac{2x-y}{4} + \frac{x+4y}{12} = \\ = \frac{36-6x+3y+x+4y}{12} = \frac{36-5x+7y}{12};$$

$$\text{г) } \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - 2 = \frac{6a-4b}{5} - \frac{b+7a}{3} - \frac{2}{1} = \\ = \frac{18a-12b-5b-35a-30}{15} = -\frac{17a+17b+30}{15}.$$

$$\text{№81. а) } \frac{b-c}{b} + \frac{b}{b+c} = \frac{(b+c)(b-c)+b^2}{b(b+c)} = \frac{b^2-c^2+b^2}{b(b+c)} = \frac{2b^2-c^2}{b(b+c)};$$

$$\text{б) } \frac{x+1}{x-2} - \frac{x+3}{x} = \frac{x(x+1)-(x-2)(x+3)}{(x-2)x} = \\ = \frac{x^2+x-x^2-x+6}{x(x-2)} = \frac{6}{x(x-2)};$$

$$\text{в) } \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{(m+n)m-n(m-n)}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2+mn-mn+n^2}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2};$$

$$\text{г) } \frac{2a}{2a-1} - \frac{1}{2a+1} = \frac{2a(2a+1)-(2a-1)}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2+2a-2a+1}{(2a-1)(2a+1)} = \frac{4a^2+1}{4a^2-1};$$

$$\text{д) } \frac{a}{a+2} - \frac{a}{a-2} = \frac{a(a-2)-a(a+2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a^2-2a-a^2-2a}{a^2-4} = \frac{4a}{4-a^2};$$

$$\text{е) } \frac{p}{3p-1} - \frac{p}{3p+1} = \frac{p(3p+1)-p(3p-1)}{(3p-1)(3p+1)} = \frac{3p^2+p-3p^2+p}{9p^2-1} = \frac{2p}{9p^2-1}.$$

№82.

$$\text{а) } \frac{3x}{5(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} = \frac{9x-10y}{15(x+y)}; \quad \text{б) } \frac{a^2}{5(a-b)} - \frac{b^2}{4(a-b)} = \frac{4a^2-5b^2}{20(a-b)};$$

$$\text{в) } \frac{3}{ax-ay} + \frac{2}{by-bx} = \frac{3}{a(x-y)} - \frac{2}{b(x-y)} = \frac{3b-2a}{ab(x-y)};$$

$$\text{г) } \frac{13c}{bm-bn} - \frac{12b}{cn-cm} = \frac{13c}{b(m-n)} + \frac{12b}{c(m-n)} = \frac{13c^2+12b^2}{bc(m-n)};$$

$$д) \frac{a}{2x+4} - \frac{a}{3x+6} = \frac{a}{2(x+2)} - \frac{a}{3(x+2)} = \frac{3a-2a}{6(x+2)} = \frac{a}{6(x+2)};$$

$$е) \frac{p}{7a-14} + \frac{1}{2-a} = \frac{p}{7(a-2)} - \frac{1}{a-2} = \frac{p-7}{7(a-2)}.$$

№83.

$$а) \frac{p}{2x+1} - \frac{p}{3x-2} = \frac{p(3x-2) - p(2x+1)}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{3xp - 2p - 2xp - p}{(3x-2)(2x+1)} = \frac{p(x-3)}{(3x-2)(2x+1)};$$

$$б) \frac{6a}{x-2y} + \frac{2a}{x+y} = \frac{6a(x+y) + 2a(x-2y)}{(x+y)(x-2y)} = \frac{8ax + 2ay}{(x+y)(x-2y)} = \frac{2a(4x+y)}{(x+y)(x-2y)};$$

$$в) \frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12} = \frac{a}{5(x-2)} + \frac{a}{6(x-2)} = \frac{6a+5a}{30(x-2)} = \frac{11a}{30(x-2)};$$

$$г) \frac{5b}{12a-36} - \frac{b}{48-16a} = \frac{5b}{12(a-3)} + \frac{b}{16(a-3)} = \frac{20b+3b}{48(a-3)} = \frac{23b}{48(a-3)}.$$

№84.

$$а) \frac{5y+3}{2y+2} - \frac{7y+4}{3y+3} = \frac{5y+3}{2(y+1)} - \frac{7y+4}{3(y+1)} = \frac{15y+9-14y-8}{6(y+1)} = \frac{y+1}{6(y+1)} = \frac{1}{6}, \text{ не зависит от } y;$$

$$б) \frac{11y+13}{3y-3} + \frac{15y+17}{4-4y} = \frac{11y+13}{3(y-1)} - \frac{15y+17}{4(y-1)} = \frac{44y+52-45y-51}{12(y-1)} = \frac{-y+1}{12(y-1)} = -\frac{y-1}{12(y-1)} = -\frac{1}{12}, \text{ не зависит от } y.$$

№85.

$$а) \frac{a^2}{ax-x^2} + \frac{x}{x-a} = \frac{a^2}{x(a-x)} - \frac{x}{a-x} = \frac{a^2-x^2}{x(a-x)} = \frac{(a-x)(a+x)}{x(a-x)} = \frac{a+x}{x};$$

$$б) \frac{b^2-4by}{2y^2-by} - \frac{4y}{b-2y} = \frac{b^2-4by}{y(2y-b)} + \frac{4y}{2y-b} = \frac{b^2-4by+4y^2}{y(2y-b)} = \frac{(b-2y)^2}{y(2y-b)} = \frac{2y-b}{y};$$

$$в) \frac{b}{2a^2-ab} - \frac{4a}{2ab-b^2} = \frac{b}{a(2a-b)} - \frac{4a}{b(2a-b)} = \frac{b^2-4a^2}{ab(2a-b)} = \frac{(b-2a)(b+2a)}{ab(2a-b)} = -\frac{b+2a}{ab};$$

$$г) \frac{4y}{3x^2+2xy} - \frac{9x}{3xy+2x^2} = \frac{4y}{x(3x+2y)} - \frac{9x}{x(3y+2x)} =$$

$$= \frac{4y(3y+2x) - x(3x+2y)}{x(3x+2y)(3y+2x)} = \frac{12y^2 - 10xy - 27x^2}{x(3x+2y)(3y+2x)}.$$

$$\begin{aligned} \text{№86. а) } \frac{x-25}{5x-25} + \frac{3x+5}{x^2-5x} &= \frac{x-25}{5(x-5)} + \frac{3x+5}{x(x-5)} = \\ &= \frac{x(x-25) + 5(3x+5)}{5x(x-5)} = \frac{x^2 - 10x + 25}{5x(x-5)} = \frac{(x-5)^2}{5x(x-5)} = \frac{x-5}{5x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{12-y}{6y-36} - \frac{6}{y^2-6y} &= \frac{12-y}{6(y-6)} - \frac{6}{y(y-6)} = \frac{12y - y^2 - 36}{6y(y-6)} = -\frac{(y-6)^2}{6y(y-6)} = \\ &= -\frac{y-6}{6y} = \frac{6-y}{6y}; \end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{1}{a^2+ab} + \frac{1}{ab+b^2} = \frac{1}{a(a+b)} + \frac{1}{b(a+b)} = \frac{b+a}{ab(a+b)} = \frac{1}{ab};$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \frac{1}{b^2-ab} - \frac{1}{ab-a^2} &= \frac{1}{b(b-a)} - \frac{1}{a(b-a)} = \\ &= \frac{a}{ab(b-a)} - \frac{b}{ab(b-a)} = \frac{a-b}{ab(b-a)} = -\frac{1}{ab}. \end{aligned}$$

№87.

$$\text{а) } 1 - \frac{a+b}{a-b} = \frac{1}{1} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a-b - (a+b)}{a-b} = \frac{a-b-a-b}{a-b} = \frac{2b}{b-a};$$

$$\text{б) } \frac{a^2+b^2}{a-b} - a = \frac{a^2+b^2}{a-b} - \frac{a}{1} = \frac{a^2+b^2 - a(a-b)}{a-b} = \frac{b^2+ab}{a-b} = \frac{b(b+a)}{a-b};$$

$$\text{в) } m-n + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m}{1} - \frac{n}{1} + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m(m+n) - n(m+n) + n^2}{m+n} = \frac{m^2}{m+n};$$

$$\text{г) } a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{a+b} = \frac{2ab}{a+b};$$

$$\text{д) } x - \frac{9}{x-3} - 3 = \frac{x}{1} - \frac{9}{x-3} - \frac{3}{1} = \frac{x^2 - 3x - 9 - 3x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x}{x-3};$$

$$\begin{aligned} \text{е) } a^2 - \frac{a^4+1}{a^2-1} + 1 &= \frac{a^2}{1} - \frac{a^4+1}{a^2-1} + \frac{1}{1} = \frac{a^2(a^2-1) - a^4+1 + a^2-1}{a^2-1} = \\ &= \frac{a^4 - a^2 - a^4 - 1 + a^2 - 1}{a^2-1} = -\frac{2}{a^2-1} = \frac{2}{1-a^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№88. a) } & \frac{a^2 + 3a}{ab - 5b + 8a - 40} - \frac{a}{b + 8} = \frac{a^2 + 3a}{(a - 5)(b + 8)} - \frac{a}{b + 8} = \\ & = \frac{a^2 + 3a - a(a - 5)}{(a - 5)(b + 8)} = \frac{a^2 + 3a - a^2 + 5a}{(a - 5)(b + 8)} = \frac{8a}{(a - 5)(b + 8)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{y}{3x - 2} - \frac{3y}{6xy + 9x - 4y - 6} = \frac{y}{3x - 2} - \frac{3y}{(2y + 3)(3x - 2)} = \\ & = \frac{y(2y + 3) - 3y}{(2y + 3)(3x - 2)} = \frac{2y^2 + 3y - 3y}{(2y + 3)(3x - 2)} = \frac{2y^2}{(2y + 3)(3x - 2)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№89. a) } & \frac{x^2}{3ax - 2 - x + 6a} - \frac{x}{3a - 1} = \frac{x^2}{(3a - 1)(x + 2)} - \frac{x}{3a - 1} = \\ & = \frac{x^2 - x(x + 2)}{(3a - 1)(x + 2)} = \frac{x^2 - x^2 - 2x}{(3a - 1)(x + 2)} = -\frac{2x}{(3a - 1)(x + 2)} = \frac{2x}{(1 - 3a)(x + 2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{3x}{2y + 3} + \frac{x^2 + 3x}{4xy - 3 - 2y + 6x} = \frac{3x}{2y + 3} + \frac{x^2 + 3x}{2x(2y + 3) - (2y + 3)} = \\ & = \frac{3x}{2y + 3} + \frac{x^2 + 3x}{(2y + 3)(2x - 1)} = \frac{3x(2x - 1) + x^2 + 3x}{(2y + 3)(2x - 1)} = \frac{7x^2}{(2y + 3)(2x - 1)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№90. a) } & \frac{x^2 - 3xy}{(x + y)(x - y)} + \frac{y}{(x - y)} = \frac{x^2 - 3xy + y(x + y)}{(x + y)(x - y)} = \\ & = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{(x + y)(x - y)} = \frac{(x - y)^2}{(x + y)(x - y)} = \frac{(x - y)}{(x + y)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{c}{b - c} + \frac{b^2 - 3bc}{b^2 - c^2} = \frac{c(b + c) + b^2 - 3bc}{b^2 - c^2} = \\ & = \frac{c(b + c) + b^2 - 3bc}{(b - c)(b + c)} = \frac{bc + c^2 + b^2 - 3bc}{(b - c)(b + c)} = \\ & = \frac{b^2 - 2bc + c^2}{(b - c)(b + c)} = \frac{(b - c)^2}{(b - c)(b + c)} = \frac{b - c}{b + c}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & \frac{a - 2y}{a + y} - \frac{y^2 - 5ay}{a^2 - y^2} = \frac{(a - y)(a - 2y) - (y^2 - 5ay)}{(a - y)(a + y)} = \\ & = \frac{a^2 - 2ay - ay + 2y^2 - y^2 + 5ay}{(a - y)(a + y)} = \frac{y^2 + 2ay + a^2}{(a - y)(a + y)} = \frac{(a + y)^2}{(a - y)(a + y)} = \frac{a + y}{a - y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \frac{a+3}{a^2-1} - \frac{1}{a^2+a} &= \frac{a+3}{(a-1)(a+1)} - \frac{1}{a(a+1)} = \\ &= \frac{a(a+3) - (a-1)}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2+2a+1}{a(a-1)(a+1)} = \frac{(a+1)^2}{(a-1)(a+1)} = \frac{a+1}{a-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 91. a)} \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2} &= \frac{b-6}{(2-b)(2+b)} + \frac{2}{b(2-b)} = \\ &= \frac{b(b-6) + 2(2+b)}{b(2-b)(2+b)} = \frac{b^2-6b+4+2b}{b(2-b)(2+b)} = \frac{(2-b)^2}{b(2-b)(2+b)} = \frac{2-b}{b(2+b)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \frac{b}{ab-5a^2} - \frac{15b-25a}{b^2-25a^2} &= \frac{b}{a(b-5a)} - \frac{15b-25a}{(b-5a)(b+5a)} = \\ &= \frac{b(b+5a)}{a(b-5a)(b+5a)} - \frac{a(15b-25a)}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b^2+5ab-15ab+25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \\ &= \frac{b^2-10ab+25a^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{(b-5a)^2}{a(b-5a)(b+5a)} = \frac{b-5a}{a(b+5a)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \frac{x-12a}{x^2-16a^2} - \frac{4a}{4ax-x^2} &= \frac{x-12a}{(x-4a)(x+4a)} - \frac{4a}{x(4a-x)} = \\ &= \frac{x(x-12a) + 4a(x+4a)}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2-12ax+4ax+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x^2-8ax+16a^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \\ &= \frac{(x-4a)^2}{x(x-4a)(x+4a)} = \frac{x-4a}{x(x+4a)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \frac{a-30y}{a^2-100y^2} - \frac{10y}{10ay-a^2} &= \frac{a-30y}{(a-10y)(a+10y)} - \frac{10y}{a(10y-a)} = \\ &= \frac{a(a-30y) + 10y(a+10y)}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a^2-30ay+10ay+100y^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \\ &= \frac{(a-10y)^2}{a(a-10y)(a+10y)} = \frac{a-10y}{a(a+10y)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 92. а)} \quad \frac{a+4}{a^2-2a} - \frac{a}{a^2-4} &= \frac{a+4}{a(a-2)} - \frac{a}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^2+4a+2a+8-a^2}{a(a-2)(a+2)} = \\ &= \frac{6a+8}{a(a-2)(a+2)} = \frac{2(3a+4)}{a(a-2)(a+2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{4-x^2}{16-x^2} - \frac{x+1}{x+4} &= \frac{4-x^2}{(4-x)(4+x)} - \frac{x+1}{x+4} = \frac{4-x^2-(4-x)(x+1)}{(4-x)(4+x)} = \\ &= \frac{4-x^2-4x-4+x^2+x}{(4-x)(4+x)} = \frac{-3x}{(4-x)(4+x)} = \frac{3x}{x^2-16}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{1-4b^2} &= \frac{3}{2b+1} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{3}{1+2b} + \frac{b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \\ &= \frac{3(1-2b)+b+7}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{10-5b}{(1-2b)(1+2b)} = \frac{5(2-b)}{1-4b^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{25-16a^2} &= \frac{5b}{4a-5} + \frac{16ab+30b}{(5-4a)(5+4a)} = \\ &= \frac{5b}{4a-5} - \frac{16ab+30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{20ab+25b-16ab-30b}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b(4a-5)}{(4a-5)(4a+5)} = \frac{b}{4a+5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad \frac{(a+b)^2}{a^2ab} + \frac{(a-b)^2}{a^2-ab} &= \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} + \frac{(a-b)^2}{a(a-b)} = \frac{a+b}{a} + \frac{a-b}{a} = \\ &= 1 + \frac{b}{a} + 1 - \frac{b}{a} = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad \frac{x^2-4}{5x-10} - \frac{x^2+4x+4}{5x+10} &= \frac{x^2-4}{5(x-2)} - \frac{x^2+4x+4}{5(x+2)} = \\ &= \frac{(x-2)(x+2)}{5(x-2)} - \frac{(x+2)^2}{5(x+2)} = \frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{5} = 0. \end{aligned}$$

№ 93.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x+2}{x^2-1} &= \frac{x+1}{x(x-1)} - \frac{x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+1)-x(x+2)}{x(x-1)(x+1)} = \\ &= \frac{x^2+2x+1-x^2-2x}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x^2-1)}; \end{aligned}$$

$$\text{подставим } x = -1,5, \quad \frac{1}{x(x^2-1)} = \frac{1}{(-1,5)[(-1,5)^2-1]} = \frac{1}{(-1,5) \cdot 1,25} =$$

$$= \frac{1}{-1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4}} = -\frac{1}{\frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}} = -\frac{8}{15};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{x+2}{x^2+3x} - \frac{1-x}{x^2-9} &= \frac{x+2}{x(x+3)} - \frac{1+x}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+2) - x(1+x)}{x(x-3)(x+3)} = \\ &= \frac{x^2+2x-3x-6-x-x^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-2x-6}{x(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x(3-x)}; \end{aligned}$$

$$\text{подставим } x = -1,5, \quad \frac{2}{x(3-x)} = \frac{2}{-1,5[3-(-1,5)]} = \frac{2}{-1,5 \cdot 4,5} = -\frac{2}{\frac{3}{2} \cdot \frac{9}{2}} = -\frac{8}{27}.$$

$$\text{№ 94. а)} \quad \frac{a^2+b^2}{a^3+b^3} - \frac{1}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{(a+b)(a^2-ab+b^2)} - \frac{1}{a+b} = \frac{ab}{a^3+b^3};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{p^3-q^3} &= \frac{1}{p-q} - \frac{3pq}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \\ &= \frac{p^2-2pq+q^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{(p-q)^2}{(p-q)(p^2+pq+q^2)} = \frac{p-q}{p^2+pq+q^2}; \end{aligned}$$

$$\text{в)} \quad \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{a^3+1} = \frac{1-a}{a^2-a+1} + \frac{a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{(1+a)(1-a)+a^2}{(a+1)(a^2-a+1)} = \frac{1}{a^3+1};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{6a^3+48a}{a^3+64} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} &= \frac{6a^3+48a}{(a+4)(a^2-4a+16)} - \frac{3a^2}{a^2-4a+16} = \\ &= \frac{6a^3+48a-3a^2(a+4)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{6a^3+48a-3a^3-12a^2}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a(a^2-4a+16)}{(a+4)(a^2-4a+16)} = \frac{3a}{a+4}. \end{aligned}$$

№ 95.

$$\text{а)} \quad \frac{4}{y+2} - \frac{3}{y-2} + \frac{12}{y^2+4} = \frac{4(y-2) - 3(y+2) + 12}{(y+2)(y-2)} = \frac{y-2}{(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y+2};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{36-a^2} &= \frac{a}{a-6} - \frac{3}{a+6} - \frac{a^2}{(a-6)(a+6)} = \\ &= \frac{a(a+6) - 3(a-6) - a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{a^2+6a-3a+18-a^2}{(a-6)(a+6)} = \frac{18+3a}{(a-6)(a+6)} = \frac{3}{a-6}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2x-2y} &= \frac{x^2}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{2(x-y)} = \frac{2x^2 - (x+y)(x-y)}{2(x-y)^2} = \\ &= \frac{2x^2 - x^2 + y^2}{2(x-y)^2} = \frac{x^2 + y^2}{2(x-y)^2}; \end{aligned}$$

$$\text{г)} \quad \frac{b}{(a-b)^2} - \frac{a+b}{b^2-ab} = \frac{b^2 - (b-a)(b+a)}{b(b-a)^2} = \frac{b^2 - b^2 + a^2}{b(b-a)^2} = \frac{a^2}{b(b-a)^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 96. а) } & \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab} = \frac{2a+b}{a(2a-b)} - \frac{16a}{(2a-b)(2a+b)} - \\ & - \frac{2a-b}{a(2a+b)} = \frac{(2a+b)^2 - 16a^2 - (2a-b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{2b \cdot 4a - 16a^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \\ & = \frac{8ab - 16a^2}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8a(2a-b)}{a(2a-b)(2a+b)} = -\frac{8}{2a+b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{a^2-9} + \frac{1}{(a+3)^2} = \frac{1}{(a-3)^2} - \frac{2}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)^2} = \\ & = \frac{a^2+6a+9-2(a-3)(a+3)+a^2-6a+9}{(a-3)^2(a+3)^2} = \frac{2a^2+18-2a^2+18}{(a-3)^2(a+3)^2} = \\ & = \frac{36}{(a-3)^2(a+3)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{6x}{x^3-8} + \frac{1}{x-2} = \frac{x-2}{x^2+2x+4} - \frac{1}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \\ & + \frac{1}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2)-6x+x^2+2x+4}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2x^2-8x+8}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \\ & = \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \frac{2(x-2)}{x^2+2x+4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & \frac{2a^2+7a+3}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{3}{a-1} = \frac{2a^2+7a+3-(a-1)(1-2a)-3(a^2+a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \\ & = \frac{2a^2+7a+3-a+2a^2+1-2a-3a^2-3a-3}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{a^2+a+1}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{1}{a-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 97. а) } & \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} - \frac{2a}{16b^2-a^2} = \frac{1}{a-4b} - \frac{1}{a+4b} + \frac{2a}{(a-4b)(a+4b)} = \\ & = \frac{a+4b-a+4b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{8b+2a}{(a-4b)(a+4b)} = \frac{2}{a-4b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{1}{2b-2a} + \frac{1}{2b+2a} + \frac{a^2}{a^2b-b^3} = \frac{1}{2(b-a)} + \frac{1}{2(b+a)} + \frac{a^2}{b(a^2-b^2)} = \\ & = \frac{b(b+a)+b(b-a)-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{b^2+ab+b^2-ab-2a^2}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{2(b^2-a^2)}{2b(b-a)(b+a)} = \\ & = \frac{2(b-a)(b+a)}{2b(b-a)(b+a)} = \frac{1}{b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \frac{1}{2x-b} + \frac{6bx}{b^3-8x^3} = \frac{6bx}{(b-2x)(b^2+2bx+4x^2)} + \frac{1}{2x-b} = \\ & = \frac{b^2+2bx+4x^2-6bx}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{b^2-4bx+4x^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \\ & = \frac{(2x-b)^2}{(2x-b)(b^2+2bx+4x^2)} = \frac{2x-b}{b^2+2bx+4x^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \frac{2y^2+16}{y^3+8} - \frac{2}{y+2} = \frac{2y^2+16}{(y+2)(y^2-2y+4)} - \frac{2}{y+2} = \\ & = \frac{2y^2+16-2(y^2-2y+4)}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4y+8}{(y+2)(y^2-2y+4)} = \frac{4}{y^2-2y+4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 98. а)} \quad & \frac{3}{a^2-3a} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3}{a(a-3)} + \frac{a^2}{a-3} = \frac{3+a^3}{a(a-3)}; \\ & a+3 + \frac{9a+3}{a^2-3a} = \frac{a+3}{1} + \frac{9a+3}{a(a-3)} = \frac{a(a-3)(a+3)+9a+3}{a(a-3)} = \\ & = \frac{a^3-9a+9a+3}{a(a-3)} = \frac{a^3+3}{a(a-3)}; \text{ т.е. выражения тождественно равны.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \frac{a^3}{a^2-4} - \frac{a}{a-2} - \frac{2}{a+2} = \frac{a^3-a(a+2)-2(a-2)}{a^2-4} = \frac{a^3-a^2-4a+4}{a^2-4} = \\ & = \frac{(a-1)(a^2-4)}{a^2-4} = a-1. \text{ т.е. выражения тождественно равны.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 99. а)} \quad & \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{x^2-4} + 2x = \frac{x^3+3x}{x+2} - \frac{3x^2-14x+16}{(x-2)(x+2)} + 2x = \\ & = \frac{(x^3+3x)(x-2) - (3x^2-14x+16) + 2x(x^2-4)}{(x+2)(x-2)} = \\ & = \frac{x^4-2x^3+3x^2-6x-3x^2+14x-16+2x^3-8x}{(x+2)(x-2)} = \frac{x^4-16}{x^2-4} = \\ & = \frac{(x^2-4)(x^2+4)}{x^2-4} = x^2+4 > 0 \text{ при всех значениях } x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & y + \frac{2y^2+3y+1}{y^2-1} - \frac{y^3+2y}{y-1} = \frac{y}{1} + \frac{2y^2+3y+1}{(y-1)(y+1)} - \frac{y^3+2y}{y-1} = \\ & = \frac{y(y-1)(y+1) + 2y^2+3y+1 - (y+1)(y^3+2y)}{(y-1)(y+1)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{y^3 - y + 2y^2 + 3y + 1 - y^4 - 2y^2 - y^3 - 2y}{(y-1)(y+1)} = \frac{1 - y^4}{(y-1)(y+1)} =$$

$$= -\frac{(1-y^2)(1+y^2)}{1-y^2} = -(1+y^2) < 0 \text{ при всех значениях } y.$$

№ 100. Исходя из условия задачи получаем, что скорость катера по течению реки $(v + 5)$ км/ч, против течения $-(v - 5)$ км/ч; получаем

что $\left(\frac{s}{v+5}\right)$ ч – время в пути от А до В; $\left(\frac{s}{v-5}\right)$ ч – время в пути от

В до А; тогда $\left(\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5}\right)$ ч – общее время в пути от А до В и

обратно. Получаем выражение:

$$\frac{s}{v+5} + \frac{s}{v-5} = \frac{s(v-5) + s(v+5)}{(v+5)(v-5)} = \frac{sv - 5s + sv + 5s}{(v-5)(v+5)} = \frac{2sv}{v^2 - 25}.$$

а) Подставим $s=50, v=25$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 25}{25^2 - 25} = \frac{2500}{625 - 25} = \frac{2500}{600} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6} \text{ (ч)} = 4 \text{ ч } 10 \text{ мин.}$$

б) Подставим $s=105, v=40$:

$$t = \frac{2sv}{v^2 - 25} = \frac{2 \cdot 105 \cdot 40}{40^2 - 25} = \frac{8400}{1600 - 25} = \frac{8400}{1575} = 5\frac{1}{3} \text{ (ч)} = 5 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

Ответ: а) 4 ч. 10 мин; б) 5 ч 20 мин.

№ 101.

$s = vt$; $t = \frac{s}{v}$. Для удобства представим данные задачи в виде таблицы:

	Путь, км	Скорость, км/ч	Время, ч
По шоссе	s	v	$\frac{s}{v}$
По проселочной дороге	$2s$	$v-2$	$\frac{2s}{v-2}$

$$t_{\text{общ}} = \frac{s}{v} + \frac{2s}{v-2} = \frac{s(v-2) + 2sv}{v(v-2)} = \frac{sv - 2s + 2sv}{v(v-2)} = \frac{3sv - 2s}{v(v-2)} = \frac{s(3v-2)}{v(v-2)};$$

если $s = 10, v = 6$, то

$$\frac{s(3v-2)}{v(v-2)} = \frac{10(3 \cdot 6 - 2)}{6(6-2)} = \frac{10 \cdot 16}{6 \cdot 4} = \frac{10 \cdot 2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (ч)} = 6 \text{ ч } 40 \text{ мин.}$$

Упражнения для повторения

№ 102.

$$\frac{2x^2 + x - 1}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(2x^2 + 2x) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{2x(x + 1) - (x + 1)}{4x^2 - 3x + 2} = \frac{(x + 1)(2x - 1)}{4x^2 - 3x + 2},$$

а) при $x = \frac{1}{2}$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль;

б) при $x = -1$ числитель, а значит и вся дробь обращается в ноль.

Ответ: а) 0; б) 0.

№ 103. I. $y = \frac{2x-5}{3}$; 1) при $x = -2$; $y = \frac{2 \cdot (-2) - 5}{3} = \frac{-4 - 5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$;

2) при $x = 0$; $y = \frac{2 \cdot 0 - 5}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$;

3) при $x = 16$; $y = \frac{2 \cdot 16 - 5}{3} = \frac{32 - 5}{3} = \frac{27}{3} = 9$;

II. 1) подставим $y = 3$; $3 = \frac{2x-5}{3}$; $3 \cdot 3 = 2x - 5$; $2x = 14$; $x = 7$;

2) подставим $y = 0$; $0 = \frac{2x-5}{3}$; $2x - 5 = 0$; $x = \frac{5}{2}$; $x = 2,5$;

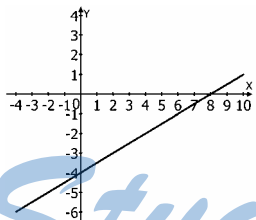
3) подставим $y = -9$; $-9 = \frac{2x-5}{3}$; $2x - 5 = -27$; $2x = -22$; $x = -11$.

№ 104.

На рисунке – график функции $y = \frac{1}{2}x - 4$.

а) При $x = 6$, $y = -1$; при $x = -6$, $y = -7$;

б) при $y = -2$, $x = 4$; при $y = 0$, $x = 8$.



StudyPort.ru

№ 105.

На рисунке – график и данных функций.

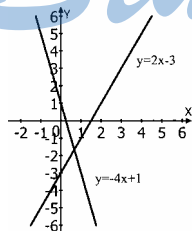
Пусть А – их точка пересечения.

1) Из рисунка видно, что $A \approx (0,7; -1,7)$.

2) Найдем координаты точки А из уравнения:

$$-4x + 1 = 2x - 3; 2x - 3 + 4x - 1 = 0; 6x - 4 = 0; 6x = 4; x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3};$$

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} - 3 = \frac{4}{3} - 3 = -1\frac{2}{3}. \quad \text{Окончательно: } A\left(\frac{2}{3}; -1\frac{2}{3}\right).$$



№ 106. Для удобства запишем данные задачи в виде таблицы:

Ямы	Заложили, т	Взяли, т	Осталось, т
I	90	3x	90-3x
II	75	x	75-x

Исходя из того, что в первой яме осталось силоса в 2 раза меньше, чем во второй, запишем уравнение: $2(90-3x)=75-x$;

$$75-x+6x-180=0; \quad 5x=105; \quad x=21, \quad 3x=63.$$

Ответ. Из первой ямы взяли 63 т силоса.

№ 107. а) $v = \frac{s}{t}$, тогда $s = vt; t = \frac{s}{v}$; б) $p = \frac{m}{v}$, тогда $v = \frac{m}{p}$.

§ 3. Произведение и частное дробей

5. Умножение дробей. Возведение дроби в степень

№ 108. а) $\frac{5}{3a} \cdot \frac{2b}{3} = \frac{10b}{9a}$; б) $\frac{5a}{8y} \cdot \frac{7}{10} = \frac{5a \cdot 7}{8y \cdot 10} = \frac{7a}{16y}$; в) $\frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{x} = \frac{3x \cdot 1}{4x} = \frac{3}{4}$;

г) $\frac{9}{2a} \cdot \frac{5a}{3} = \frac{9 \cdot 5a}{2a \cdot 3} = \frac{15}{2} = 7,5$; д) $\frac{b^2}{10} \cdot \frac{5}{b} = \frac{5b^2}{10b} = \frac{b}{2}$; е) $\frac{18}{c^4} \cdot \frac{c^3}{24} = \frac{18c^3}{24c^4} = \frac{3}{4c}$;

ж) $\frac{12x^5}{25} \cdot \frac{15}{8x^2} = \frac{12x^5 \cdot 15}{25 \cdot 8x^2} = \frac{9x^3}{10} = 0,9x^3$; з) $\frac{3}{4a^3} \cdot \frac{16a^2}{9} = \frac{3 \cdot 16a^2}{4a^3 \cdot 9} = \frac{4}{3a}$.

№ 109. а) $\frac{3x}{4y} \cdot \frac{10}{3x^2} = \frac{10 \cdot 3x}{4y \cdot 3x^2} = \frac{5}{2xy} = \frac{2,5}{xy}$;

б) $\frac{2,5}{2a^2} \cdot \frac{4a^3}{5b^2} = \frac{2,5 \cdot 4a^3}{2a^2 \cdot 5b^2} = \frac{10a^3}{10a^2b^2} = \frac{a}{b^2}$;

в) $\frac{m^2}{16} \cdot \frac{24}{mn} = \frac{24m^2}{16mn} = \frac{3m}{2n} = \frac{1,5m}{n}$;

г) $\frac{1}{9x^3} \cdot \frac{3x}{2a^2} = \frac{3x}{9x^3 \cdot 2a^2} = \frac{1}{3x^2 \cdot 2a^2} = \frac{1}{6a^2x^2}$;

д) $\frac{7a^3}{24b} \cdot 8b^2 = \frac{7a^3 \cdot 8b^2}{24b \cdot 1} = \frac{7}{3}a^3b$; е) $14ab \cdot \frac{1}{21b^3} = \frac{14ab}{21b^3} = \frac{2a}{3b^2}$.

№ 110. а) $\frac{12}{5x} \cdot \frac{x^3}{12a} = \frac{12x^3}{5x \cdot 12a} = \frac{x^2}{5a}$; б) $\frac{8c^2}{15m} \cdot \frac{1}{4c^2} = \frac{8c^2}{15m \cdot 4c^2} = \frac{2}{15m}$;

в) $\frac{11a^4}{6} \cdot \frac{12b}{a^5} = \frac{11a^4 \cdot 12b}{6 \cdot a^5} = \frac{22b}{a}$; г) $\frac{4n^2}{3m^2} \cdot \frac{9m}{2} = \frac{4n^2 \cdot 9m}{3m^2 \cdot 2} = \frac{6n^2}{m}$.

№ 111. а) $15x^2 \cdot \frac{7}{6x^3} = \frac{15x^2 \cdot 7}{6x^3} = \frac{35}{2x} = \frac{17,5}{x}$; б) $\frac{25}{16y^2} \cdot 2y^3 = \frac{25 \cdot 2y^3}{16y^2} = \frac{25}{8}y$;

в) $6am^2 \cdot \frac{4a}{3m^3} = \frac{6am^2 \cdot 4a}{3m^3} = \frac{8a^2}{m}$; г) $\frac{2b}{5a^3} \cdot 10a^2 = \frac{2b \cdot 10a^2}{5a^3} = \frac{4b}{a}$.

№ 112.

а) $\frac{48x^5}{49y^4} \cdot \frac{7y^2}{16x^3} = \frac{48x^5 \cdot 7y^2}{49y^4 \cdot 16x^3} = \frac{3x^2}{7y^2}$; б) $\frac{18m^3}{11n^3} \cdot \frac{22n^4}{9m^2} = \frac{18m^3 \cdot 22n^4}{11n^3 \cdot 9m^2} = 4mn$;

в) $-\frac{15p^4}{8q^6} \cdot \frac{16q^5}{25p^3} = -\frac{15p^4 \cdot 16q^5}{8q^6 \cdot 25p^3} = -\frac{6p}{5q}$;

г) $\frac{72x^4}{25y^5} \cdot \left(-\frac{2,5y^4}{27x^5}\right) = -\frac{72x^4 \cdot 2,5y^4}{25y^5 \cdot 27x^5} = -\frac{8 \cdot 25y^4}{3x \cdot 250y^5} = -\frac{8}{30xy} = -\frac{4}{15xy}$;

д) $-\frac{35ax^2}{12b^2y} \cdot \frac{8ab}{21xy} = -\frac{35ax^2 \cdot 8ab}{12b^2y \cdot 21xy} = -\frac{10a^2x}{9by^2}$;

е) $-\frac{25x^3y^3}{14a^2b} \cdot \left(-\frac{21ab}{10x^2y^2}\right) = \frac{25x^3y^3 \cdot 21ab}{14a^2b \cdot 10x^2y^2} = \frac{15xy}{4a}$.

№ 113.

а) $\frac{14a^2b}{3x^3} \cdot \frac{8x^2}{21a^2b} = \frac{14a^2b \cdot 8x^2}{3x^3 \cdot 21a^2b} = \frac{16}{9x}$; б) $\frac{9a^2}{25x^2y} \cdot \frac{5ax}{6y} = \frac{9a^2 \cdot 5ax}{25x^2y \cdot 6y} = \frac{3a^3}{10xy^2}$;

в) $-\frac{10x^2y^2}{9a^2} \cdot \frac{27a^3}{5xy} = -\frac{6a^3x^2y^2}{a^2xy} = -6axy$;

г) $\frac{2m^3}{35a^3b^2} \cdot \left(-\frac{7a^2b}{6m^3}\right) = -\frac{2m^3 \cdot 7a^2b}{35a^3b^2 \cdot 6m^3} = -\frac{1}{15ab}$;

д) $\frac{13x}{12mn^2} \cdot 4m^2n = \frac{13x \cdot 4m^2n}{12mn^2} = \frac{13mx}{3n}$; е) $-ab \cdot \left(-\frac{11x^2}{3a^2b^2}\right) = \frac{11abx^2}{3a^2b^2} = \frac{11x^2}{3ab}$.

№ 114.

а) $\frac{2a^2b}{3xy} \cdot \frac{3x^2y}{4ab^2} \cdot \frac{6ax}{15b^2} = \frac{2a^2b \cdot 3x^2y \cdot 6ax}{3xy \cdot 4ab^2 \cdot 15b^2} = \frac{a^2x^2}{5b^3}$;

б) $\frac{6m^3n^2}{35p^3} \cdot \frac{49n^4}{m^5p^3} \cdot \frac{5m^4p^2}{42n^6} = \frac{6 \cdot 49 \cdot 5m^3m^4n^2n^4p^2}{35 \cdot 42m^5n^6p^3p^3} = \frac{m^2}{p^4}$.

№ 115.

а) $\left(\frac{x}{2y}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^3}$; б) $\left(\frac{3a}{c}\right)^4 = \frac{81a^4}{c^4}$; в) $\left(\frac{n^2}{10m}\right)^3 = \frac{n^6}{1000m^3}$; г) $\left(\frac{9a^3}{2b^2}\right)^2 = \frac{81a^6}{4b^4}$.

$$\text{№ 116. a) } \left(\frac{2a}{p^2q^3}\right)^4 = \frac{16a^4}{p^8q^{12}}; \quad \text{б) } \left(\frac{3a^2b^3}{s^4}\right)^2 = \frac{9a^4b^6}{s^8};$$

$$\text{в) } \left(-\frac{2a^2b}{3mn^3}\right)^2 = \frac{4a^4b^2}{9m^2n^6}; \quad \text{г) } \left(-\frac{3x^2}{2y^3}\right)^3 = -\frac{27x^6}{8y^9};$$

$$\text{№ 117. a) } \left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 = \frac{x^6}{y^4}; \quad \text{б) } \left(\frac{2a^2}{b^3}\right)^3 = \frac{8a^6}{b^9}; \quad \text{в) } \left(\frac{5a^3}{3b^2}\right)^4 = \frac{625a^{12}}{81b^8};$$

$$\text{г) } \left(\frac{2x^2}{3y^3}\right)^5 = \frac{32x^{10}}{243y^{15}}; \quad \text{д) } \left(\frac{x^2y^4}{4m^3}\right)^5 = \frac{x^{10}y^{20}}{1024m^{15}}; \quad \text{е) } \left(\frac{3a^2}{b^2c}\right)^4 = \frac{81a^8}{b^8c^4};$$

$$\text{ж) } \left(-\frac{10m^2}{n^2p}\right)^3 = -\frac{1000m^6}{n^6p^3}; \quad \text{з) } \left(-\frac{b^3c^2}{8a^3}\right)^2 = \frac{b^6c^4}{64a^6}.$$

№ 118.

$$\text{а) } \frac{x^2 - xy}{y} \cdot \frac{y^2}{x} = \frac{x(x-y)y^2}{yx} = (x-y)y;$$

$$\text{б) } \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{ab + b^2}{9} = \frac{3ab(a+b)}{9b^2} = \frac{(a+b)a}{3b};$$

$$\text{в) } \frac{m-n}{mn} \cdot \frac{2mn}{mn-m^2} = \frac{(m-n)2mn}{m(n-m)mn} = -\frac{2}{m};$$

$$\text{г) } \frac{4ab}{cx+dx} \cdot \frac{ax+bx}{2ab} = \frac{4abx(a+b)}{2abx(c+d)} = \frac{2(a+b)}{c+d};$$

$$\text{д) } \frac{ma-mb}{3n^2} \cdot \frac{2m}{nb-na} = \frac{(ma-mb)2m}{(nb-na)3n^2} = \frac{2m \cdot m(a-b)}{3n^2n(b-a)} = -\frac{2m^2}{3n^3};$$

$$\text{е) } \frac{ax-ay}{5x^2y^2} \cdot \left(\frac{5xy}{by-bx}\right) = \frac{5xy(ax-ay)}{5x^2y^2(by-bx)} = \frac{a(x-y)}{xyb(y-x)} = \frac{a(x-y)}{bxy(x-y)} = \frac{a}{bxy}.$$

№ 119.

$$\text{а) } (3a-15b) \cdot \frac{8}{a^2-25b^2} = \frac{8 \cdot 3(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{24}{a+5b};$$

$$\text{б) } (x^2-4) \cdot \frac{2x}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2x(x-2)}{x+2};$$

$$\text{в) } \frac{y}{3y^2-12} \cdot (y^2-4y+4) = \frac{y(y-2)^2}{3(y^2-4)} = \frac{y(y-2)^2}{3(y-2)(y+2)} = \frac{y(y-2)}{3(y+2)};$$

$$\text{г) } \frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2} (a^2-9b^2) = \frac{2ab(a-3b)(a+3b)}{(a-3b)^2} = \frac{2ab(a+3b)}{a-3b}.$$

№ 120.

а) $\frac{kx+k^2}{x^2} \cdot \frac{x}{x+k} = \frac{xk(x+k)}{x^2(x+k)} = \frac{k}{x}$; б) $\frac{ax+ay}{xy^2} \cdot \frac{x^2y}{3x+3y} = \frac{ax(x+y)}{3y(x+y)} = \frac{ax}{3y}$;
в) $\frac{xy}{a^2+a^3} \cdot \frac{a+a^2}{x^2y^2} = \frac{xy(a+a^2)}{x^2y^2(a^2+a^3)} = \frac{a(1+a)}{a^2xy(1+a)} = \frac{1}{axy}$;
г) $\frac{6a}{x^2-x} \cdot \frac{2x-2}{3ax} = \frac{6a \cdot (2x-2)}{3ax(x^2-x)} = \frac{2 \cdot 6(x-1)}{3x^2(x-1)} = \frac{4}{x^2}$.

№ 121. а) $\frac{x^2-y^2}{2xy} \cdot \frac{2x}{x+y} = \frac{2x(x^2-y^2)}{2xy(x+y)} = \frac{2x(x-y)(x+y)}{2xy(x+y)} = \frac{x-y}{y}$;

б) $\frac{4x^2}{x^2-9} \cdot \frac{3a-ax}{4x} = \frac{4x^2(3a-ax)}{4x(x^2-9)} = \frac{ax(3-x)}{(x-3)(x+3)} = -\frac{ax}{x+3}$;

в) $\frac{y^2-16}{10xy} \cdot \frac{5y}{3y+12} = \frac{5y(y^2-16)}{10xy(3y+12)} = \frac{5y(y-4)(y+4)}{10xy(3y+12)} = \frac{(y-4)(y+4)}{2 \cdot 3x(y+4)} = \frac{y-4}{6x}$;

г) $\frac{b-a}{a} \cdot \frac{3ab}{a^2-b^2} = \frac{3ab(b-a)}{a(a-b)(a+b)} = -\frac{3b}{a+b}$.

№ 122. а) $\frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{7a-7b}{a^2+a} = \frac{(a^2-1)(7a-7b)}{(a-b)(a^2+a)} = \frac{7(a-b)(a^2-1)}{(a-b)(a^2+a)} =$
 $= \frac{7(a-1)(a+1)(a-b)}{a(a+1)(a-b)} = \frac{7(a-1)}{a}$;

б) $\frac{b^2+2bc}{b+3} \cdot \frac{5b+15}{b^2-4c^2} = \frac{(b^2+2bc)(5b+15)}{(b+3)(b^2-4c^2)} = \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b+3)(b^2-4c^2)} =$
 $= \frac{5b(b+2c)(b+3)}{(b-2c)(b+2c)(b+3)} = \frac{5b}{b-2c}$;

в) $\frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} = \frac{(x+3)^2(x-2)(x+2)}{2(x-2) \cdot 3(x+3)} = \frac{(x+3)(x+2)}{6}$;

г) $\frac{(y-5)^2}{2y+12} \cdot \frac{y^2-36}{2y-10} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{(2y+12)(2y-10)} = \frac{(y-5)^2(y^2-36)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} =$
 $= \frac{(y-5)^2(y-6)(y+6)}{2(y+6) \cdot 2(y-5)} = \frac{(y-5)(y-6)}{4}$.

№ 123. а) $\frac{(5mn-m)(16m^2-n^2)}{(4m+n)(5n-1)} = \frac{m(5n-1)(4m-n)(4m+n)}{(5n-1)(4m+n)} = m(4m-n)$.

Найдем значение этого выражения при $m = \frac{1}{4}$; $n = -3$:

$$m(4m - n) = \frac{1}{4}(4 \cdot \frac{1}{4} + 3) = \frac{1}{4}(1 + 3) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1;$$

$$\text{б) } \frac{(x+2)^2(2x+6)}{(3x+9)(x^2-4)} = \frac{2(x+2)^2(x+3)}{3(x+3)(x-2)(x+2)} = \frac{2(x+2)}{3(x-2)}.$$

Найдем значение этого выражения при $x = 0,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(0,5+2)}{3(0,5-2)} = \frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot (-1,5)} = -\frac{2 \cdot 2,5}{3 \cdot 1,5} = -\frac{10}{9} = -1\frac{1}{9}.$$

Найдем значение этого выражения при $x = -1,5$:

$$\frac{2(x+2)}{3(x-2)} = \frac{2(-1,5+2)}{3(-1,5-2)} = \frac{2 \cdot 0,5}{3 \cdot (-3,5)} = \frac{1}{-10,5} = -\frac{2}{21}.$$

Ответ: а) 1; б) $-1\frac{1}{9}; -\frac{2}{21}$.

№ 124.

$$\text{а) } \frac{x^2-1}{5xy} \cdot \frac{x^2y}{1+x} = \frac{x^2y(x-1)(x+1)}{5xy(1+x)} = \frac{x(x-1)}{5};$$

$$\text{б) } \frac{8n^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-4m}{6n} = \frac{8n^2(m^2-4m)}{6n(m^2-16)} = \frac{8mn(m-4)}{6(m^2-16)} = \frac{4nm(m-4)}{3(m-4)(m+4)} = \frac{4nm}{3(m+4)};$$

$$\text{в) } \frac{a^2-b^2}{a^2-3a} \cdot \frac{2a-6}{(a+b)^2} = \frac{(2a-6)(a^2-b^2)}{(a^2-3a)(a+b)^2} = \frac{2(a-3)(a-b)(a+b)}{a(a-3)(a+b)(a+b)} = \frac{2(a-b)}{a(a+b)};$$

$$\text{г) } \frac{bx+3b}{x^2-25} \cdot \frac{(x-5)^2}{ax+3a} = \frac{(bx+3b)(x-5)(x-5)}{(x-5)(x+5)(ax+3a)} = \frac{b(x+3)(x-5)}{a(x+5)(x+3)} = \frac{b(x-5)}{a(x+5)}.$$

№ 125.

$$\text{а) } \frac{mx^2-my^2}{2m+8} \cdot \frac{3m+12}{my+mx} = \frac{(mx^2-my^2)(3m+12)}{(2m+8)(my+mx)} = \frac{3(mx^2-my^2)(m+4)}{(2m+8)(my+mx)} =$$

$$= \frac{3m(x^2-y^2)(m+4)}{2m(m+4)(y+x)} = \frac{3(x-y)(x+y)(m+4)}{2(m+4)(x+y)} = \frac{3(x-y)}{2};$$

$$\text{б) } \frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{7x+7y} = \frac{(ax+ay)(x^2-xy)}{(x^2-2xy+y^2)(7x+7y)} =$$

$$= \frac{ax(x+y)(x-y)}{7(x-y)^2(x+y)} = \frac{ax(x-y)}{7(x-y)^2} = \frac{ax}{7(x-y)};$$

$$\text{в) } \frac{x^3-y^3}{x+y} \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} = \frac{(x^3-y^3)(x^2-y^2)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} =$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x-y)(x+y)}{(x+y)(x^2+xy+y^2)} = (x-y)^2;$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \frac{a^2 - 1}{a^3 + 1} \cdot \frac{a^2 - a + 1}{a^2 + 2a + 1} &= \frac{(a^2 - 1)(a^2 - a + 1)}{(a + 1)(a^2 - a + 1)(a^2 + 2a + 1)} = \\ &= \frac{(a - 1)(a + 1)}{(a + 1)^3} = \frac{a - 1}{(a + 1)^2}; \end{aligned}$$

$$\text{Д) } \frac{b^3 - 8}{b^2 - 9} \cdot \frac{b + 3}{b^2 + 2b + 4} = \frac{(b - 2)(b^2 + 2b + 4)(b + 3)}{(b - 3)(b + 3)(b^2 + 2b + 4)} = \frac{b - 2}{b + 3};$$

$$\text{е) } \frac{c^2 + 6c + 9}{c^3 + 27} \cdot \frac{c^2 - 3c + 9}{3c + 9} = \frac{(c + 3)^2(c^2 - 3c + 9)}{3(c + 3)(c^2 - 3c + 9)(c + 3)} = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{№ 126. а) } \frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} \cdot \frac{x^2 - 16}{2x - 10} &= \frac{(x - 5)^2 \cdot (x^2 - 16)}{(3x + 12) \cdot 2(x - 5)} = \frac{(x - 5)(x - 4)(x + 4)}{6(x + 4)} = \\ &= \frac{(x - 4)(x - 5)}{6}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } \frac{1 - a^2}{4a + 8b} \cdot \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{3 - 3a} = \frac{(1 - a)(1 + a) \cdot (a + 2b)^2}{4 \cdot (a + 2b) \cdot (1 - a) \cdot 3} = \frac{(1 + a)(a + 2b)}{12};$$

$$\text{в) } \frac{y^2 - 25}{y^2 + 12y + 36} \cdot \frac{3y + 18}{2y + 10} = \frac{(y - 5)(y + 5) \cdot 3 \cdot (y + 6)}{(y + 6)^2 \cdot 2 \cdot (y + 5)} = \frac{3(y - 5)}{2(y + 6)};$$

$$\text{г) } \frac{b^3 + 8}{18b^2 + 27b} \cdot \frac{2b + 3}{b^2 - 2b + 4} = \frac{(b + 2)(b^2 - 2b + 4) \cdot (2b + 3)}{9b(2b + 3)(b^2 - 2b + 4)} = \frac{b + 2}{9b}.$$

Упражнения для повторения

№ 127.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{6a^2 + 2ab + 3ac + bc} &= \\ &= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{2a(3a + b) + c(3a + b)} = \\ &= \frac{2a + 3c}{2a + c} - \frac{2b - 3a}{3a + b} - \frac{2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} = \\ &= \frac{(3a + b)(2a + 3c) - (2a + c)(2b - 3a) - 2c(3a + b)}{(3a + b)(2a + c)} = \\ &= \frac{6a^2 + 9ac + 2ab + 3bc - 4ab + 6a^2 - 2bc + 3ac - 6ac - 2bc}{(3a + b)(2a + c)} = \\ &= \frac{12a^2 + 6ac - 2ab - bc}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a(2a + c) - b(2a + c)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{(2a + c)(6a - b)}{(3a + b)(2a + c)} = \frac{6a - b}{3a + b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б) } & \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a^2 - ab + bc - ac} + \frac{a + 3b}{b - a} + \frac{a + 2c}{a - c} = \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{a(a-b) - c(a-b)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} = \\
& = \frac{a^2 - 4ac + 3bc}{(a-b)(a-c)} - \frac{a + 3b}{a - b} + \frac{a + 2c}{a - c} = \\
& = \frac{a^2 - 4ac + 3bc - (a - c)(a + 3b) + (a - b)(a + 2c)}{(a-b)(a-c)} = \\
& = \frac{a^2 - 4ac + 3bc - a^2 - 3ab + ac + 3bc + a^2 + 2ac - ab - 2bc}{(a-b)(a-c)} = \\
& = \frac{a^2 - ac + 4bc - 4ab}{(a-b)(a-c)} = \frac{a(a-c) - 4b(a-c)}{(a-b)(a-c)} = \frac{(a-c)(a-4b)}{(a-b)(a-c)} = \frac{a-4b}{a-b}.
\end{aligned}$$

№ 128. Первые 30 км велосипедист проехал за $\frac{30}{v}$ ч; на втором этапе пути его скорость была $-(v+2)$ км/ч, значит он проехал его за $\frac{17}{v+2}$ ч. Тогда всего ему потребовалось:

$$\frac{30}{v} + \frac{17}{v+2} = \frac{30(v+2) + 17v}{v(v+2)} = \frac{47v + 60}{v(v+2)}.$$

а) Подставим $v=15$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 15 + 60}{15(15+2)} = \frac{705 + 60}{15 \cdot 17} = \frac{765}{255} = 3 \text{ (ч)}.$$

б) Подставим $v=18$ и вычислим t :

$$t = \frac{47v + 60}{v(v+2)} = \frac{47 \cdot 18 + 60}{18(18+2)} = \frac{846 + 60}{18 \cdot 20} = \frac{906}{360} \text{ (ч)} = 2 \text{ ч } 31 \text{ мин}.$$

№ 129. На рисунке изображены графики данных функций.

Найдем координаты точки пересечения:

I. $A(1,5; 2,6)$ – из рисунка.

II. Найдем координаты точки пересечения графиков данных функций из уравнения: $1,2x + 0,9 = -1,3x + 4,4$;

$$1,2x + 1,3x = 4,4 - 0,9;$$

$$2,5x = 3,5; x = 3,5 : 2,5; x = 1,4.$$

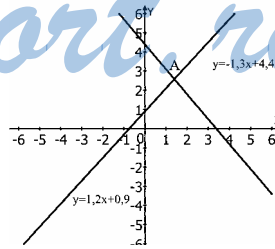
$$\text{Тогда } y = 1,2 \cdot 1,4 + 0,9;$$

$$y = 1,68 + 0,9; y = 2,58; \text{ т.е. } A(1,4; 2,58).$$

Абсолютная погрешность приближенного значения абсциссы равна

$$|1,4 - 1,5| = |-0,1| = 0,1; \text{ абсолютная погрешность приближенного значения}$$

$$\text{ординаты равна } |2,58 - 2,6| = |-0,02| = 0,02.$$



№ 130. а) $3x + b = a$; $3x = a - b$; $x = \frac{a - b}{3}$;

б) $b - 7x = a - b$; $7x = 2b - a$; $x = \frac{2b - a}{7}$;

в) $\frac{x}{a} + 1 = b$; $\frac{x}{a} = b - 1$; $x = a(b - a)$;

г) $b - \frac{x}{10} = a$; $10b - x = 10a$; $x = 10b - 10a = 10(b - a)$.

6. Деление дробей

№ 131. а) $\frac{5m}{6n} : \frac{15m^2}{8} = \frac{5m \cdot 8}{6n \cdot 15m^2} = \frac{40m}{90m^2n} = \frac{4m}{9m^2n} = \frac{4}{9mn}$;

б) $\frac{14}{9x^3} : \frac{7x}{2y^2} = \frac{14 \cdot 2y^2}{9x^3 \cdot 7x} = \frac{14 \cdot 2y^2}{7 \cdot 9x^4} = \frac{4y^2}{9x^4}$; в) $\frac{a^2}{12b} : \frac{ab}{36} = \frac{36a^2}{12b \cdot ab} = \frac{3a}{b^2}$;

г) $\frac{3x}{10a^3} : \frac{1}{5a^2} = \frac{3x \cdot 5a^2}{10a^3} = \frac{15xa^2}{10a^3} = \frac{3x}{2a}$;

д) $\frac{11x}{4y^2} : (22x^2) = \frac{11x}{4y^2} : \frac{22x^2}{1} = \frac{11x \cdot 1}{4y^2 \cdot 22x^2} = \frac{1}{8xy^2}$;

е) $27a^3 : \frac{18a^4}{7b^2} = \frac{27a^3 \cdot 7b^2}{18a^4} = \frac{21b^2}{2a}$;

ж) $\frac{18c^4}{7d} : (9c^2d) = \frac{18c^4}{7d} : \frac{9c^2d}{1} = \frac{18c^4}{7d \cdot 9c^2d} = \frac{2c^2}{7d^2}$;

з) $35x^5y : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y}{1} : \frac{7x^3}{34} = \frac{35x^5y \cdot 34}{7x^3} = 170x^2y$.

№ 132. а) $\frac{6x^2}{5y} : \frac{3x}{10y^3} = \frac{6x^2 \cdot 10y^3}{3x \cdot 5y} = \frac{4x^2y^3}{xy} = 4xy^2$;

б) $\frac{a^2 + 4a + 4}{16 - b^4} : \frac{4 - a^2}{4 + b^2} = \frac{(a + 2)^2(4 + b)^2}{(4 - b^2)(4 + b^2)(2 - a)(2 + a)}$;

в) $\frac{12p^2}{7d^2} : \frac{6p^3}{35d^2} = \frac{12p^2 \cdot 35d^2}{7d^4 \cdot 6p^3} = \frac{10}{pd^2}$;

г) $\frac{9y^2}{20x^3} : \frac{y^5}{16x} = \frac{9y^2 \cdot 16x}{20x^3y^5} = \frac{36 \cdot 4xy^2}{4 \cdot 5x^3y^5} = \frac{36}{5x^2y^3}$;

д) $\frac{3ab}{4xy} : \left(-\frac{21a^2b}{10x^2y} \right) = -\frac{3ab \cdot 10x^2y}{21a^2b \cdot 4xy} = -\frac{5x}{14a}$;

е) $\frac{18a^2b^2}{5cd} : \left(-\frac{9ab^3}{5c^2d^4} \right) = \frac{18a^2b^2 \cdot 5c^2d^4}{5cd \cdot 9ab^3} = \frac{2acd^3}{b}$.

$$\text{№ 133. а) } \frac{6x^2}{m^3n} : \frac{x}{3mn^2} = \frac{6x^2 \cdot 3mn^2}{xm^3n} = \frac{18x^2mn^2}{xm^3n} = \frac{18xn}{m^2};$$

$$\text{б) } \frac{35x^2y}{12ab} : \frac{7xy}{8ab^2} = \frac{35x^2y \cdot 8ab^2}{12ab \cdot 7xy} = \frac{10ab^2x^2y}{3abxy} = \frac{10bx}{3};$$

$$\text{в) } \frac{a^2b^3}{11mn^2} : \left(-\frac{4ab^3}{33mn} \right) = \frac{a^2b^3 \cdot 33mn}{11mn^2 \cdot 4ab^3} = \frac{3a^2b^3mn}{4ab^3mn^2} = -\frac{3a}{4n};$$

$$\text{г) } -\frac{6xy^2}{5ab} : \left(\frac{9x^2y^2}{10ab} \right) = -\frac{6xy^2 \cdot 10ab}{5ab \cdot 9x^2y^2} = -\frac{4}{3x};$$

$$\text{д) } \frac{8mx^2}{3y^3} : (4m^2x) = \frac{8mx^2}{3y^3} : \frac{4m^2x}{1} = \frac{8mx^2 \cdot 1}{3y^3 \cdot 4m^2x} = \frac{2x}{3my^3};$$

$$\text{е) } 15a^2bx : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx}{1} : \frac{a^3b^2}{30x^2} = \frac{15a^2bx \cdot 30x^2}{a^3b^2} = \frac{450x^3}{ab}.$$

$$\text{№ 134. а) } \frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} : \frac{5y}{3x} = \frac{3x^2 \cdot 2y^2 \cdot 5y}{5y^3 \cdot 9x^3 \cdot 3x} = \frac{2}{9x^3};$$

$$\text{б) } \frac{7p^4}{10q^3} : \frac{5q}{14p^2} : \frac{3p}{4q^4} = \frac{7p^4 \cdot 5q \cdot 4q^4}{10q^3 \cdot 14p^2 \cdot 3p} = \frac{pq^2}{3};$$

$$\text{в) } \frac{2ab}{3c^2d} : \frac{2cd^2}{9ab} : \frac{a^2b}{c^3d} = \frac{2ab \cdot 9ab \cdot c^3d}{3c^2d \cdot 2cd^2 \cdot a^2b} = \frac{3a^2b^2c^3d}{a^2bc^3d^3} = \frac{3b}{d^2};$$

$$\text{г) } \frac{8x^2y}{7ab^2} : \frac{4xy^2}{7a^2b} : \frac{2x^2y}{ab} = \frac{8x^2y \cdot 7a^2b \cdot ab}{7ab^2 \cdot 4xy^2 \cdot 2x^2y} = \frac{a^3b^2x^2y}{ab^2x^3y^3} = \frac{a^2}{xy^2}.$$

$$\text{№ 135. а) } \frac{11m^4}{6n^2} : \frac{5m}{6n^3} : \frac{11n^3}{12m^3} = \frac{11m^4 \cdot 5m \cdot 12m^3}{6n^2 \cdot 6n^3 \cdot 11n^3} = \frac{10m^8}{6n^8} = \frac{5m^8}{3n^8};$$

$$\text{б) } \frac{8x^3}{7y^3} : \frac{4x^4}{49y^2} : \frac{7x}{y^2} = \frac{8x^3 \cdot 49y^2 \cdot y^2}{7y^3 \cdot 4x^4 \cdot 7x} = \frac{2y}{x^2};$$

$$\text{в) } \frac{4c^3d^2}{9a^3x^3} : \frac{2cd^2}{3a^2x} : \frac{2cd}{3a^2x^2} = \frac{4c^3d^2 \cdot 3a^2x \cdot 3a^2x^2}{9a^3x^3 \cdot 2cd^2 \cdot 2cd} = \frac{ac}{d};$$

$$\text{г) } \frac{2ax}{yz} : \frac{3bx}{ay} : \frac{9b^2z}{8a^2xy} = \frac{2ax \cdot ay \cdot 9b^2z}{yz \cdot 3bx \cdot 8a^2xy} = \frac{3a^2xyb^2z}{4a^2x^2y^2bz} = \frac{3b}{4xy}.$$

$$\text{№ 136. а) } \frac{m^2 - 3m}{8x^2} : \frac{3m}{8x} = \frac{m(m-3) \cdot 8x}{3m \cdot 8x^2} = \frac{m-3}{3x};$$

$$\text{б) } \frac{5a^2}{6b^3} : \frac{a^3}{ab-b^2} = \frac{5 \cdot b(a-b)}{6ab^3} = \frac{5(a-b)}{6ab^2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 + x^3}{11a^2} : \frac{4 + 4x}{a^3} = \frac{a^3(x^2 + x^3)}{11a^2(4 + 4x)} = \frac{ax^2(1+x)}{11 \cdot 4(1+x)} = \frac{ax^2}{44};$$

$$\Gamma) \frac{6ax}{m^2 - 2m} : \frac{8ax}{3m - 6} = \frac{6ax(3m - 6)}{8ax(m^2 - 2m)} = \frac{3 \cdot 3(m - 2)}{4m(m - 2)} = \frac{9}{4m};$$

$$\Delta) \frac{a^2 - 3ab}{3b} : (7a - 21b) = \frac{a(a - 3b)}{3 \cdot 7b(a - 3b)} = \frac{a}{21b};$$

$$\text{e)} (x^2 - 4y^2) : \frac{5x - 10y}{x} = \frac{(x^2 - 4y^2)}{1} : \frac{5x - 10y}{x} = \frac{(x - 2y)(x + 2y)x}{5(x - 2y)} = \frac{x(x + 2y)}{5};$$

$$\text{ж)} (2a - b)^2 : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{(2a - b)^2}{1} : \frac{4a^3 - ab^2}{3} = \frac{3(2a - b)^2}{a(4a^2 - b^2)} =$$

$$= \frac{3(2a - b)^2}{a(2a - b)(2a + b)} = \frac{3(2a - b)}{a(2a + b)};$$

$$\text{з)} (10m - 15n) : \frac{(2m - 3n)^2}{2m} = \frac{(10m - 15n)}{1} : \frac{(2m - 3n)^2}{2m} =$$

$$= \frac{5(2m - 3n)2m}{(2m - 3n)(2m - 3n)} = \frac{10m}{(2m - 3n)}.$$

№ 137.

$$\text{a)} \frac{x^2 - 4y^2}{xy} : \frac{x^2 - 2xy}{3y} = \frac{(x^2 - 4y^2)3y}{(x^2 - 2xy)xy} = \frac{3y(x - 2y)(x + 2y)}{yx^2(x - 2y)} = \frac{3(x + 2y)}{x^2};$$

$$\text{б)} \frac{ab^2}{a^2 - 1} : \frac{5b}{a - a^2} = \frac{a \cdot ab^2(1 - a)}{5b(a - 1)(a + 1)} = -\frac{a^2b^2(a - 1)}{5b(a - 1)(a + 1)} = -\frac{a^2b}{5(a + 1)};$$

$$\text{в)} \frac{a^2 - 3a}{a^2 - 25} : \frac{a^2 - 9}{a^2 + 5a} = \frac{(a^2 - 3a)(a^2 + 5a)}{(a^2 - 2)(a^2 - 9)} =$$

$$= \frac{a \cdot a(a - 3)(a + 5)}{(a - 5)(a + 5)(a - 3)(a + 3)} = \frac{a^2}{(a - 5)(a + 3)};$$

$$\text{г)} \frac{3m^2 - 3n^2}{m^2 + mp} : \frac{6m - 6n}{p + m} = \frac{(3m^2 - 3n^2)(p + m)}{(m^2 + mp)(6m - 6n)} =$$

$$= \frac{3(m - n)(m + n)(m + p)}{3 \cdot 2m(m + p)(m - n)} = \frac{m + n}{2m};$$

$$\text{д)} (x + 3y) : (x^2 - 9y^2) = \frac{(x + 3y)}{1} : \frac{(x^2 - 9y^2)}{1} = \frac{x + 3y}{(x - 3y)(x + 3y)} = \frac{1}{x - 3y};$$

$$\text{e)} (a^2 - 6ab + 9b^2) : (a^2 - 9b^2) = \frac{(a - 3b)^2}{1} : \frac{(a^2 - 9b^2)}{1} =$$

$$= \frac{(a - 3b)^2}{a^2 - 9b^2} = \frac{(a - 3b)^2}{(a - 3b)(a + 3b)} = \frac{a - 3b}{a + 3b}.$$

$$\text{№ 138. а) } \frac{x^2 - xy}{9y^2} : \frac{2x}{3y} = \frac{x(x-y)3y}{2x \cdot 9y^2} = \frac{x-y}{6y};$$

$$\text{б) } \frac{2a^3 - a^2b}{36b^2} : \frac{2a-b}{9b^3} = \frac{(2a^3 - a^2b)9b^3}{36b^2(2a-b)} = \frac{a^2(2a-b)b}{4(2a-b)} = \frac{a^2b}{4};$$

$$\text{в) } (m^2 - 16n^2) : \frac{3m+12n}{mn} = \frac{(m^2 - 16n^2)}{1} : \frac{3m+12n}{mn} = \\ = \frac{mn(m-4n)(m+4n)}{3(m+4n)} = \frac{mn(m-4n)}{3};$$

$$\text{г) } (x^2 - 25y^2) : (x^2 + 10xy + 25y^2) = \frac{x^2 - 25y^2}{x^2 + 10xy + 25y^2} = \\ = \frac{(x-5y)(x+5y)}{(x+5y)^2} = \frac{x-5y}{x+5y};$$

$$\text{д) } \frac{c^2 + 4c}{c^2 - 4} : \frac{3c+12}{c-2} = \frac{(c^2 + 4c)(c-2)}{(c^2 - 4)(3c+12)} = \frac{c(c+4)(c-2)}{3(c+4)(c-2)(c+2)} = \frac{c}{3(c+2)};$$

$$\text{е) } \frac{9p^2 - 1}{pq - 2q} : \frac{1-3p}{3p-6} = \frac{(9p^2 - 1)(3p-6)}{(pq - 2q)(1-3p)} = \frac{3(9p^2 - 1)(p-2)}{q(p-2)(1-3p)} = \\ = \frac{3(3p-1)(3p+1)(p-2)}{-q(p-2)(3p-1)} = -\frac{3(3p+1)}{q}.$$

№ 139.

$$\text{а) } \frac{4x^2 - 4x}{x+3} : \frac{(2x-2)}{1} = \frac{4x^2 - 4x}{(2x-2)(x+3)} = \frac{4x(x-1)}{2(x-1)(x+3)} = \frac{2x}{x+3};$$

подставим $x = 2,5$, получим: $\frac{2x}{x+3} = \frac{2 \cdot 2,5}{2,5+3} = \frac{5}{5,5} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11};$

подставим $x = -1$, получим: $\frac{2x}{x+3} = \frac{2 \cdot (-1)}{-1+3} = \frac{-2}{2} = -1.$

$$\text{б) } \frac{(3a+6b)}{1} : \frac{2a^2 - 8b^2}{a+b} = \frac{(3a+6b)(a+b)}{2a^2 - 8b^2} = \frac{3(a+2b)(a+b)}{2(a^2 - 4b^2)} = \\ = \frac{3(a+2b)(a+b)}{2(a-2b)(a+2b)} = \frac{3(a+b)}{2(a-2b)};$$

подставим $a = 26$, получим:

$$\frac{3(a+b)}{2(a-2b)} = \frac{3(26-12)}{2(26-2(-12))} = \frac{3 \cdot 14}{2(26+24)} = \frac{42}{2 \cdot 50} = \frac{42}{100} = 0,42.$$

Ответ: а) $\frac{10}{11}; -1$; б) $0,42$.

№ 140. а) $\frac{3x+6y}{x^2-y^2} : \frac{5x+10y}{x^2-2xy+y^2} = \frac{(3x+6y)(x^2-2xy+y^2)}{(x^2-y^2)(5x+10y)} =$
 $= \frac{3(x+2y)(x-y)^2}{5(x-y)(x+y)(x+2y)} = \frac{3(x-y)}{5(x+y)}$;

б) $\frac{a^2+4a+4}{16-b^4} : \frac{4-a^2}{4+b^2} = \frac{(a+2)^2(4+b^2)}{(4-b^2)(4+b^2)(2-a)(2+a)} = \frac{a+2}{(4-b^2)(2-a)}$;

в) $\frac{a^2+ax+x^2}{ax+2ay} : \frac{a^3-x^3}{bx+2by} = \frac{b(a^2+ax+x^2)(x+2y)}{a(x+2y)(a-x)(a^2+ax+x^2)} = \frac{b}{a(a-x)}$;

г) $\frac{4m^2-25n^2}{m^3+8} : \frac{2m+5n}{m^2-2m+4} = \frac{(4m^2-25n^2)(m^2-2m+4)}{(m^3+8)(2m+5n)} =$
 $= \frac{(2m+5n)(2m-5n)(m^2-2m+4)}{(m+2)(m^2-2m+4)(2m+5n)} = \frac{2m-5n}{m+2}$.

№ 141.

а) $\frac{m^2+6m+9}{2x^2y} : \frac{am+3a}{4xy} = \frac{(m^2+6m+9)4xy}{(am+3a)2x^2y} = \frac{(m+3)^2 4xy}{a(m+3)2x^2y} = \frac{2(m+3)}{ax}$;

б) $\frac{ab^3}{7-7p} : \frac{a^2b^2}{1-2p+p^2} = \frac{ab^3(1-2p+p^2)}{(7-7p)a^2b^2} = \frac{b^2(1-p)^2}{7(1-p)ab} = \frac{b(1-p)}{7a}$;

в) $\frac{a^2+ax+x^2}{x-1} : \frac{a^3-x^3}{x^2-1} = \frac{(a^2+ax+x^2)(x^2-1)}{(x-1)(a^3-x^3)} =$
 $= \frac{(x-1)(x+1)(a^2+ax+x^2)}{(x-1)(a-x)(a^2+ax+x^2)} = \frac{x+1}{a-x}$;

г) $\frac{ap^2-9a}{p^3-8} : \frac{p+3}{2p-4} = \frac{(ap^2-9a)(2p-4)}{(p^3-8)(p+3)} = \frac{a(p^2-9)(2p-4)}{(p^3-8)(p+3)} =$
 $= \frac{2a(p-3)(p+3)(p-2)}{(p-2)(p^2+2p+4)(p+3)} = \frac{2a(p-3)}{p^2+2p+4}$.

Упражнения для повторения

№ 142. а) $\frac{2b}{2b+3} + \frac{5}{3-2b} - \frac{4b^2+9}{4b^2-9} = \frac{2b}{2b+3} - \frac{5}{2b-3} - \frac{4b^2+9}{(2b-3)(2b+3)} =$
 $= \frac{2b(2b-3) - 5(2b+3) - (4b^2+9)}{(2b-3)(2b+3)} = \frac{4b^2-6b-10b-15-4b^2-9}{(2b-3)(2b+3)} =$
 $= -\frac{8(2b+3)}{(2b-3)(2b+3)} = -\frac{8}{2b-3} = \frac{8}{3-2b}$;

$$\begin{aligned}
& \text{б) } \frac{c+6b}{ac+2bc-6ab-3a^2} + \frac{2b}{a^2+2ab} - \frac{b}{ac-3a^2} = \\
& = \frac{c+6b}{c(a+2b)-3a(2b+a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
& = \frac{c+6b}{(a+2b)(c-3a)} + \frac{2b}{a(a+2b)} - \frac{b}{a(c-3a)} = \\
& = \frac{a(c+6b)+2b(c-3a)-b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
& = \frac{ac+6ba+2bc-6ab-ab-2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{ac+2bc-ab-2b^2}{a(a+2b)(c-3a)} = \\
& = \frac{c(a+2b)-b(a+2b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{(a+2b)(c-b)}{a(a+2b)(c-3a)} = \frac{c-b}{a(c-3a)}.
\end{aligned}$$

№ 143. Пусть x км/ч – скорость течения реки, тогда $(10-x)$ км/ч – скорость лодки против течения; $45 \text{ мин} = \frac{3}{4} \text{ ч}$; за $\frac{3}{4} \text{ ч}$ лодка прошла –

$\frac{3}{4}(10-x)$ км; $(3 \cdot x)$ км – лодка прошла обратно до пристани после того, как испортился мотор. Получаем уравнение:

$$\frac{3}{4}(10-x) = 3x; \quad \frac{30}{4} - \frac{3}{4}x = 3x; \quad \frac{30}{4} = \frac{15}{4}x; \quad x = \frac{30}{4} : \frac{15}{4} = 2. \quad \text{Ответ: } 2 \text{ км/ч.}$$

№ 144. а) $2cy = ab; c = \frac{ab}{2y}$; б) $2cy = ab; a = \frac{2cy}{b}$.

№ 145. а) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac=ab; c(a+b)=ab; c = \frac{ab}{a+b}$;

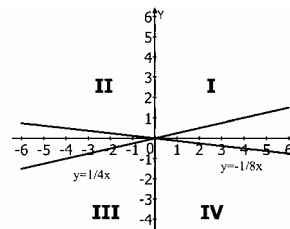
б) $\frac{bc+ac}{abc} = \frac{ab}{abc}; bc+ac=ab; bc-ab=-ac; b(c-a)=-ac$;

$b = -\frac{ac}{c-a}; b = \frac{ac}{a-c}$.

№ 146.

На рисунке изображены графики данных функций.

При $k > 0$ график в I и III четвертях;
При $k < 0$ график во II и IV четвертях.



7. Преобразование рациональных выражений

$$\text{№ 147. а) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right) = \frac{x^2 - y^2}{xy^2} : \frac{x+y}{xy} = \frac{(x+y)(x-y)xy}{(x+y)xy^2} = \frac{x-y}{y};$$

$$\text{б) } \left(\frac{a}{m^2} + \frac{a^2}{m^3} \right) : \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{m}{a} \right) = \frac{am + a^2}{m^3} : \frac{m^2 + am}{a^2} =$$

$$= \frac{a^2(am + a^2)}{m^3(m^2 + am)} = \frac{a^2 \cdot a(m+a)}{m^3 \cdot m(m+a)} = \frac{a^3}{m^4};$$

$$\text{в) } \frac{ab + b^2}{3} : \frac{b^3}{3a} + \frac{a+b}{b} = \frac{3a(ab + b^2)}{3b^3} + \frac{a+b}{b} =$$

$$= \frac{ab(a+b)}{b^3} + \frac{a+b}{b} = \frac{a^2 + ab + ab + b^2}{b^2} = \frac{(a+b)^2}{b^2};$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{x} - \frac{5y}{x^2} : \frac{x^2 - xy}{5y} = \frac{x-y}{x} - \frac{5y(x^2 - xy)}{5x^2y} =$$

$$= \frac{x-y}{x} - \frac{5yx(x-y)}{5x^2y} = \frac{x-y}{x} - \frac{x-y}{x} = 0.$$

$$\text{№ 148. а) } \left(\frac{x}{x+1} + 1 \right) \cdot \frac{1+x}{2x-1} = \frac{(2x+1)(x+1)}{(x+1)(2x-1)} = \frac{2x+1}{2x-1};$$

$$\text{б) } \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(1 - \frac{1}{1-y} \right) = \frac{5y^2}{1-y^2} : \left(\frac{1-y-1}{1-y} \right) =$$

$$= -\frac{5y^2(1-y)}{y(1-y^2)} = -\frac{5y(1-y)}{(-y)(1+y)} = -\frac{5y}{1+y};$$

$$\text{в) } \left(\frac{4a}{2-a} - a \right) : \frac{a+2}{a-2} = \left(\frac{4a - a(2-a)}{2-a} \right) : \frac{a+2}{a-2} =$$

$$= \frac{4a - 2a + a^2}{2-a} : \frac{a+2}{a-2} = \frac{(a^2 + 2a)(a-2)}{(2-a)(a+2)} = -a;$$

$$\text{г) } \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(x + \frac{x}{2-x} \right) = \frac{x-2}{x-3} \cdot \left(\frac{x(2-x) + x}{2-x} \right) = \frac{(x-2)(2x - x^2 + x)}{(x-3)(2-x)} =$$

$$= \frac{-(x-2)(x^2 - 3x)}{-(x-3)(x-2)} = \frac{x(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-2)} = x.$$

№ 149.

$$\text{а) } \left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5} = \frac{(2m+1)^2 - (2m-1)^2}{(2m-1)(2m+1)} : \frac{4m}{10m-5} =$$

$$= \frac{(4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 + 4m - 1)(10m - 5)}{(2m - 1)(2m + 1) \cdot 4m} = \frac{8m(10m - 5)}{4m(2m - 1)(2m + 1)} = \frac{10}{2m + 1};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} \right) &= \frac{x+3}{x^2+3} \left(\frac{x^2+6x+9+x^2-6x+9}{(x-3)(x+3)} \right) = \\ &= \frac{(x+3)(2x^2+18)}{(x^2+3)(x-3)(x+3)} = \frac{2(x^2+9)}{(x-3)(x^2+3)}. \end{aligned}$$

№ 150.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a+1}{a-3} + \frac{6a-1}{a+3} \right) &= \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{6a^2+18a+a+3+6a^2-18a-a+3}{(a-3)(a+3)} \right) = \\ &= \frac{a^2-9}{2a^2+1} \cdot \left(\frac{12a^2+6}{(a-3)(a+3)} \right) = \frac{6(a-3)(a+3)(2a^2+1)}{(2a^2+1)(a-3)(a+3)} = 6; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \left(\frac{5x+y}{x-5y} + \frac{5x-y}{x+5y} \right) \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} &= \\ &= \frac{(5x+y)(x+5y) + (x-5y)(5x-y)}{(x-5y)(x+5y)} \cdot \frac{x^2+y^2}{x^2-25y^2} = \\ &= \frac{(5x^2+25xy+xy+5y^2+5x^2-xy-25xy+5y^2)(x^2-25y^2)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = \\ &= \frac{10(x^2+y^2)(x-5y)(x+5y)}{(x-5y)(x+5y)(x^2+y^2)} = 10. \end{aligned}$$

$$\text{№ 151. а)} \quad \left(\frac{a}{b^2-ab} + \frac{b}{a^2-ab} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} = \left(\frac{a}{b(b-a)} + \frac{b}{a(a-b)} \right) \cdot \frac{ab}{b-a} =$$

$$= \frac{a^2-b^2}{ab(b-a)} \cdot \frac{ab}{b-a} = \frac{(a-b)(a+b)ab}{ab(b-a)(b-a)} = \frac{ab(a-b)(a+b)}{ab(a-b)(a-b)} = \frac{a+b}{a-b};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \left(\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) \cdot \frac{x^2-y^2}{8xy} &= \left(\frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} \right) \cdot \frac{x^2-y^2}{8xy} = \\ &= \frac{(x^2-y^2)8xy}{(x^2-y^2)xy(x-y)} = \frac{8}{x-y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \left(\frac{4p-8}{p^3-2p^2} - \frac{q+2}{q^3+2q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} &= \left(\frac{4(p-2)}{p^2(p-2)} - \frac{q+2}{q^2(q+2)} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \\ &= \left(\frac{4}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right) \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{4q^2-p^2}{p^2q^2} \cdot \frac{p}{2q-p} = \frac{(2q-p)(2q+p)}{(2q-p)pq^2} = \frac{2q+p}{pq^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma) & \left(\frac{a-7b}{ab-b^2} + \frac{7a+b}{a^2-ab} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \left(\frac{a-7b}{b(a-b)} + \frac{7a+b}{a(a-b)} \right) : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \frac{a(a-7b)+b(7a+b)}{ab(a-b)} : \frac{a^2+b^2}{a-b} = \\
 & = \frac{(a^2-7ab+7ab+b^2)(a-b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)} = \frac{1}{ab}.
 \end{aligned}$$

№ 152.

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & \frac{a^2-25}{a+3} \cdot \frac{1}{a^2+5a} - \frac{a+5}{a^2-3a} = \frac{(a-5)(a+5)}{a(a+5)(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \\
 & = \frac{a-5}{a(a+3)} - \frac{a+5}{a(a-3)} = \frac{(a-3)(a-5) - (a+3)(a+5)}{a(a+3)(a-3)} = \\
 & = \frac{a^2-5a-3a+15 - a^2-5a-3a-15}{a(a+3)(a-3)} = -\frac{16a}{a(a+3)(a-3)} = \frac{16}{9-a^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} & \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x+2} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{(x^2+3x)(4x+2)}{(4x^2-1)(3+x)} = \\
 & = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x(x+3)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)(x+3)} = \frac{1-2x}{2x+1} + \frac{2x}{2x-1} = \\
 & = \frac{-(2x-1)(2x-1) + 2x(2x+1)}{(2x+1)(2x-1)} = \frac{-4x^2+4x-1+4x^2+2x}{4x^2-1} = \frac{6x-1}{4x^2-1};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} & \frac{b-c}{a+b} - \frac{ab-b^2}{a^2-ac} \cdot \frac{a^2-c^2}{a^2-b^2} = \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a-b)(a-c)(a+c)}{a(a-c)(a-b)(a+b)} = \\
 & = \frac{b-c}{a+b} - \frac{b(a+c)}{a(a+b)} = \frac{a(b-c) - b(a+c)}{a(a+b)} = \\
 & = \frac{ab-ac-ab-bc}{a(a+b)} = \frac{-c(a+b)}{a(a+b)} = -\frac{c}{a}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г)} & \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a^2-2a}{xy+3y} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{a^2-4}{x^2-9} : \frac{a(a-2)}{y(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
 & = \frac{y(a^2-4)(x+3)}{a(a-2)(x-3)(x+3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a-2)(a+2)}{a(a-2)(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \\
 & = \frac{y(a+2)}{a(x-3)} + \frac{2-y}{x-3} = \frac{y(a+2) + a(2-y)}{a(x-3)} = \frac{ay+2y+2a-ay}{a(x-3)} = \\
 & = \frac{2y+2a}{a(x-3)} = \frac{2(a+y)}{a(x-3)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 153. а) } & \left(2x+1-\frac{1}{1-2x}\right) : \left(2x-\frac{4x^2}{2x-1}\right) = \left(\frac{2x+1}{1}+\frac{1}{2x-1}\right) : \left(\frac{2x}{1}-\frac{4x^2}{2x-1}\right) = \\ & = \frac{(2x-1)(2x+1)+1}{2x-1} : \frac{2x(2x-1)-4x^2}{2x-1} = \frac{4x^2-1+1}{2x-1} : \frac{4x^2-2x-4x^2}{2x-1} = \\ & = \frac{-4x^2(2x-1)}{2x(2x-1)} = -2x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \left(\frac{pq}{p^2-q^2}+\frac{q}{q-p}\right) : \left(p-q+\frac{4q^2-p^2}{p+q}\right) = \\ & = \left(\frac{pq}{(p-q)(p+q)}-\frac{q}{p-q}\right) : \left(\frac{p-q}{1}+\frac{4q^2-p^2}{p+q}\right) = \\ & = \frac{pq-q(p+q)}{(p-q)(p+q)} : \frac{(p+q)(p-q)+4q^2-p^2}{p+q} = \\ & = \frac{(pq-pq-q^2)}{(p-q)(p^2-q^2+4q^2-p^2)} = \frac{-q^2}{(p-q)3q^2} = \frac{1}{3(q-p)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & (a^2+2a+1) \cdot \left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a^2-1}-\frac{1}{a-1}\right) = (a+1)^2 \left(\frac{1}{a+1}-\frac{1}{(a+1)(a-1)}-\frac{1}{a-1}\right) = \\ & = (a+1)^2 \frac{a-1+1-a-1}{(a+1)(a-1)} = -\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a+1}{a-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } & \left(1-\frac{9x^2+4}{12x}\right) : \left(\frac{1}{3x}-\frac{1}{2}\right) + 1 = \left(\frac{12x-9x^2-4}{12x} : \frac{2-3x}{6x}\right) + 1 = \\ & = \frac{-6(9x^2-12x+4)}{12x(2-3x)} + 1 = \frac{(3x-2)^2}{2(3x-2)} + 1 = \frac{3x-2}{2} + 1 = \frac{3x}{2} - 1 + 1 = \frac{3x}{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д) } & 1 - \left(\frac{2}{a-2}-\frac{2}{a+2}\right) : \left(a-\frac{3a+2}{4}\right) = 1 - \left(\frac{2(a+2)-2(a-2)}{(a-2)(a+2)}\right) : \left(\frac{4a-3a-2}{4}\right) = \\ & = 1 - \left(\frac{2a+4-2a+4}{(a-2)(a+2)}\right) : \frac{a-2}{4} = 1 - \frac{8(a-2)}{4(a-2)(a+2)} = \\ & = 1 - \frac{2}{a+2} = \frac{a+2-2}{a+2} = \frac{a}{a+2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } & (y^2-4) \cdot \left(\frac{3}{y+2}-\frac{2}{y-2}\right) + 5 = \\ & = (y-2)(y+2) \cdot \left(\frac{3y-6-2y-4}{(y+2)(y-2)}\right) + 5 = y-10+5 = y-5. \end{aligned}$$

№ 154.

$$\begin{aligned} \text{a)} \left(\frac{1}{y} + \frac{2}{x-y} \right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + y^2}{x+y} \right) &= \left(\frac{x-y+2y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x(x+y) - x^2 - y^2}{x+y} \right) = \\ &= \left(\frac{x+y}{y(x-y)} \right) \cdot \left(\frac{x^2 + xy - x^2 - y^2}{x+y} \right) = \frac{(xy - y^2)}{y(x-y)} = \frac{y(x-y)}{y(x-y)} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(a+b - \frac{2ab}{a+b} \right) \cdot \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{b}{a} \right) &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a+b} \cdot \frac{a(a-b) + b(a+b)}{a(a+b)} = \\ &= \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a+b} \cdot \frac{a^2 - ab + ab + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{(a^2 + b^2)(a+b)} = a; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 \right) &= (x^2 - 1) \cdot \left(\frac{x+1 - x+1 + x^2 - 1}{(x-1)(x+1)} \right) = \\ &= \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 1)}{(x-1)(x+1)} = x^2 + 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \left(m+1 - \frac{1}{1-m} \right) \cdot \left(m - \frac{m^2}{m-1} \right) &= \frac{(m+1)(1-m) - 1}{1-m} \cdot \frac{m(m-1) - m^2}{m-1} = \\ &= \frac{-(m+1)(m-1) - 1}{-(m-1)} \cdot \frac{m^2 - m - m^2}{m-1} = \frac{(-m^2 + 1 - 1)(m-1)}{m(m-1)} = \frac{-m^2(m-1)}{m(m-1)} = -m. \end{aligned}$$

№ 155.

$$\begin{aligned} \text{a)} \frac{4xy}{y^2 - x^2} \cdot \left(\frac{1}{y^2 - x^2} + \frac{1}{x^2 + 2xy + y^2} \right) &= \frac{4xy}{y^2 - x^2} \cdot \left(\frac{1}{(y-x)(y+x)} + \frac{1}{(x+y)^2} \right) = \\ &= \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} \cdot \frac{x+y+y-x}{(y-x)(y+x)^2} = \frac{4xy}{(y-x)(y+x)} \cdot \frac{2y}{(y-x)(y+x)^2} = \\ &= \frac{4xy(y-x)(y+x)^2}{(y-x)(y+x)2y} = 2x(y+x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \left(\frac{x-2y}{x^2 + 2xy} - \frac{1}{x^2 - 4y^2} \cdot \frac{x+2y}{(2y-x)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} &= \\ &= \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(2y-x)^2}{(x-2y)(x+2y)(x+2y)} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\ &= \left(\frac{x-2y}{x(x+2y)} - \frac{(x-2y)}{(x+2y)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{(x+2y)(x-2y) - x(x-2y)}{x(x+2y)^2} \right) \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \\
&= \frac{x^2 - 4y^2 - x^2 + 2xy}{x(x+2y)^2} \cdot \frac{(x+2y)^2}{4y^2} = \frac{-2y(2y-x)(x+2y)^2}{4y^2x(x+2y)^2} = \\
&= \frac{(x-2y)(x+2y)^2}{2yx(x+2y)^2} = \frac{x-2y}{2xy};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{B)} \quad &\left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{a^2+n^2+2an} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{a^2-n^2} \right) = \\
&= \left(\frac{a^2}{a+n} - \frac{a^3}{(a+n)^2} \right) : \left(\frac{a}{a+n} - \frac{a^2}{(a-n)(a+n)} \right) = \\
&= \left(\frac{a^2(a+n) - a^3}{(a+n)^2} \right) : \left(\frac{a^2 - an - a^2}{(a+n)(a-n)} \right) = -\frac{a^2n(a+n)(a-n)}{an(a+n)^2} = \frac{a(n-a)}{a+n};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{r)} \quad &\left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{4a^2+4ab+b^2} \right) : \left(\frac{2a}{4a^2-b^2} + \frac{1}{b-2a} \right) = \\
&= \left(\frac{2a}{2a+b} - \frac{4a^2}{(2a+b)^2} \right) : \left(\frac{2a}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{1}{2a-b} \right) = \\
&= \frac{2a(2a+b) - 4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{2a - 2a - b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{4a^2 + 2ab - 4a^2}{(2a+b)^2} : \frac{(-b)}{(2a-b)(2a+b)} = \\
&= -\frac{2ab(2a-b)(2a+b)}{(2a+b)^2b} = -\frac{2a(2a-b)}{2a+b} = \frac{2a(b-2a)}{2a+b}.
\end{aligned}$$

№ 156.

$$\begin{aligned}
\text{a)} \quad &\frac{x+2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{3x-3}{x^2-4} - \frac{3}{x-2} = \\
&= \frac{3(x+2)(x-1)}{(x-1)^2(x-2)(x+2)} - \frac{3}{x-2} = \frac{3}{(x-1)(x-2)} - \frac{3}{x-2} = \\
&= \frac{3-3(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{3-3x+3}{(x-1)(x-2)} = \frac{3(2-x)}{(x-1)(x-2)} = -\frac{3}{x-1} = \frac{3}{1-x};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б)} \quad &\frac{a-2}{4a^2+16a+16} : \left(\frac{a}{2a-4} - \frac{a^2+4}{2a^2-8} - \frac{2}{a^2+2a} \right) = \\
&= \frac{a-2}{(2a+4)^2} : \left(\frac{a}{2(a-2)} - \frac{a^2+4}{2(a-2)(a+2)} - \frac{2}{a(a+2)} \right) =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a-2}{(2a+4)^2} \cdot \frac{a^2(a+2) - a(a^2+4) - 4(a-2)}{2a(a-2)(a+2)} = \\
&= \frac{a-2}{(2a+4)^2} \cdot \frac{a^3 + 2a^2 - a^3 - 4a - 4a + 8}{2a(a-2)(a+2)} = \\
&= \frac{a-2}{(2a+4)^2} \cdot \frac{2a^2 - 8a + 8}{2a(a-2)(a+2)} = \frac{a-2}{(2a+4)^2} \cdot \frac{2(a-2)^2}{2a(a-2)(a+2)} = \\
&= \frac{a(a-2)(a-2)(a+2)}{(2a+4)^2(a-2)^2} = \frac{a(a+2)}{(2a+4)(2a+4)} = \frac{a}{4(a+2)};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{B)} \left(\frac{y^2-3y}{y^2-6y+9} - \frac{3y+9}{y^2-9} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) &= \left(\frac{y^2-3y}{(y-3)^2} - \frac{3y+9}{(y-3)(y+3)} \right) \cdot \left(1 - \frac{3}{y} \right) = \\
&= \frac{y(y-3)(y+3) - 3(y+3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \left(\frac{y-3}{y} \right) = \\
&= \frac{(y+3)(y-3)(y-3)}{(y-3)^2(y+3)} \cdot \frac{y-3}{y} = \frac{y-3}{y}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{№ 157. a)} \left(\frac{a-1}{3a+(a-1)^2} - \frac{1-3a+a^2}{a^3-1} - \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a^2+1}{1-a} &= \\
&= \left(\frac{a-1}{3a+a^2-2a+1} - \frac{1-3a+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1}{a-1} \right) \cdot \frac{a^2+1}{1-a} = \\
&= \frac{a^2-2a+1-a^2+3a-1-a^2-a-1}{(a-1)(a^2+a+1)} \cdot \frac{a^2+1}{1-a} = \\
&= \frac{(-a^2-1)(1-a)}{(a-1)(a^2+a+1)(a^2+1)} = \frac{1}{a^2+a+1};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{б)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1} \right) &= \\
&= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)(x^2-x+1)} + \frac{3}{x^2-x+1} \right) \cdot \left(\frac{x(x+1) - 2x+1}{x+1} \right) = \\
&= \frac{x^2-x+1-3+3x+3}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2+x-2x+1}{x+1} = \\
&= \frac{x^2+2x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} \cdot \frac{x^2-x+1}{x+1} = \frac{(x+1)^2(x^2-x+1)}{(x+1)(x+1)(x^2-x+1)} = 1.
\end{aligned}$$

№ 158.

$$\text{a)} \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{p^2-q^2}{qp} =$$

$$= \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \cdot \frac{(p-q)(p+q)}{qp} = \frac{2p-q}{pq} - \frac{(p-q)(p+q)}{pq(p+q)} =$$

$$= \frac{2p-q}{pq} - \frac{p-q}{pq} = \frac{2p-q-p+q}{pq} = \frac{p}{pq} = \frac{1}{q}; \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$\text{б) } \left(a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : (a-b) = \frac{a(a+b) - 4ab + b(a+b)}{a+b} : (a-b) =$$

$$= \frac{a^2 + ab - 4ab + ab + b^2}{a+b} : \frac{a-b}{1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b};$$

$$\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{a^2 - ab + ab + b^2 - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a-b}{a+b}; \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$\text{в) } \frac{1,2x^2 - xy}{0,36x^2 - 0,25y^2} = \frac{20x}{6x+5y}; \quad \frac{100(1,2x^2 - xy)}{100(0,36x^2 - 0,25y^2)} = \frac{20x}{6x+5y};$$

$$\frac{120x^2 - 100xy}{36x^2 - 25y^2} - \frac{20x}{6x+5y} = 0; \quad \frac{120x^2 - 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} - \frac{20x}{6x+5y} = 0;$$

$$\frac{120x^2 - 100xy - 120x^2 + 100xy}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0; \quad \frac{0}{(6x-5y)(6x+5y)} = 0;$$

$0=0$, что и требовалось доказать.

№ 159.

$$\text{а) } \frac{a+b}{2(a-b)} - \frac{a-b}{2(a+b)} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2(a-b)(a+b)} =$$

$$= \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2a \cdot 2b}{2(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)};$$

$$\frac{b}{a-b} - \frac{b^2-ab}{a^2-b^2} = \frac{b}{a-b} - \frac{b(b-a)}{(a-b)(a+b)} = \frac{-b}{a-b} + \frac{b(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{b}{a-b} + \frac{b}{a+b} =$$

$$= \frac{ab+b^2+ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2ab}{(a-b)(a+b)}; \text{ тождество доказано.}$$

$$\text{б) } \frac{4,5a+4x}{0,81a^2-0,64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{100(0,81a^2-0,64x^2)} = \frac{50}{9a-8x},$$

$$\frac{100(4,5a+4x)}{81a^2-64x^2} = \frac{50}{9a-8x}; \quad \frac{100(4,5a+4x)}{(9a-8x)(9a+8x)} - \frac{50}{9a-8x} = 0;$$

$$\frac{450a+400x-450a-400x}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0; \quad \frac{0}{(9a-8x)(9a+8x)} = 0, 0=0; \text{ тождество доказано.}$$

$$\begin{aligned}
 \text{№ 160. а) } & \left(\frac{2ab}{a^2-b^2} + \frac{a-b}{2a+2b} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} + \frac{b}{b-a} = \\
 & = \left(\frac{2ab}{(a-b)(a+b)} + \frac{a-b}{2(a+b)} \right) \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \\
 & = \frac{4ab+a^2-2ab+b^2}{2(a-b)(a+b)} \cdot \frac{2a}{a+b} - \frac{b}{a-b} = \frac{(a+b)^2 \cdot 2a}{2(a-b)(a+b)(a+b)} - \frac{b}{a-b} = \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b} = 1;
 \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & \frac{y}{x-y} - \frac{x^3-xy^2}{x^2+y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{x^2-y^2} \right) = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2} \cdot \left(\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} \right) = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2-y^2)}{x^2+y^2} \cdot \frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x^2-y^2)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)} = \\
 & = \frac{y}{x-y} - \frac{x(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} = \frac{y}{x-y} - \frac{x}{x-y} = \frac{y-x}{x-y} = -\frac{x-y}{x-y} = -1, \text{ что и требо-}
 \end{aligned}$$

валось доказать.

№ 161.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{a^3-c^3} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\
 & = \left(\frac{1}{a-c} - \frac{3c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} - \frac{c}{a^2+ac+c^2} \right) \cdot \left(c + \frac{a^2}{a+c} \right) = \\
 & = \frac{a^2+ac+c^2-3c^2-ac+c^2}{(a-c)(a^2+ac+c^2)} \cdot \frac{ac+c^2+a^2}{a+c} = \\
 & = \frac{(a^2-c^2)(a^2+ac+c^2)}{(a^2+ac+c^2)(a-c)(a+c)} = 1, \text{ не зависит от } a \text{ и } c.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } & 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c}{a^3-c^3} \cdot \frac{a^2+ac+c^2}{a+c} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\
 & = 3a \left(\frac{1}{a-c} - \frac{c(a^2+ac+c^2)}{(a-c)(a^2+ac+c^2)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\
 & = 3a \left(\frac{a+c-c}{(a-c)(a+c)} \right) - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \frac{3a \cdot a}{(a-c)(a+c)} - \frac{3c^2}{a^2-c^2} = \\
 & = \frac{3a^2-3c^2}{a^2-c^2} = 3 - \text{ не зависит от } a \text{ и } c.
 \end{aligned}$$

№ 162.

$$a) \left(n + \frac{1}{n}\right)^2 = \left(\frac{n^2 + 1}{n}\right)^2 = \frac{n^4 + 2n^2 + 1}{n^2};$$

$$б) \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{a^2 - b^2}{ab}\right)^2 = \frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}{a^2b^2};$$

$$в) \left(\frac{x}{y} + 1\right)^2 + \left(\frac{x}{y} - 1\right)^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2\frac{x}{y} + 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2 - 2\frac{x}{y} + 1 = 2\frac{x^2}{y^2} + 2 = \frac{2(x^2 + y^2)}{y^2};$$

$$г) \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p}\right)^2 - \left(\frac{p}{q} - \frac{q}{p}\right)^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 + 2\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} + \left(\frac{q}{p}\right)^2 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 + 2\frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} - \left(\frac{q}{p}\right)^2 = 2 + 2 = 4;$$

$$д) \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y}\right)^2 - \left(\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y}\right)^2 = \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} + \frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y}\right) \cdot \left(\frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y} - \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{y}\right) = \frac{2(x+y)}{x} \cdot \frac{2(x-y)}{y} = \frac{4(x^2 - y^2)}{xy};$$

$$e) a^2 \left(\frac{a+b}{a} - 1\right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b}{b} + 1\right)^2 = a^2 \left(\frac{a+b-a}{a}\right)^2 + b^2 \left(\frac{a-b+b}{b}\right)^2 = \frac{a^2b^2}{a^2} + \frac{b^2a^2}{b^2} = b^2 + a^2.$$

№ 163.

$$a) \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} : \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1};$$

$$б) \frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1} = \frac{2a-b+b}{b} : \frac{2a+b-b}{b} = \frac{2a}{b} : \frac{2a}{b} = 1;$$

$$в) \frac{\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2}}{\frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2}} = \frac{x^3 + y^3}{y^2x^2} : \frac{x^3 - y^3}{x^2y^2} = \frac{(x^3 + y^3)x^2y^2}{(x^3 - y^3)x^2y^2} = \frac{x^3 + y^3}{x^3 - y^3};$$

$$г) \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}} = \frac{bc + ac + ab}{abc} : \frac{c + a + b}{abc} = \frac{(bc + ac + ab)abc}{abc(c + a + b)} = \frac{bc + ac + ab}{a + b + c}.$$

№ 164.

$$\text{a) } \frac{2 - \frac{a}{x}}{2 + \frac{a}{x}} = \frac{2x - a}{x} : \frac{2x + a}{x} = \frac{x(2x - a)}{x(2x + a)} = \frac{2x - a}{2x + a};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{a-b}{c} + 3}{\frac{a+b}{c} - 1} = \frac{a-b+3c}{c} : \frac{a+b-c}{c} = \frac{(a-b+3c)c}{(a+b-c)c} = \frac{a-b+3c}{a+b-c};$$

$$\text{в) } \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{y+x}{xy} : \frac{y-x}{xy} = \frac{xy(y+x)}{xy(y-x)} = \frac{y+x}{y-x};$$

$$\text{г) } \frac{x-y}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}} = \frac{x-y}{1} : \frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{xy(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy}{x+y}.$$

№ 165. а) Подставим $x = \frac{ab}{a+b}$ и получим:

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{x-b} &= \frac{\frac{ab}{a+b} - a}{\frac{ab}{a+b} - b} = \frac{ab - a^2 - ab}{a+b} : \frac{ab - ab - b^2}{a+b} = \left(-\frac{a^2}{a+b}\right) : \left(-\frac{b^2}{a+b}\right) = \\ &= \frac{a^2(a+b)}{b^2(a+b)} = \frac{a^2}{b^2}. \end{aligned}$$

б) Подставим $x = \frac{a-b}{a+b}$ и получим:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a}{b} - x}{\frac{b}{a} + x} &= \frac{\frac{a}{b} - \frac{a-b}{a+b}}{\frac{b}{a} + \frac{a-b}{a+b}} = \frac{a^2 + ab - ab + b^2}{b(a+b)} : \frac{ab + b^2 + a^2 - ab}{a(a+b)} = \\ &= \frac{a^2 + b^2}{b(a+b)} : \frac{a^2 + b^2}{a(a+b)} = \frac{a(a^2 + b^2)(a+b)}{b(a^2 + b^2)(a+b)} = \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

№ 166.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{\frac{a^4}{4} - \frac{b^2}{9}}{\frac{a}{12} + \frac{b}{18}} &= \frac{9a^2 - 4b^2}{36} : \frac{3a+2b}{36} = \frac{36(9a^2 - 4b^2)}{36(3a+2b)} = \\ &= \frac{(3a-2b)(3a+2b)}{3a+2b} = 3a - 2b. \end{aligned}$$

Подставим $a = \frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{2}$ и получим:

$$3a - 2b = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2 + 1 = 3;$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{0,2a-b}{\frac{a^2-b^2}{25}} &= \frac{0,2a-b}{\frac{a^2-25b^2}{25}} = \frac{0,2a-b}{1} \cdot \frac{a^2-25b^2}{25} = \\ &= \frac{5 \cdot 5(0,2a-b)}{a^2-25b^2} = \frac{5(a-5b)}{(a-5b)(a+5b)} = \frac{5}{a+5b}; \end{aligned}$$

Подставим $a = -8$, $b = 0,6$ и получим:

$$\frac{5}{a+5b} = \frac{5}{-8+5 \cdot 0,6} = \frac{5}{-8+3} = -1.$$

Упражнения для повторения

№ 167.

а)

1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

$$\frac{1}{2}x - 2 = 0; x = 4.$$

Таким образом, точка пересечения с осью x – это $(4; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 2; y = -2.$$

Таким образом, точка пересечения с осью y – это $(0; -2)$.

б) 1) У точки пересечения графика с осью x $y = 0$, т.е.

$$0 = -0,4x + 2; 0,4x = 2; x = 5.$$

Точка пересечения с осью x – это $(5; 0)$;

2) У точки пересечения графика с осью y $x = 0$, т.е.

$$y = -0,4 \cdot 0 + 2; y = 2.$$

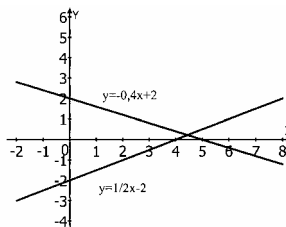
Точка пересечения с осью y – это $(0; 2)$.

№ 168.

а) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 4)$ в это уравнение: $4 = k \cdot 0 + b$; $b = 4$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно $k = 3$; получим уравнение: $y = 3x + 4$.

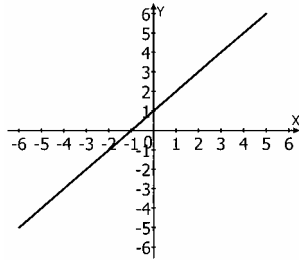
б) $y = kx + b$ – уравнение прямой. Подставим координаты точки $(0; 0)$ в это уравнение: $0 = k \cdot 0 + b$; $b = 0$; коэффициент k у параллельных прямых одинаковый, следовательно, $k = -\frac{1}{2}$; получим уравнение:

$$y = -\frac{1}{2}x.$$

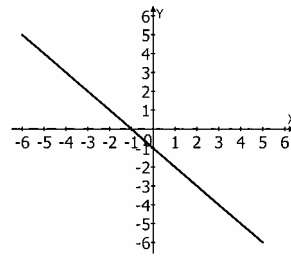


№ 169.

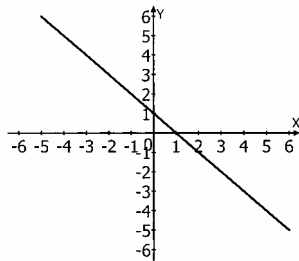
а)



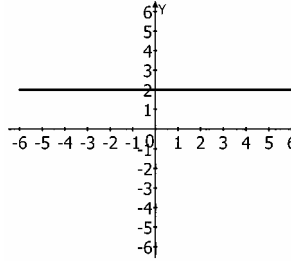
б)



в)



г)

**№ 170.**

Пусть x см – длина меньшей стороны, тогда $(x+20)$ см – длина большей стороны, $2x$ – удвоенная длина меньшей стороны, $3(x+20)$ см – утроенная длина большей стороны. По условию задачи периметр нового прямоугольника равен 240 см. Составим уравнение:

$$2(2x + 3(x + 20)) = 240; \quad 2x + 3(x + 20) = 120;$$

$$2x + 3x + 60 = 120; \quad 5x = 60; \quad x = 12; \quad x + 20 = 32.$$

Ответ. 12 см, 32 см.

№ 171.

Пусть x ч – время в пути пассажирского поезда, тогда $(x+1)$ ч – время в пути скорого поезда, $110(x+1)$ км – расстояние до места встречи, которое прошел скорый поезд, $90x$ км – расстояние до места встречи, которое прошел пассажирский поезд. Расстояние между двумя станциями равно 710 км. Составим уравнение:

$$110(x + 1) + 90x = 710;$$

$$110x + 110 + 90x = 710; \quad 200x = 600; \quad x = 3; \quad x + 1 = 4.$$

Ответ. Через 4 ч.

8. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график

№ 172. $y = \frac{8}{x}$

x	-4	-2	-0,25	2	5	16	20
y	-2	-4	-32	4	1,6	0,5	0,4

1) $x = -4, y = \frac{8}{-4} = -2;$ 2) $y = -4; -4 = \frac{8}{x}; -4x = 8; x = -2;$

3) $x = -0,25; y = \frac{8}{-0,25} = -32;$ 4) $x = 2; y = \frac{8}{2} = 4;$

5) $x = 5; y = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1,6;$ 6) $x = 16; y = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5;$

7) $y = 0,4; 0,4 = \frac{8}{x}; 0,4x = 8; x = 20.$

№ 173. $y = \frac{120}{x}$

x	-1200	-600	240	-120	75	120	300	1000
y	-0,1	-0,2	-0,5	-1	1,6	1	0,4	0,12

1) $x = -1200; y = \frac{120}{-1200} = -\frac{1}{10} = -0,1;$ 2) $x = -600; y = \frac{120}{-600} = -0,2;$

3) $y = -0,5; -0,5 = \frac{120}{x}; -0,5x = 120; x = -240;$

4) $y = -1; -1 = \frac{120}{x}; x = -120;$ 5) $x = 75; y = \frac{120}{75} = 1,6;$

6) $x = 120; y = \frac{120}{120} = 1;$ 7) $y = 0,4; 0,4 = \frac{120}{x}; 0,4x = 120; x = 300;$

8) $x = 1000; y = \frac{120}{1000} = 0,12.$

№ 174. $s = vt = 600$, отсюда получаем:

a) $v = \frac{600}{t}$ (км/ч); б) $t = \frac{600}{v}$ (ч).

№ 175.

$x = 100; y = \frac{10}{x}; y = \frac{10}{100} = 0,1;$ $x = 1000; y = \frac{10}{1000} = 0,01;$

$x = 0,1; y = \frac{10}{0,1} = 100;$ $x = 0,02; y = \frac{10}{0,02} = 500;$

$A(-0,05;-200)$; проверим $-200 = -\frac{10}{-0,05}$; $-200 = -200$; данная точка принадлежит графику функции $y = \frac{10}{x}$;

$B(-0,1;100)$; проверим $100 = \frac{10}{-0,1}$; $100 \neq -100$; данная точка не принадлежит графику данной функции;

$C(400;0,025)$; проверим $0,025 = \frac{10}{400}$; $0,025 = 0,025$; данная точка принадлежит графику данной функции;

$D(500;-0,02)$; проверим $-0,02 = \frac{10}{500}$; $-0,02 \neq 0,02$; данная точка не принадлежит графику данной функции.

№ 176. Как известно, обратная пропорциональность задается формулой: $y = \frac{k}{x}$, откуда получаем: $12 = \frac{k}{2}$; $k = 24$; следовательно, искомая функция $y = \frac{24}{x}$.

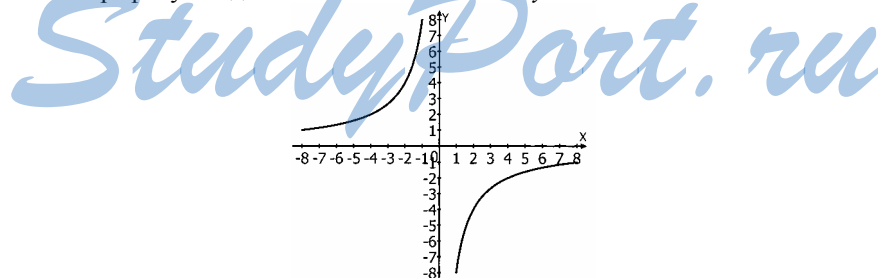
№ 177. При рассмотрении графика получаются следующие результаты: а) $x = 2; y = 4$; $x = 4; y = 2$; $x = -1; y = -8$;
 $x = -4; y = -2$; $x = -5; y = -1,5$;

б) $y = -4; x = -2$; $y = -2; x = -4$; $y = 8; x = 1$.

№ 178. Построим график функции по точкам:

x	-8	-4	-2	2	4	8
y	1	2	4	-4	-2	-1

По графику найдем искомые значения x и y :



а) $x = 4; y = -2$; $x = 2,5; y = -3,2$; $x = 1,5; y = -5,3$;

$x = -1; y = 8$; $x = -2,5; y = 3,2$;

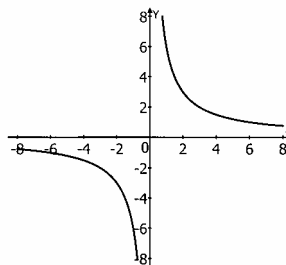
б) $y = 8; x = -1$; $y = -2; x = 4$.

№ 179. Построим график функции по точкам:

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	-1	-2	-6	6	2	1

По графику найдем искомые значения:

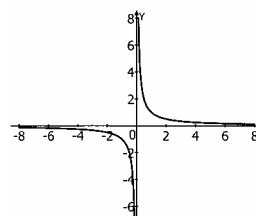
- а) $x = 1,5; y = 4;$
 $x = -2,5; y = -2,3;$
 $x = 3,5; y = 1,6;$
 б) $y = -3; x = -2;$
 $y = -1,5; x = -4;$
 $y = 4; x = 1,5;$
 $y = 7; x = 0,8.$



№ 180. Построим график функции по точкам:

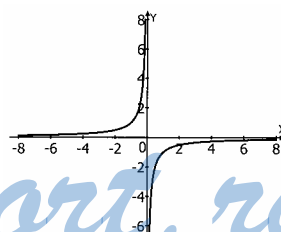
а)

x	-2	-1	1	2
y	$-\frac{1}{2}$	-1	1	$\frac{1}{2}$



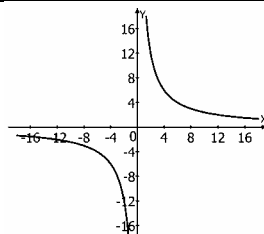
б)

x	-2	-1	1	2
y	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$



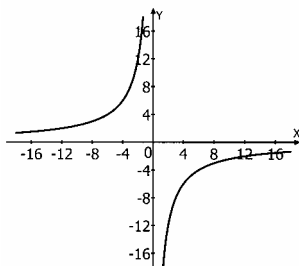
в)

x	-6	-2	-1	1	3	6
y	-4	-8	-24	24	8	4

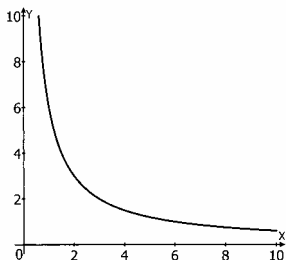


г)

x	-6	-3	-1	1	3	6
y	4	8	24	-24	-8	-4



№ 181.



Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = abc = 120 \text{ см}^3$; (где c – его высота). получаем: - обратная пропорциональность, так как она имеет вид

$$y = \frac{k}{x}, \text{ при } k = 6.$$

Область определения функции $b = \frac{6}{a}$ - все положительные числа, т.е. $a > 0$ (поскольку длина стороны основания – положительное число). Построим график функции по точкам:

a	1	2	3
b	6	3	2

№ 182.

а) $A(8; 0,125)$; получаем $0,125 = \frac{k}{8}$; $k = 0,125 \cdot 8 = 1$; $y = \frac{1}{x}$;

б) $B(\frac{2}{3}; 1\frac{4}{5})$; получаем $1\frac{4}{5} = \frac{k}{\frac{2}{3}}$; $k = 1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{9 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{6}{5} = 1,2$; $y = \frac{1,2}{x}$;

в) $C(-25; -0,2)$; получаем $-0,2 = \frac{k}{-25}$; $k = (-0,2) \cdot (-25)$; $k = 5$; $y = \frac{5}{x}$.

№ 184.

а) $k > 0$; т.к. $x > 0$ и $y > 0$, либо $x < 0$ и $y < 0$

б) $k < 0$, т.к. $x > 0$ и $y < 0$, либо $x < 0$ и $y > 0$.

Упражнения для повторения

№ 185. а) $\frac{5(x-y)^2}{(3y-3x)^2} = \frac{5(x-y)^2}{3(y-x) \cdot 3(y-x)} = \frac{5(x-y)^2}{9(x-y)^2} = \frac{5}{9}$ не зависит от x и y ;

б) $\frac{(3x-6y)^2}{4(2y-x)^2} = \frac{3(x-2y) \cdot 3(x-2y)}{4(2y-x)^2} = \frac{9(x-2y)^2}{4(x-2y)^2} = \frac{9}{4}$ не зависит от x и y .

№ 186. $\left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} - \frac{12}{4-x^2}\right) : \frac{x+7}{x-2} = \left(\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{12}{(x-2)(x+2)}\right) : \frac{x+7}{x-2} =$
 $= \frac{3(x-2) - (x+2) + 12}{(x-2)(x+2)} : \frac{x+7}{x-2} = \frac{2(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x+7} = \frac{2(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+7)} = \frac{2}{x+7}$.

№ 187. $\frac{1}{x} = \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$; $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$; $\frac{yz - xz + xy}{xyz} = 0$; $yz - xz + xy = 0$;

а) $yz - xz + xy = 0$; $yz = xz - xy$; $yz = x(z - y)$; $x = \frac{yz}{z - y}$;

б) $yz - xz + xy = 0$; $yz - xz = -xy$; $z(y - x) = -xy$; $z = \frac{-xy}{y - x} = \frac{xy}{x - y}$.

Дополнительные упражнения к главе I

К параграфу 1

№ 188. а) $5x^2(x^2 - 2x + 3) = 5x^4 - 10x^3 + 15x^2$;

б) $-8y^2(y^2 - 5y - 1) = -8y^4 + 40y^3 + 8y^2$;

в) $(a^2 - 5a + 4)(2a + 3) = 2a^3 - 10a^2 + 8a + 3a^2 - 15a + 12 = 2a^3 - 7a^2 - 7a + 12$;

г) $(3b - 2)(b^2 - 7b - 5) = 3b^3 - 21b^2 - 15b - 2b^2 + 14b + 10 = 3b^3 - 23b^2 - b + 10$;

д) $3x^2(-5x^2 + 4x - 1) + 16x^4 = -15x^4 + 12x^3 - 3x^2 + 16x^4 = x^4 + 12x^3 - 3x^2$;

е) $8y^6 - 2y^3(1 - 5y - y^2 + 4y^3) = 8y^6 - 2y^3 + 10y^4 + 2y^5 - 8y^6 = 2y^5 + 10y^4 - 2y^3$;

ж) $(a^2 + 7a + 3)(a^2 - 4a + 2) = a^4 + 7a^3 + 3a^2 - 4a^3 - 28a^2 - 12a + 2a^2 + 14a + 6 = a^4 + 3a^3 - 23a^2 + 2a + 6$;

з) $(b^2 - 3b - 5)(b^2 + 3b - 5) = (b^2 - 5)^2 - (3b)^2 = b^4 - 10b^2 + 25 - 9b^2 = b^4 - 19b^2 + 25$.

№ 189. а) $(-4x + 7a)(7a + 4x) = (7a - 4x)(7a + 4x) = 49a^2 - 16x^2$;

б) $(3c^2 - 8)(3c^2 + 8) = 9c^4 - 64$; в) $(2x - 5y)^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2$;

г) $(p^2 + 2)^2 = p^4 + 4p^2 + 4$; д) $(3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2) = 27a^3 - 8b^3$;

е) $(x^2 + 5y)(x^4 - 5x^2y + 25y^2) = x^6 + 125y^3$;

$$\text{ж) } (m-n)^3 - (m-n)(m^2 + mn + n^2) = m^3 - 3m^2n + 3m^2n - n^3 - (m^3 - n^3) =$$

$$= 3mn^2 - 3m^2n ;$$

$$\text{з) } (x+y)^3 - (x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - (x^3 + y^3) =$$

$$= 3x^2y + 3xy^2 .$$

$$\text{№ 190. а) } a^2b + ab^2 = ab(a+b) ; \quad \text{б) } x^3y - xy^3 = xy(x^2 - y^2) ;$$

$$\text{в) } 7x^2 - 14xy + 21ax = 7x(x-2y+3a) ; \quad \text{г) } 9xy - 3by + 15ay = 3y(3x-b+5a) ;$$

$$\text{д) } x^4 - x^3 + x^2 - x = x^3(x-1) + x(x-1) = (x-1)(x^3+x) = x(x-1)(x^2+1) ;$$

$$\text{е) } c^4 - 2c^3 - c^2 + 2c = c^3(c-2) - c(c-2) = (c-2)(c^3 - c) =$$

$$= c(c-2)(c^2-1) = c(c-2)(c-1)(c+1) ;$$

$$\text{ж) } (a-2)^2 - 25a^2 = (a-2-5a)(a-2+5a) = (-4a-2)(6a-2) =$$

$$= -4(2a+1)(3a-1) = 4(2a+1)(1-3a) ;$$

$$\text{з) } (b+3)^2 - 36b^2 = (b+3+6b)(b+3-6b) = (7b+3)(-5b+3) = (7b+3)(3-5b) ;$$

$$\text{и) } 125x^3 + 8 = (5x+2)(25x^2 - 10x + 4) ; \quad \text{к) } 216x^3 - 27 = (6x-3)(36x^2 + 18x + 9) ;$$

$$\text{л) } (a+1)^3 + a^3 = (a+1+a)((a+1)^2 - a(a+1) + a^2) =$$

$$= (2a+1)(a^2 + 2a + 1 - a^2 - a + a^2) = (2a+1)(a^2 + a + 1) ;$$

$$\text{м) } (b+2)^3 - 8b^3 = (b+2-2b)((b+2)^2 + (b+2)2b + 4b^2) =$$

$$= (2-b)(b^2 + 4b + 4 + 2b^2 + 4b + 4b^2) = (2-b)(7b^2 + 8b + 4) .$$

$$\text{№ 191. а) } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^3 + a^2 + a^3 - a^2 + a + a^2 - a + 1 =$$

$$= a^4 + a^2 + 1 , \text{ что и требовалось доказать ;}$$

$$\text{б) } (b^4 + b^2 + 1)(b^4 - b^2 + 1) = b^8 - b^6 + b^4 + b^6 - b^4 + b^2 + b^4 - b^2 + 1 =$$

$$= b^8 + b^4 + 1 , \text{ что и требовалось доказать ;}$$

$$\text{в) } (c^2 - 2c + 2)(c^2 + 2c + 2) = c^4 + 2c^3 + 2c^2 - 2c^3 - 4c^2 - 4c + 2c^2 + 4c + 4 = c^4 + 4 ,$$

что и требовалось доказать.

$$\text{№ 192. а) } \frac{51+17^2}{10} = \frac{17 \cdot 3 + 17^2}{10} = \frac{17(3+17)}{10} = \frac{17 \cdot 20}{10} = 34 ;$$

$$\text{б) } \frac{37^2 + 111}{40} = \frac{37^2 + 37 \cdot 3}{40} = \frac{37(37+3)}{40} = \frac{37 \cdot 40}{40} = 37 .$$

№ 193. Составим таблицу:

Поезда	t , ч	v , км/ч	s , км
1-й	t	60	$60t$
2-й	$t-3$	v	$v(t-3)$

Запишем уравнение: $60t + v(t-3) = 600$; $600 - 60t = v(t-3)$;

$$v = \frac{600 - 60t}{t - 3}; v = \frac{60(10 - t)}{t - 3}.$$

Подставим $t = 7$: $v = \frac{60(10 - 7)}{7 - 3} = \frac{60 \cdot 3}{4} = 45$ (км/ч).

Подставим $t = 6$: $v = \frac{60(10 - 6)}{6 - 3} = \frac{60 \cdot 4}{3} = 80$ (км/ч).

№ 194. а) x – любое действительное число;

б) $2y + 7 \neq 0$; $2y \neq -7$; $y \neq -\frac{7}{2}$; $y \neq -3,5$.

в) $\frac{9}{x^2 - 7x} = \frac{9}{x(x - 7)}$; $x(x - 7) \neq 0$; 1) $x \neq 0$; 2) $x - 7 \neq 0$; $x \neq 7$.

Ответ: $x \neq 0$ и $x \neq 7$;

г) y – любое действительное число;

д) $|x| - 3 \neq 0$; $x \neq -3$ и $x \neq 3$. Ответ: $x \neq -3$ и $x \neq 3$;

е) y – любое действительное число.

№ 195. а) $\frac{5}{x - 2}$; б) $\frac{7 - 2x}{3x^2 - x^3}$; в) $\frac{4x + 1}{9 - x^2}$; г) $\frac{6}{4x^2 - 1}$.

№ 196. $\frac{8 - 3x}{4x^2 + 7}$, потому что $4x^2 + 7 > 0$ при всех x .

№ 197. а) $x - 2 \neq 0$; $x \neq 2$; б) $x + 5 \neq 0$; $x \neq -5$;

в) $2x - 6 \neq 0$; $2x \neq 6$; $x \neq 3$.

№ 198. а) $-\frac{99x}{22y} = -\frac{9 \cdot 11x}{2 \cdot 11y} = -\frac{9x}{2y}$; б) $\frac{216bc}{180ac} = \frac{36 \cdot 6b}{36 \cdot 5a} = \frac{6b}{5a}$;

в) $\frac{405ac}{45ay} = \frac{45 \cdot 9c}{45y} = \frac{9c}{y}$; г) $\frac{18abc}{180ac} = \frac{18b}{18 \cdot 10} = \frac{b}{10}$;

д) $\frac{35a^5y^4}{28a^4y^8} = \frac{7 \cdot 5a^5y^4}{7 \cdot 4a^4y^8} = \frac{5a}{4y^4}$; е) $\frac{7x^4y^4}{14x^4y^{14}} = \frac{7y^4}{7 \cdot 2y^{14}} = \frac{1}{2y^{10}}$.

№ 199. а) $\frac{17xy + 34}{17(xy + 34)} = \frac{17(xy + 2)}{17(xy + 34)} = \frac{-xy + 2}{-xy + 34}$;

б) $\frac{(3a - 3c)^2}{9a^2 - 9c^2} = \frac{(3a - 3c)^2}{(3a - 3c)(3a + 3c)} = \frac{3a - 3c}{3a + 3c} = \frac{3(a - c)}{3(a + c)} = \frac{a - c}{a + c}$;

в) $\frac{2b^2 - 2a^2}{(2a - 2b)^2} = \frac{2(b^2 - a^2)}{(2a - 2b)(2a - 2b)} = \frac{2(b^2 - a^2)}{2 \cdot 2(a - b)(a - b)} =$
 $= \frac{(b - a)(b + a)}{2(a - b)(a - b)} = -\frac{(a - b)(a + b)}{2(a - b)(a - b)} = -\frac{a + b}{2(a - b)} = \frac{a + b}{2(b - a)}$;

г) $\frac{(a^2 - 9)^2}{(3 - a)^3} = \frac{(a - 3)^2(a + 3)^2}{(a - 3)^2(3 - a)} = \frac{(a + 3)^2}{3 - a}$;

$$д) \frac{x^2 - 100}{x^3 + 1000} = \frac{(x-10)(x+10)}{(x+10)(x^2 - 10x + 100)} = \frac{x-10}{x^2 - 10x + 100};$$

$$е) \frac{8y^3 - 1}{y - 4y^3} = \frac{(2y-1)(4y^2 + 2y + 1)}{y(1-2y)(1+2y)} = -\frac{4y^2 + 2y + 1}{y(1+2y)};$$

$$ж) \frac{2x - y}{x^2 - 0,5xy} = \frac{2x - y}{x(x - 0,5y)} = \frac{2(2x - y)}{x(2x - y)} = \frac{2}{x};$$

$$з) \frac{5a^2 - 3ab}{a^2 - 0,36b^2} = \frac{25a(5a - 3b)}{25(a - 0,6b)(a + 0,6b)} = \frac{25a(5a - 3b)}{(5a - 3b)(5a + 3b)} = \frac{25a}{5a + 3b}.$$

$$\text{№ 200. а) } \frac{10ab - 15b^2}{4a^2 - 6ab} = \frac{5b(2a - 3b)}{2a(2a - 3b)} = \frac{5b}{2a}; \quad б) \frac{21xy - 7y^2}{6x^2 - 2xy} = \frac{7y(3x - y)}{2x(3x - y)} = \frac{7y}{2x};$$

$$в) \frac{2x^2 + 10xy}{x^2 - 25y^2} = \frac{2x(x + 5y)}{(x - 5y)(x + 5y)} = \frac{2x}{x - 5y};$$

$$г) \frac{6p^2 - 8pq}{9p^2 - 24pq + 16q^2} = \frac{2p(3p - 4q)}{(3p - 4q)^2} = \frac{2p}{3p - 4q};$$

$$д) \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ab - 2a - 2b} = \frac{(a - 2)^2}{a(a + b) - 2(a + b)} = \frac{(a - 2)^2}{(a + b)(a - 2)} = \frac{a - 2}{a + b};$$

$$е) \frac{6x^2 - 3xy + 4x - 2y}{9x^2 + 12x + 4} = \frac{3x(2x - y) + 2(2x - y)}{(3x + 2)^2} = \frac{(2x - y)(3x + 2)}{(3x + 2)^2} = \frac{2x - y}{3x + 2};$$

$$ж) \frac{a^2 + 4ab + 4b^2}{a^3 + 8b^3} = \frac{(a + 2b)^2}{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2)} = \frac{a + 2b}{a^2 - 2ab + 4b^2};$$

$$з) \frac{27x^3 - y^3}{18x^2 + 6xy + 2y^2} = \frac{(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2)}{2(9x^2 + 3xy + y^2)} = \frac{3x - y}{2}.$$

№ 201.

$$а) \frac{b^{14} - b^7 + 1}{b^{21} + 1} = \frac{b^{14} - b^7 + 1}{(b^7 + 1)(b^7 - b^7 + 1)} = \frac{1}{b^7 + 1};$$

$$б) \frac{x^{33} - 1}{x^{33} + x^{22} + x^{11}} = \frac{(x^{11} - 1)(x^{22} + x^{11} + 1)}{x^{11}(x^{22} + x^{11} + 1)} = \frac{x^{11} - 1}{x^{11}};$$

$$\begin{aligned} в) \frac{x(y - z) - y(x - z)}{x(y - z)^2 - y(x - z)^2} &= \frac{xy - xz - xy + yz}{x(y^2 - 2yz + z^2) - y(x^2 - 2xz + z^2)} = \\ &= \frac{yz - xz}{xy^2 - 2xyz + xz^2 - x^2y + 2xyz - yz^2} = \frac{z(y - x)}{(xy^2 - x^2y) + (xz^2 - yz^2)} = \\ &= \frac{z(y - x)}{xy(y - z) + z^2(x - y)} = \frac{z(y - x)}{(y - x)(xy - z^2)} = \frac{z}{xy - z^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma) \frac{a(b+1)^2 - b(a+1)^2}{a(b+1) - b(a+1)} &= \frac{a(b^2 + 2b + 1) - b(a^2 + 2a + 1)}{ab + a - ab - b} = \\ &= \frac{ab^2 + 2ab + a - a^2b - 2ab - b}{a - b} = \frac{(ab^2 - a^2b) + (a - b)}{a - b} = \\ &= \frac{ab(b - a) + (a - b)}{a - b} = \frac{(a - b)(1 - ab)}{a - b} = 1 - ab. \end{aligned}$$

№ 202. Произведем замену:

$$\frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy} = \frac{(kx)^2 - 2(ky)^2}{3(ky)^2 + 5kx \cdot ky} = \frac{k^2x^2 - 2k^2y^2}{3k^2y^2 + 5k^2xy} = \frac{k^2(x^2 - 2y^2)}{k^2(3y^2 + 5xy)} = \frac{x^2 - 2y^2}{3y^2 + 5xy}$$

— дробь, тождественно равная первоначальной.

№ 203. При $x = \frac{2}{7}$ и $y = \frac{3}{7}$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2}{3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3 \cdot \frac{4}{49} + \frac{9}{49}}{3 \cdot \frac{4}{49} - \frac{9}{49}} = \frac{\frac{12+9}{49}}{\frac{12-9}{49}} = \frac{21}{49} \cdot \frac{3}{3} = \frac{21 \cdot 49}{3 \cdot 49} = 7.$$

При $x = 2$ и $y = 3$, дробь равна:

$$\frac{3x^2 + y^2}{3x^2 - y^2} = \frac{3 \cdot 2^2 + 3^2}{3 \cdot 2^2 - 3^2} = \frac{3 \cdot 4 + 9}{3 \cdot 4 - 9} = \frac{12 + 9}{12 - 9} = \frac{21}{3} = 7, \text{ что и требовалось доказать.}$$

№ 204. а) $\frac{36}{(a-b)^2} = \frac{36}{9^2} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9};$

б) $\frac{108}{(b-a)^2} = \frac{108}{(a-b)^2} = \frac{108}{9^2} = \frac{108}{81} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3};$

в) $\frac{(5a-5b)^2}{45} = \frac{5 \cdot 5(a-b)^2}{45} = \frac{25 \cdot 9^2}{45} = 5 \cdot 9 = 45;$

г) $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 - b^3} = \frac{a^2 + ab + b^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{9}.$

К параграфу 2

№ 205.

а) $\frac{x^2 - 2x}{x-3} - \frac{4x-9}{x-3} = \frac{x^2 - 2x - 4x + 9}{x-3} = \frac{x^2 - 6x + 9}{x-3} = \frac{(x-3)^2}{x-3} = x-3;$

б) $\frac{y^2 - 10}{y-8} - \frac{54}{y-8} = \frac{y^2 - 10 - 54}{y-8} = \frac{y^2 - 64}{y-8} = \frac{(y-8)(y+8)}{y-8} = y+8;$

в) $\frac{a^2}{a^2 - b^2} + \frac{b^2}{b^2 - a^2} = \frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 - b^2} = 1;$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{x^2 - 2x}{x^2 - y^2} - \frac{2y - y^2}{y^2 - x^2} &= \frac{x^2 - 2x + 2y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{(x^2 - y^2) - (2x - 2y)}{x^2 - y^2} = \\ &= \frac{(x - y)(x + y) - 2(x - y)}{x^2 - y^2} = \frac{(x - y)(x + y - 2)}{(x - y)(x + y)} = \frac{x + y - 2}{x + y}. \end{aligned}$$

$$\text{№ 206. а)} \quad \frac{(y - b)^2}{y - b + 1} + \frac{y - b}{y - b + 1} = \frac{(y - b)^2 + y - b}{y - b + 1} = \frac{(y - b)(y - b + 1)}{y - b + 1} = y - b;$$

$$\text{б)} \quad \frac{(a + x)^2}{a + x - 2} - \frac{2a + 2x}{a + x - 2} = \frac{(a + x)^2 - 2(a + x)}{a + x - 2} = \frac{(a + x)(a + x - 2)}{a + x - 2} = a + x;$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{x^2 - y^2}{x - y - 1} + \frac{x + y}{y - x + 1} &= \frac{y^2 - x^2}{y - x + 1} + \frac{x + y}{y - x + 1} = \\ &= \frac{(y - x)(y + x) + (y + x)}{y - x + 1} = \frac{(y + x)(y - x + 1)}{y - x + 1} = y + x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{b^2 - 9c^2}{b + 3c - 2} + \frac{2(b - 3c)}{2 - b - 3c} &= \frac{(b - 3c)(b + 3c)}{b + 3c - 2} - \frac{2(b - 3c)}{b + 3c - 2} = \\ &= \frac{(b - 3c)(b + 3c) - 2(b - 3c)}{b + 3c - 2} = \frac{(b - 3c)(b + 3c - 2)}{b + 3c - 2} = b - 3c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 207. а)} \quad \frac{a^2 - 12b}{a^2 - 3ab} - \frac{3ab - 4a}{a^2 - 3ab} &= \frac{a^2 - 12b - 3ab + 4a}{a^2 - 3ab} = \\ &= \frac{a(a + 4) - 3b(4 + a)}{a(a - 3b)} = \frac{(a + 4)(a - 3b)}{a(a - 3b)} = \frac{a + 4}{a}. \end{aligned}$$

$$\frac{a + 4}{a} = \frac{-0,8 + 4}{-0,8} = \frac{3,2}{-0,8} = -4, \quad b = -1,75 \text{ – лишнее данное в задаче.}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{x^2 - 2y}{x^2 + xy + 2x} - \frac{4 - xy}{x^2 + xy + 2x} &= \frac{x^2 - 2y - 4 + xy}{x^2 + xy + 2x} = \\ &= \frac{(x - 2)(x + 2) + y(x - 2)}{x(x + y + 2)} = \frac{(x - 2)(x + 2 + y)}{x(x + y + 2)} = \frac{x - 2}{x}. \end{aligned}$$

$$\frac{x - 2}{x} = \frac{20 - 2}{20} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}, \quad y = 22,5 \text{ – лишнее данное в задаче.}$$

№ 208.

$$\text{а)} \quad \frac{x + 2}{x} = \frac{x}{x} + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{x}; \quad \text{б)} \quad \frac{y + z^2}{z} = \frac{y}{z} + \frac{z^2}{z} = \frac{y}{z} + z;$$

$$\text{в)} \quad \frac{a^2 - 2a + 4}{a} = \frac{a^2}{a} - \frac{2a}{a} + \frac{4}{a} = a - 2 + \frac{4}{a};$$

$$\text{г)} \quad \frac{b^2 + 3b - 6}{b} = \frac{b^2}{b} + \frac{3b}{b} - \frac{6}{b} = b + 3 - \frac{6}{b}.$$

№ 209. а) $\frac{n+6}{n} = \frac{n}{n} + \frac{6}{n} = 1 + \frac{6}{n}$; при $n = 1; 2; 3; 6$. Значение выражения – натуральное;

б) $\frac{5n-12}{n} = \frac{5n}{n} - \frac{12}{n} = 5 - \frac{12}{n}$; при $n = 3; 4; 6; 12$. Значение выражения – натуральное;

в) $\frac{36-n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - \frac{n^2}{n^2} = \frac{36}{n^2} - 1$; при $n = 1; 2; 3$. Значение выражения – натуральное.

№ 210. а) $\frac{x+y}{y} = \frac{x}{y} + \frac{y}{y} = \frac{x}{y} + 1 = 5 + 1 = 6$; б) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - \frac{y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 5 - 1 = 4$;

в) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{x+2y}{x} = 1 + 2\frac{y}{x} = 1 + \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} \cdot 2 = 1 + (5^{-1}) \cdot 2 = 1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$.

№ 211. а) $\frac{x+y}{y} = 3$; $\frac{x}{y} = 3 - \frac{y}{y}$; $\frac{x}{y} = 3 - 1 = 2$;

б) $\frac{y}{x+y} = \left(\frac{x+y}{y}\right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; в) $\frac{x-y}{y} = \frac{x}{y} - 1 = 2 - 1 = 1$;

г) $\frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = (2)^{-1} = \frac{1}{2}$.

№ 212. а) $\frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{5b-3}{by} = \frac{3b^2-5b-1}{b^2y} + \frac{b(5b-3)}{b^2y} = \frac{3b^2-5b-1+5b^2-3b}{b^2y} = \frac{8b^2-8b-1}{b^2y}$;

б) $\frac{a^2-a+1}{a^3x} - \frac{x^2-1}{ax^3} = \frac{(a^2-a+1)x^2 - a^2(x^2-1)}{a^3x^3} = \frac{a^2x^2 - ax^2 + x^2 - a^2x^2 + a^2}{a^3x^3} = \frac{x^2 + a^2 - ax^2}{a^3x^3}$;

в) $\frac{1+c}{c^3y^4} - \frac{c^3+y^4}{c^2y^8} = \frac{y^4 + cy^4 - c^4 - cy^4}{c^3y^8} = \frac{y^4 - c^4}{c^3y^8}$;

г) $\frac{c^2+x^2}{c^2x^5} - \frac{c+x}{c^3x^3} = \frac{c^3+cx^2-cx^2-x^3}{c^3x^5} = \frac{c^3-x^3}{c^3x^5}$.

№ 213. а) $x + y + \frac{x-y}{4} = \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{x-y}{4} = \frac{4x+4y+x-y}{4} = \frac{5x+3y}{4}$;

б) $m + n - \frac{1+mn}{n} = \frac{m}{1} + \frac{n}{1} - \frac{1+mn}{n} = \frac{mn+n^2-1-mn}{n} = \frac{n^2-1}{n}$;

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad a - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} &= \frac{a}{1} - \frac{ab+ac+bc}{a+b+c} = \frac{a(a+b+c) - ab - ac - bc}{a+b+c} = \\ &= \frac{a^2 + ab + ac - ab - ac - bc}{a+b+c} = \frac{a^2 - bc}{a+b+c}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Г)} \quad a^2 - b^2 - \frac{a^3 - b^3}{a+b} &= \frac{a^2}{1} - \frac{b^2}{1} - \frac{a^3 - b^3}{a+b} = \frac{(a^2 - b^2)(a+b) - a^3 + b^3}{a+b} = \\ &= \frac{a^3 + a^2b - ab^2 - b^3 - a^3 + b^3}{a+b} = \frac{a^2b - ab^2}{a+b} = \frac{ab(a-b)}{a+b}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 214. а)} \quad \frac{mn+1}{m+n} + \frac{mn-1}{m-n} &= \frac{(m-n)(mn+1) + (m+n)(mn-1)}{(m+n)(m-n)} = \\ &= \frac{m^2n + m - mn^2 - n + m^2n - m + mn^2 - n}{(m+n)(m-n)} = \frac{2m^2n - 2n}{(m+n)(m-n)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2n(m^2 - 1)}{(m+n)(m-n)} = \frac{2n(m-1)(m+1)}{(m+n)(m-n)};$$

$$\text{б)} \quad \frac{a+b}{2a} - \frac{b}{a+b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{2a(a+b)} = \frac{a^2 + b^2}{2a(a+b)};$$

$$\begin{aligned} \text{B)} \quad \frac{x+4a}{3a+3x} - \frac{a-4x}{3a-3x} &= \frac{(x+4a)(a-x) - (a-4x)(a+x)}{3(a+x)(a-x)} = \\ &= \frac{ax + 4a^2 - x^2 - 4ax - a^2 + 4ax - ax + 4x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{3a^2 + 3x^2}{3(a+x)(a-x)} = \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}; \end{aligned}$$

$$\text{Г)} \quad \frac{9a-24b}{a(a-b)} + \frac{21b-6a}{a(a-b)} = \frac{9a-24b+21b-6a}{a(a-b)} = \frac{3a-3b}{a(a-b)} = \frac{3}{a};$$

$$\begin{aligned} \text{Д)} \quad \frac{3x+21y}{x^2-49y^2} + \frac{2xy}{x^2-7xy} &= \frac{3x+21y}{(x-7y)(x+7y)} + \frac{2xy}{x(x-7y)} = \\ &= \frac{x(3x+21y) + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{3x^2 + 21xy + 2x^2y + 14xy^2}{x(x-7y)(x+7y)} = \\ &= \frac{3x(x+7y) + 2xy(x+7y)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{(x+7y)(3x+2xy)}{x(x-7y)(x+7y)} = \frac{x(3+2y)}{x(x-7y)} = \frac{3+2y}{x-7y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad \frac{m^2-2mn}{m^2-4n^2} + \frac{2n^2}{mn+2n^2} &= \frac{m^2-2mn}{(m-2n)(m+2n)} + \frac{2n^2}{n(m+2n)} = \\ &= \frac{n(m^2-2mn) + 2n^2(m-2n)}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{nm^2 - 2mn^2 + 2n^2m - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} = \\ &= \frac{nm^2 - 4n^3}{n(m+2n)(m+2n)} = \frac{n(m^2 - 4n^2)}{n(m+2n)(m+2n)} = 1. \end{aligned}$$

№ 215.

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{2b^2 - bc}{b^2 - 0,25c^2} - \frac{2c}{2b + c} &= \frac{4(2b^2 - bc)}{4(b^2 - 0,25c^2)} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4b(2b - c)}{4b^2 - c^2} - \frac{2c}{2b + c} = \\ &= \frac{4b(2b - c)}{(2b - c)(2b + c)} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4b}{2b + c} - \frac{2c}{2b + c} = \frac{4b - 2c}{2b + c} = \frac{2(2b - c)}{2b + c}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{2x - 1}{x^2 - 0,5x} + \frac{4x + 2}{x^2 + 0,5x} &= \frac{2x - 1}{x(x - 0,5)} + \frac{2(2x + 1)}{x(x + 0,5)} = \\ &= \frac{2(2x - 1)}{x(2x - 1)} + \frac{4(2x + 1)}{x(2x + 1)} = \frac{2}{x} + \frac{4}{x} = \frac{6}{x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{2y^2 - y}{y^2 - y + \frac{1}{4}} - \frac{2y^2 + y}{y^2 + y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{y^2 - \frac{1}{4}} &= \frac{4(2y^2 - y)}{4(y^2 - y + \frac{1}{4})} - \frac{4(2y^2 + y)}{4(y^2 + y + \frac{1}{4})} - \frac{4}{4(y^2 - \frac{1}{4})} = \\ &= \frac{4y(2y - 1)}{4y^2 - 4y + 1} - \frac{4y(2y + 1)}{4y^2 + 4y + 1} - \frac{4}{4y^2 - 1} = \frac{4y(2y - 1)}{(2y - 1)^2} - \frac{4y(2y + 1)}{(2y + 1)^2} - \frac{4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \\ &= \frac{4y}{2y - 1} - \frac{4y}{2y + 1} - \frac{4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{4y(2y + 1) - 4y(2y - 1) - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \\ &= \frac{8y^2 + 4y - 8y^2 + 4y - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{8y - 4}{(2y - 1)(2y + 1)} = \frac{4}{2y + 1}; \end{aligned}$$

$$\text{г) } \frac{a^2 + 0,3ab}{ab + 0,3b^2} - \frac{ab - 0,7b^2}{a^2 - 0,7ab} = \frac{a(a + 0,3b)}{b(a + 0,3b)} - \frac{b(a - 0,7b)}{a(a - 0,7b)} = \frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab};$$

$$\begin{aligned} \text{д) } \frac{1,8xy + 0,81y^2}{0,81y^2 - 4x^2} + \frac{2x}{2x - 0,9y} &= \frac{0,9y(2x + 0,9y)}{(0,9y - 2x)(0,9y + 2x)} + \frac{2x}{2x - 0,9y} = \\ &= \frac{0,9y}{0,9y - 2x} - \frac{2x}{0,9y - 2x} = \frac{0,9y - 2x}{0,9y - 2x} = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \frac{6a}{2,25a^2 - 0,64} - \frac{8}{6a - 3,2} &= \frac{6a}{(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} - \frac{8}{4(1,5a - 0,8)} = \\ &= \frac{24a - 8(1,5a + 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{12a - 6,4}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \\ &= \frac{8(1,5a - 0,8)}{4(1,5a - 0,8)(1,5a + 0,8)} = \frac{2}{1,5a + 0,8} = \frac{20}{15a + 8}. \end{aligned}$$

№ 216.

$$\begin{aligned} \frac{1}{(a - b)(b - c)} + \frac{1}{(c - a)(a - b)} + \frac{1}{(b - c)(c - a)} &= \\ &= \frac{c - a + b - c + a - b}{(a - b)(c - a)(b - c)} = \frac{0}{(a - b)(c - a)(b - c)} = 0, \end{aligned}$$

при всех допустимых a , b , и c .

№ 217. а) $\frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{y^2-9} = \frac{5}{y-3} + \frac{1}{y+3} - \frac{4y-18}{(y-3)(y+3)} =$
 $= \frac{5y+15+y-3-4y+18}{(y-3)(y+3)} = \frac{2y+30}{(y-3)(y+3)} = \frac{2(y+15)}{(y-3)(y+3)};$

б) $\frac{2a}{2a+3} + \frac{5}{3-2a} - \frac{4a^2+9}{4a^2-9} = \frac{2a}{2a+3} - \frac{5}{2a-3} - \frac{4a^2+9}{(2a-3)(2a+3)} =$
 $= \frac{4a^2-6a-10a-15-4a^2-9}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{-16a-24}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{8(2a+3)}{(2a-3)(2a+3)} = \frac{8}{3-2a};$

в) $\frac{2b^2+10b}{3by+15y} + \frac{b^2-3b}{by-3y} - \frac{2b}{3y} = \frac{2b(b+5)}{3y(b+5)} + \frac{b(b-3)}{y(b-3)} - \frac{2b}{3y} = \frac{2b}{3y} + \frac{b}{y} - \frac{2b}{3y} = \frac{b}{y};$

г) $\frac{14ax-21x}{10a-15} - \frac{6ax+9x}{8a+12} + \frac{x}{10} = \frac{7x(2a-3)}{5(2a-3)} - \frac{3x(2a+3)}{4(2a+3)} + \frac{x}{10} =$
 $= \frac{7x}{5} - \frac{3x}{4} + \frac{x}{10} = \frac{28x-15x+2x}{20} = \frac{15x}{20} = \frac{3x}{4};$

д) $\frac{4m}{4m^2-1} - \frac{2m+1}{6m-3} + \frac{2m-1}{4m+2} = \frac{4m}{(2m-1)(2m+1)} - \frac{2m+1}{3(2m-1)} + \frac{2m-1}{2(2m-1)} =$
 $= \frac{6 \cdot 4m - (4m+2)(2m+1) + (6m-3)(2m-1)}{6(2m-1)(2m+1)} =$
 $= \frac{24m - 8m^2 - 4m - 4m - 2 + 12m^2 - 6m - 6m + 3}{6(2m-1)(2m+1)} =$
 $= \frac{4m + 4m^2 + 1}{6(2m-1)(2m+1)} = \frac{(2m+1)^2}{6(2m+1)(2m-1)} = \frac{2m+1}{6(2m-1)};$

е) $\frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x-y)^2} = \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{2}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(x-y)^2} =$
 $= \frac{x^2-2xy+y^2-2x^2+2y^2+x^2+2xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)^2} = \frac{4y^2}{(x-y)^2(x+y)^2};$

ж) $\frac{4a^2+3a+2}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} = \frac{4a^2+3a+2}{(a-1)(a^2+a+1)} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} =$
 $= \frac{4a^2+3a+2-(a-1)(1-2a)}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{4a^2+3a+2-a+2a^2+1-2a}{(a-1)(a^2+a+1)} = \frac{6a^2+3}{(a-1)^3} = \frac{3(2a^2+1)}{(a-1)^3};$

з) $\frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{x^3-y^3} + \frac{1}{x-y} = \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} - \frac{3xy}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{1}{x-y} =$
 $= \frac{(x-y)^2-3xy+(x^2+xy+y^2)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} = \frac{x^2-2xy+y^2-3xy+x^2+xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} =$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2 - 4xy}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{2(x^2 + y^2 - 2xy)}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} =$$

$$= \frac{2(x-y)^2}{(x-y)(x^2 + xy + y^2)} = \frac{2(x-y)}{(x^2 + xy + y^2)}.$$

№ 218.
$$\frac{ax+by}{(a-b)(x+y)} - \frac{bx-ay}{(a-b)(x+y)} = \frac{(a+b)(ax+by) - (a-b)(bx-ay)}{(a+b)(a-b)(x+y)} =$$

$$= \frac{a^2x+aby+abx+b^2y-abx+a^2y+b^2x-aby}{(a+b)(a-b)(x+y)} =$$

$$= \frac{a^2x+b^2x+b^2y+a^2y}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{x(a^2+b^2)+y(b^2+a^2)}{(a+b)(a-b)(x+y)} = \frac{(a^2+b^2)(x+y)}{(a^2-b^2)(x+y)} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2},$$

т.е. эти выражения тождественно равны.

№ 219. а)
$$\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-c)(b-a)} + \frac{1}{c(c-a)(c-b)} =$$

$$= \frac{bc(b-c) - ac(a-c) + ab(a-b)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} =$$

$$= \frac{-b^2(a-c) + b(a^2 - c^2) - ac(a-c)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-c)(-b^2 + ab + bc - ac)}{abc(a-b)(a-c)(b-c)} =$$

$$= \frac{(b-c)(a-b)}{abc(a-b)(b-c)} = \frac{1}{abc};$$

б)
$$\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} =$$

$$= \frac{x^2}{(x-y)(x-z)} - \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)} =$$

$$= \frac{x^2(y-z) - y^2(x-z) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{x^2y - x^2z - xy^2 + y^2z + xz^2 - yz^2}{(x-y)(x-z)(z-y)} =$$

$$= \frac{xy(x-y) - z(x-y)(x+y) + z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(z-y)} = \frac{(x-y)(xy - zx - zy + z^2)}{(x-y)(x-z)(z-y)} =$$

$$= \frac{x(y-z) - z(y-z)}{(x-z)(z-y)} = \frac{(x-z)(y-z)}{(x-z)(z-y)} = 1.$$

№ 220.

а)
$$\frac{x^2 - 3x + 6}{x-3} = \frac{x(x-3)}{x-3} + \frac{6}{x-3} = x + \frac{6}{x-3};$$

б)
$$\frac{y^2 + 5y - 8}{y+5} = \frac{y(y+5)}{y+5} - \frac{8}{y+5} = y - \frac{8}{y+5};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 + 7a + 2}{a + 6} = \frac{a^2 + 6a + a + 2}{a + 6} = \frac{a(a + 6)}{a + 6} + \frac{a + 2}{a + 6} = a + \frac{a + 2}{a + 6};$$

$$\text{г) } \frac{3b^2 - 10b - 1}{b - 3} = \frac{3b^2 - 9b - b - 1}{b - 3} = \frac{3b(b - 3)}{b - 3} - \frac{b + 1}{b - 3} = 3b - \frac{b + 1}{b - 3}.$$

№ 221. 1) $\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 25}{x - 5} + \frac{7x}{x - 5} = x + 5 + \frac{7x}{x - 5}$; следовательно,

ответ верный;

$$\begin{aligned} 2) \frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} &= \frac{x^2 + 12x - 5x - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 5x}{x - 5} + \frac{12x - 25}{x - 5} = \frac{x(x - 5)}{x - 5} + \frac{12x - 60 + 35}{x - 5} = \\ &= x + \frac{12x - 60}{x - 5} + \frac{35}{x - 5} = x + \frac{12(x - 5)}{x - 5} + \frac{35}{x - 5} = x + 12 + \frac{35}{x - 5}; \end{aligned}$$

но, ответ верный;

3) ответ неверный, т.к. при подстановке $x = 1$,

$$\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5} = \frac{17}{4}, \quad a - x + \frac{2x - 25}{x - 5} = \frac{19}{4}.$$

№ 222. а) $\frac{6x}{x + 3} = \frac{6x + 18 - 18}{x + 3} = 6 - \frac{18}{x + 3}$, то есть тождество верно.

б) $\frac{ax}{x + b} = \frac{ax + ab - ab}{x + b} = \frac{a(x + b) - ab}{x + b} = a - \frac{ab}{x + b}$, то есть тождество верно.

№ 223. а) $\frac{2x}{x + 3} = 2 + \frac{a}{x + 3}$; $\frac{2x}{x + 3} - 2 = \frac{a}{x + 3}$; $\frac{2x - 2x - 6}{x + 3} = \frac{a}{x + 3}$;

$$-\frac{6}{x + 3} = \frac{a}{x + 3}, \quad a = -6;$$

б) $\frac{x}{x - 5} = 1 + \frac{a}{x - 5}$; $\frac{x}{x - 5} - 1 = \frac{a}{x - 5}$; $\frac{x - x + 5}{x - 5} = \frac{a}{x - 5}$; $\frac{5}{x - 5} = \frac{a}{x - 5}$, $a = 5$;

в) $\frac{2x}{3 - x} = \frac{a}{3 - x} - 2$; $\frac{2x}{3 - x} + 2 = \frac{a}{3 - x}$; $\frac{2x + 6 - 2x}{3 - x} = \frac{a}{3 - x}$; $\frac{6}{3 - x} = \frac{a}{3 - x}$, $a = 6$;

г) $\frac{x + 2}{5 - x} = \frac{a}{5 - x} - 1$; $\frac{x + 2}{5 - x} + 1 = \frac{a}{5 - x}$; $\frac{x + 2 + 5 - x}{5 - x} = \frac{a}{5 - x}$; $\frac{7}{5 - x} = \frac{a}{5 - x}$, $a = 7$.

№ 224. а) $\frac{5x}{x + 2} = \frac{5(x + 2)}{x + 2} - \frac{10}{x + 2} = 5 - \frac{10}{x + 2}$;

б) $\frac{-2x}{x - 1} = \frac{-2(x - 1)}{x - 1} - \frac{2}{x - 1} = -2 - \frac{2}{x - 1}$;

в) $\frac{2x}{5 - x} = \frac{2(x - 5)}{5 - x} + \frac{10}{5 - x} = -2 + \frac{10}{5 - x}$;

г) $\frac{x - 3}{2 - x} = \frac{x - 2 - 1}{2 - x} = \frac{x - 2}{2 - x} - \frac{1}{2 - x} = -1 - \frac{1}{2 - x}$.

№ 225. а) $\frac{5n^2 + 2n + 3}{n} = \frac{5n^2}{n} + \frac{2n}{n} + \frac{3}{n} = 5n + 2 + \frac{3}{n}$ – целое при $n = \pm 1; \pm 3$;

б) $\frac{(n-3)^2}{n} = \frac{n^2 - 6n + 9}{n} = \frac{n^2}{n} - \frac{6n}{n} + \frac{9}{n} = n - 6 + \frac{9}{n}$ – целое при $n = \pm 1; \pm 3; \pm 9$;

в) $\frac{3n}{n+2} = \frac{3(n+2)}{n+2} - \frac{6}{n+2} = 3 - \frac{6}{n+2}$ – целое при $n = -8; 0; \pm 1; -3; \pm 4; -5$;

г) $\frac{7n}{n-4} = \frac{7(n-4)}{n-4} + \frac{28}{n-4} = 7 + \frac{28}{n-4}$ – целое при $n = 0; 2; \pm 3; 5; 6; 8; -10; 11; 18; -24; 32$.

№ 226. а) $\frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+3}$; $\frac{5x}{(x-2)(x+3)} = \frac{a(x+3) + b(x-2)}{(x-2)(x+3)}$;

$5x = a(x+3) + b(x-2)$; $5x = ax + 3a + bx - 2b$;

$5x = (ax + bx) + 3a - 2b$; $5x = x(a + b) + 3a - 2b$; запишем систему:

$$\begin{cases} a + b = 5, \\ 3a - 2b = 0; \end{cases} \begin{cases} a = 5 - b, \\ 3(5 - b) - 2b = 0; \end{cases} 15 - 3b - 2b = 0; b = 3; a = 2.$$

Ответ: $b = 3$; $a = 2$.

б) $\frac{5x + 31}{(x-5)(x+2)} = \frac{a}{x-5} - \frac{b}{x+2}$; $5x + 31 = ax + 2a - bx + 5b$;

$5x + 31 = ax - bx + 2a + 5b$; $5x + 31 = x(a - b) + 2a + 5b$;

запишем систему:

$$\begin{cases} a - b = 5, \\ 2a + 5b = 31; \end{cases} \begin{cases} a = b + 5, \\ 2(b + 5) + 5b = 31; \end{cases} 2b + 10 + 5b = 31; 7b = 21; b = 3; a = 8.$$

Ответ: $b = 3$; $a = 8$.

К параграфу 3

№ 227. а) $\frac{x^5 + x^3}{x^4 - x^2} \cdot \frac{x^6 - x^3}{x^2 + x^4} = \frac{x^3(x^2 + 1)}{x^2(x^2 - 1)} \cdot \frac{x^3(x^3 - 1)}{x^2(x^2 + 1)} =$
 $= \frac{x^3(x^2 + 1)x^3(x^3 - 1)}{x^2(x^2 - 1)x^2(x^2 + 1)} = \frac{x^2(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \frac{x^2(x^2 + x + 1)}{x + 1}$;

б) $\frac{2m^5 - 3m^4}{m^4 - 4m} \cdot \frac{m^4 + 2m^2}{3m^2 - 2m^3} = \frac{m^4(2m - 3)}{m(m^3 - 4)} \cdot \frac{m^2(m^2 + 2)}{m^2(3 - 2m)} = \frac{m^3(m^2 + 2)}{m^3 - 4} = \frac{m^3(m^2 + 2)}{4 - m^3}$.

№ 228.

а) $\frac{m^5 + m^4 + m^3}{m^3 + m^2} \cdot \frac{m^5 + m^3}{m^4 + m^3 + m^2} = \frac{m^3(m^2 + m + 1)}{m^2(m + 1)} \cdot \frac{m^3(m^2 + 1)}{m^2(m^2 + m + 1)} = \frac{m^2(m^2 + 1)}{m + 1}$;

б) $\frac{n^2 - n^4 + n^6}{1 - n} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^5 - n^3 + n} = \frac{n^2(n^4 - n^2 + 1)(n - 1)(n + 1)}{n(n - 1)(n^4 - n^2 + 1)} = -n(n + 1)$.

$$\text{№ 229. а) } \frac{a^2 + ax + ab + bx}{a^2 - ax - ab + bx} \cdot \frac{a^2 - ax - bx + ab}{a^2 + ax - bx - ab} =$$

$$= \frac{a(a+x) + b(a+x)}{x(b-a) + a(a-b)} \cdot \frac{-x(a+b) + a(a+b)}{a(a-b) + x(a-b)} = \frac{(a+x)(a+b)(a+b)(a-x)}{(a-b)(a-x)(a-b)(a+x)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2};$$

$$\text{б) } \frac{x^2 + ax - 3x - 3a}{x^2 - ax - 3x + 3a} \cdot \frac{x^2 + 4x - ax - 4a}{x^2 + 4x + ax + 4a} = \frac{x(x+a) - 3(x+a)}{x(x-a) - 3(x-a)} \cdot \frac{x(x-a) + 4(x-a)}{x(x+a) + 4(x+a)} =$$

$$= \frac{(x+a)(x-3)(x-a)(x+4)}{(x-a)(x-3)(x+a)(x+4)} = \frac{(x+a)(x-a)}{(x-a)(x+a)} = 1.$$

$$\text{№ 230. а) } \frac{a - a^8}{a^6 + a^2} \cdot \frac{a^9 - a^2}{a^5 + a} = \frac{(a - a^8)(a^5 + a)}{(a^6 + a^2)(a^9 - a^2)} = \frac{a(1 - a^7) \cdot a(a^4 + 1)}{a^2(a^4 + 1) \cdot a^2(a^7 - 1)} = -\frac{1}{a^2};$$

$$\text{б) } \frac{9x^2 - x^6}{x^5 + x^7} \cdot \frac{x^4 - 3x^2}{x^9 + x^7} = \frac{(9x^2 - x^6)(x^9 + x^7)}{(x^5 + x^7)(x^4 - 3x^2)} =$$

$$= \frac{x^2(9 - x^4) \cdot x^7(x^2 + 1)}{x^5(x^2 + 1) \cdot x^2(x^2 - 3)} = \frac{(3 - x^2)(3 + x^2)(x^2 + 1) \cdot x^2}{(x^2 + 1)(x^2 - 3)} = -x^2(x^2 + 3).$$

№ 231.

$$\text{а) } \frac{x^2 - bx + ax - ab}{x^2 + bx - ax - ab} \cdot \frac{x^2 + bx + ax + ab}{x^2 - bx - ax + ab} = \frac{(x^2 - bx + ax - ab)}{(x^2 + bx - ax - ab)} \cdot \frac{(x^2 - bx - ax + ab)}{(x^2 + bx + ax + ab)} =$$

$$= \frac{[x(x-b) + a(x-b)][x(x-b) - a(x-b)]}{[x(x+b) - a(x+b)][x(x+b) + a(x+b)]} = \frac{(x-b)(x+a)(x-b)(x-a)}{(x+b)(x-a)(x+b)(x+a)} = \frac{(x-b)^2}{(x+b)^2};$$

$$\text{б) } \frac{m^2 + m - mn - n}{m^2 + m + mn + n} \cdot \frac{m^2 - m - mn + n}{m^2 - m + mn - n} = \frac{(m^2 + m - mn - n)}{(m^2 + m + mn + n)} \cdot \frac{(m^2 - m + mn - n)}{(m^2 - m - mn + n)} =$$

$$= \frac{[m(m+1) - n(m+1)][m(m-1) + n(m-1)]}{[m(m+1) + n(m+1)][m(m-1) - n(m-1)]} = \frac{(m+1)(m-n)(m-1)(m+n)}{(m+1)(m+n)(m-1)(m-n)} = 1.$$

№232. Учтем, что $m \neq n$, $-m \neq 0$, $n \neq 0$:

$$\frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right)^2 - \frac{m^2 + n^2}{(m-n)^2} = \frac{2}{mn} \cdot \left(\frac{n-m}{mn} \right)^2 - \frac{m^2 + n^2}{(m-n)^2} = \frac{2m^2n^2}{mn(n-m)^2} - \frac{m^2 + n^2}{(n-m)^2} =$$

$$= \frac{2mn}{(n-m)^2} - \frac{m^2 + n^2}{(n-m)^2} = \frac{2mn - m^2 - n^2}{(n-m)^2} = -\frac{n^2 - 2mn + m^2}{(n-m)^2} = -\frac{(n-m)^2}{(n-m)^2} = -1,$$

что не зависит от указанных переменных.

$$\text{№233. } \left(\frac{9}{n^2} + \frac{n}{3} \right) : \left(\frac{3}{n^2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{3} \right) = \frac{27 + n^3}{3n^2} : \frac{9 - 3n + n^2}{3n^2} =$$

$$= \frac{(27 + n^3) \cdot 3n^2}{(9 - 3n + n^2) \cdot 3n^2} = \frac{(3+n)(9-3n+n^2)}{9-3n+n^2} = 3+n,$$

натуральное при всех натуральных n .

$$\begin{aligned} \text{№234. } & \left(a - \frac{a^2 + x^2}{a+x}\right) \cdot \left(\frac{2a}{x} + \frac{4a}{a-x}\right) = \frac{a(a+x) - (a^2 - x^2)}{a+x} \times \frac{2a(a-x) + 4ax}{x(a-x)} = \\ & = \frac{a^2 + ax - a^2 - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 - 2ax + 4ax}{x(a-x)} = \frac{ax - x^2}{a+x} \cdot \frac{2a^2 + 2ax}{x(a-x)} = \frac{x(a-x) \cdot 2a(a+x)}{(a+x) \cdot x(a-x)} = 2a, \end{aligned}$$

четное при всех целых значениях a .

$$\begin{aligned} \text{№235. } & \left(\frac{x+1}{2x} + \frac{4}{x+3} - 2\right) : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{(x+1)(x+3) + 8x - 4x(x+3)}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{x^2 + 3x + x + 3 + 8x - 4x^2 - 12x}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3x^2 + 3}{2x(x+3)} : \frac{x+1}{x+3} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x^2 - 1)(x+3)}{2x(x+3)(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3(x-1)(x+1)}{2x(x+1)} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \frac{-3(x-1)}{2x} - \frac{x^2 - 5x + 3}{2x} = \\ & = \frac{-3x + 3 - x^2 + 5x - 3}{2x} = \frac{-x^2 + 2x}{2x} = -\frac{x^2}{2x} + \frac{2x}{2x} = -\frac{x}{2} + 1 \quad \text{— отрицательное} \end{aligned}$$

число при любом $x > 2$.

$$\begin{aligned} \text{№236. а) } & \left(a + 2b + \frac{4b^2}{a-2b}\right) : \left(a - \frac{2ab}{a+2b}\right) + 1 = \\ & = \frac{(a+2b)(a-2b) + 4b^2}{a-2b} : \frac{a(a+2b) - 2ab}{a+2b} + 1 = \frac{a^2 - 4b^2 + 4b^2}{a-2b} : \frac{a^2 + 2ab - 2ab}{a+2b} + 1 = \\ & = \frac{a^2}{a-2b} : \frac{a^2}{a+2b} + 1 = \frac{a^2(a+2b)}{a^2(a-2b)} + 1 = \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{2a}{a-2b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \left(\frac{2x-3y}{x^2-y^2} - 2x+3y\right) = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y - 2x(x^2-y^2) + 3y(x^2-y^2)}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{2x-3y - 2x^3 + 2xy^2 + 3x^2y - 3y^3}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3x-3y}{2x-3y} \cdot \frac{(2x-3y)(1-x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \\ & = \frac{3}{x+y} - \frac{3(1-x^2+y^2)}{x+y} = \frac{3-3+3x^2-3y^2}{x+y} = \frac{3(x^2-y^2)}{x+y} = 3(x-y); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} & \left(\frac{5x^2 - 15xy}{x^2 - 9y^2} - \frac{3xy + 9y^2}{x^2 + 6xy + 9y^2} \right) : \left(\frac{5}{y} - \frac{3}{x} \right) = \left(\frac{5x(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} - \frac{3y(x+3y)}{(x+3y)^2} \right) : \frac{5x-3y}{xy} = \\ & = \left(\frac{5x}{x+3y} - \frac{3y}{x+3y} \right) : \frac{5x-3y}{xy} = \frac{5x-3y}{x+3y} : \frac{5x-3y}{xy} = \frac{xy}{x+3y}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} & \left(\frac{4a^2 - 6ac}{4a^2 - 12ac + 9c^2} - \frac{6ac + 9c^2}{4a^2 + 12ac + 9c^2} \right) : \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ & = \left(\frac{2a(2a-3c)}{(2a-3c)^2} - \frac{3c(2a+3c)}{(2a+3c)^2} \right) : \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \left(\frac{2a}{2a-3c} - \frac{3c}{2a+3c} \right) : \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ & = \frac{2a(2a+3c) - 3c(2a-3c)}{(2a-3c)(2a+3c)} : \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \frac{4a^2 + 6ac - 6ac + 9c^2}{(2a-3c)(2a+3c)} : \frac{6a+9c}{4a^2+9c^2} = \\ & = \frac{(4a^2 + 9c^2)3(2a+3c)}{(2a-3c)(2a+3c)(4a^2+9c^2)} = \frac{3}{2a-3c}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№237. а)} & ab + \frac{ab}{a+b} \left(\frac{a+b}{a-b} - a-b \right) = ab + \frac{ab}{a+b} \cdot \frac{a+b-(a+b)(a-b)}{a-b} = \\ & ab + \frac{ab(a+b)(1-(a-b))}{(a+b)(a-b)} = ab + \frac{ab \cdot (1-a+b)}{a-b} = \\ & = \frac{ab(a-b) + ab(1-a+b)}{a-b} = \frac{a^2b - ab^2 + ab - a^2b + ab^2}{a-b} = \frac{ab}{a-b}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} & \left(\frac{y^2 - xy}{x^2 + xy} - xy + y^2 \right) : \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \frac{y^2 - xy - (xy - y^2)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} : \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \\ & = \frac{-y(x-y) - y(x-y)(x^2 + xy)}{x^2 + xy} : \frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} = \frac{-y(x-y)(1+x^2+xy)}{x(x+y)(x-y)} + \frac{y}{x+y} = \\ & = \frac{-y - yx^2 - xy^2 + y}{x+y} = \frac{-(x^2y + xy^2)}{x+y} = \frac{-xy(x+y)}{x+y} = -xy; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} & \left(\frac{1}{(2a-b)^2} + \frac{2}{4a^2-b^2} + \frac{1}{(2a+b)^2} \right) : \frac{4a^2+4ab+b^2}{16a} = \\ & = \frac{(2a+b)^2 + 2(2a-b)(2a+b) + (2a-b)^2}{(2a-b)^2(2a+b)^2} : \frac{(2a+b)^2}{16a} = \\ & = \frac{16a^2(2a+b)^2}{(2a+b)^2(2a-b)^2 \cdot 16a} = \frac{a}{(2a-b)^2}; \end{aligned}$$

$$\text{г)} \frac{4c^2}{(c-2)^4} : \left(\frac{1}{(c+2)^2} + \frac{1}{(c-2)^2} + \frac{2}{c^2-4} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4c^2}{(c-2)^4} \cdot \frac{(c-2)^2 + (c+2)^2 + 2(c-2)(c+2)}{(c-2)^2(c+2)^2} = \\
&= \frac{4c^2}{(c-2)} \cdot \frac{c^2 - 4c + 4 + c^2 + 4c + 4 + 2c^2 - 8}{(c-2)^2(c+2)^2} = \\
&= \frac{4c^2}{(c-2)^4} \cdot \frac{4c^2}{(c-2)^2(c+2)^2} = \frac{4c^2(c+2)^2(c-2)^2}{4c^2(c-2)^4} = \frac{(c+2)^2}{(c-2)^2}.
\end{aligned}$$

№238. а) $\left(x - \frac{4xy}{x+y} + y\right) \cdot \left(x + \frac{4xy}{x-y} - y\right) =$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x(x+y) - 4xy + y(x+y)}{x+y} \cdot \frac{x(x-y) + 4xy - y(x-y)}{x-y} = \\
&= \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x+y} \cdot \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} = (x-y)(x+y) = x^2 - y^2;
\end{aligned}$$

б) $\left(a - \frac{1-2a^2}{1-a} + 1\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-a}\right) = \frac{a(1-a) - (1-2a^2) + 1-a}{1-a} \cdot \frac{1-a-1}{1-a} =$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a - a^2 - 1 + 2a^2 + 1 - a}{1-a} \cdot \frac{-a}{1-a} = \frac{a^2}{1-a} \cdot \left(-\frac{a}{1-a}\right) = -\frac{a^2(1-a)}{a(1-a)} = -a.
\end{aligned}$$

№239. $\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2 - p^2} - \frac{2}{p+2q} = \frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{(2q-p)(2q+p)} - \frac{2}{p+2q} =$

$$\begin{aligned}
&= \frac{p+2q-6q-2(p-2q)}{(p-2q)(p+2q)} = \frac{p+2q-6q-2p+4q}{(p-2q)(p+2q)} = -\frac{p}{p^2-4q^2};
\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2p} \cdot \left(\frac{p^2+4q^2}{p^2-4q^2} + 1\right) = -\frac{1}{2p} \cdot \frac{p^2+4q^2+p^2-4q^2}{p^2-4q^2} =$$

$$= -\frac{1}{2p} \cdot \frac{2p^2}{p^2-4q^2} = -\frac{p}{p^2-4q^2}; \text{ тождество доказано.}$$

№240. $a^3 + b^3 + \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right) = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$

$$a^3 + b^3 = \left(\frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3 - \left(\frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3}\right)^3;$$

$$a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3} - \frac{b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3}; \quad a^3 + b^3 = \frac{a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3}{(a^3 - b^3)^3};$$

$$(a^3 + b^3)(a^3 - b^3)^3 = a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3.$$

Будем преобразовывать левую и правую части неравенства отдельно:

$$1) (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = (a^3 + b^3)(a^9 - 3a^6b^3 + 3a^3b^6 - b^9) = a^{12} + a^9b^3 - 3a^9b^3 - 3a^6b^6 + 3a^6b^6 + 3a^3b^9 - a^3b^9 - b^{12} = a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12};$$

$$2) a^3(a^3 + 2b^3)^3 - b^3(2a^3 + b^3)^3 = a^3(a^9 + 6a^6b^3 + 6a^3b^6 + 8b^9) - b^3(8a^9 + 6a^6b^3 + 6a^3b^6 + b^9) = a^{12} + 6a^9b^3 + 6a^6b^6 + 8a^3b^9 - 8a^9b^3 - 6a^6b^6 - 6a^3b^9 - b^{12} = a^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 - b^{12}.$$

$$\begin{aligned} \text{№241. } & \frac{\frac{3}{2}a^2 - 2ab + \frac{2}{3}b^2}{\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2} + \frac{6b}{\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b} = \frac{9a^2 - 12ab + 4b^2}{6} : \frac{9a^2 - 4b^2}{36} + \\ & + \frac{6b}{1} : \frac{3a + 2b}{4} = \frac{(3a - 2b)^2 \cdot 36}{6(9a^2 - 4b^2)} + \frac{4 \cdot 6b}{3a + 2b} = \frac{6(3a - 2b)^2}{(3a - 2b)(3a + 2b)} + \frac{24b}{3a + 2b} = \\ & = \frac{6(3a - 2b)}{3a + 2b} + \frac{24b}{3a + 2b} = \frac{18a - 12b + 24b}{3a + 2b} = \frac{6(3a + 2b)}{3a + 2b} = 6, \text{ что не зависит} \end{aligned}$$

от a и b .

$$\begin{aligned} \text{№242. а) } & \left(\frac{0,5b - 1,5}{0,5b^2 - 1,5b + 4,5} - \frac{2b - 6}{\frac{1}{3}b^3 + 9} \right) : \frac{b - 3}{0,8b^3 + 21,6} = \\ & = \left(\frac{0,5(b - 3)}{0,5(b^2 - 3b + 9)} - \frac{2(b - 3)}{\frac{1}{3}(b^3 + 27)} \right) : \frac{b - 3}{0,8(b^3 + 27)} = \\ & = \left(\frac{b - 3}{b^2 - 3b + 9} - \frac{6(b - 3)}{(b + 3)(b^2 - 3b + 9)} \right) : \frac{5(b - 3)}{4(b^3 + 27)} = \\ & = \frac{(b + 3)(b - 3) - 6(b - 3)}{b^3 + 27} : \frac{5(b - 3)}{4(b^3 + 27)} = \frac{4(b - 3)(b + 3 - 6)(b^3 + 27)}{5(b^3 + 27)(b - 3)} = \frac{4(b - 3)}{5}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & \left(\frac{a}{0,5a + 1} + \frac{\frac{2}{3}a}{2 - a} + \frac{2a}{\frac{1}{4}a^2 - 1} \right) : \frac{0,5a - 1}{0,5a - 2} = \left(\frac{2a}{a + 2} - \frac{2a}{3(a - 2)} + \frac{8a}{(a - 2)(a + 2)} \right) : \frac{a - 2}{a - 4} = \\ & = \frac{6a(a - 2) - 2a(a + 2) + 24a}{3(a - 2)(a + 2)} \cdot \frac{a - 2}{a - 4} = \frac{(4a^2 + 8a)(a - 2)}{3(a - 2)(a + 2)(a - 4)} = \frac{4a}{3(a - 4)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } & \left(\frac{3,6xy + 2,1y^2}{1,44x^2 - 0,49y^2} + \frac{2x}{2,4x - 1,4y} \right) : \frac{12x^2 - 7xy}{x + 3y} = \\ & = \left(\frac{3y(1,2x + 0,7y)}{(1,2x - 0,7y)(1,2x + 0,7y)} + \frac{2x}{2(1,2x - 0,7y)} \right) : \frac{x(12x + 7y)}{x + 3y} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3y(1,2x+0,7y) + x(1,2x+0,7y)}{(1,2x-0,7y)(1,2x+0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} = \\
&= \frac{(1,2x+0,7y)(3y+x)}{(1,2x+0,7y)(1,2x-0,7y)} \cdot \frac{x(12x-7y)}{x+3y} = \\
&= \frac{(x+3y) \cdot x(12x-7y)}{(x+3y)(1,2x-0,7y)} = \frac{10x(12x-7y)}{12x-7y} = 10x;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma) &\left(\frac{1}{0,5x+y} - \frac{2y}{0,25x^2+xy+y^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25x^2-y^2} + \frac{1}{2y-x} \right) + 2 = \\
&= \left(\frac{1}{0,5(x+2y)} - \frac{2y}{0,25(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{0,5x}{0,25(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
&= \left(\frac{2}{x+2y} - \frac{8y}{(x+2y)^2} \right) : \left(\frac{2x}{(x-2y)(x+2y)} - \frac{1}{x-2y} \right) + 2 = \\
&= \frac{2(x+2y)-8y}{(x+2y)^2} : \frac{2x-x-2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} \cdot \frac{x-2y}{(x-2y)(x+2y)} + 2 = \\
&= \frac{2(x-2y)}{(x+2y)^2} : \frac{1}{x+2y} + 2 = \frac{2(x-2y)(x+2y)}{(x+2y)^2} + 2 = \frac{2(x-2y)+2(x+2y)}{x+2y} = \frac{4x}{x+2y}.
\end{aligned}$$

$$\text{№243. а) } \frac{x - \frac{yz}{y-z}}{y - \frac{xz}{x-z}} = \frac{\frac{xy-xz-yz}{y-z}}{\frac{xy-yz-xz}{x-z}} = \frac{(xy-xz-yz)(x-z)}{(xy-xz-yz)(y-z)} = \frac{x-z}{y-z};$$

$$\text{б) } \frac{\frac{a-x}{a} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a+x}{a} - \frac{x}{a+x}} = \frac{\frac{(a-x)(a-x)+ax}{a(a-x)}}{\frac{(a+x)^2-ax}{a(a+x)}}$$

$$= \frac{a(a^2-2ax+x^2+ax)(a+x)}{a(a-x)(a^2+2ax+x^2-ax)} = \frac{(a^2-ax+x^2)(a+x)}{(a^2+ax+x^2)(a-x)} = \frac{a^3+x^3}{a^3-x^3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1};$$

$$\text{г) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 - \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1-x}{x+1}} = \frac{x+1}{1} = x+1.$$

№244. 1. Точка $A(-4;1)$ принадлежит т.к. $1 = -\frac{4}{-4}$; $1=1$.

2. Точка $B(8;0,5)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{8} = -0,5 \neq 0,5$.

3. Точка $C(0;0)$ не принадлежит т.к. $x=0$ не входит в область определения функции.

4. Точка $D(0,01;-400)$ принадлежит т.к. $-400 = -\frac{4}{0,01}$.

5. Точка $E(16;1/4)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{16} = -\frac{1}{4} \neq \frac{1}{4}$.

6. Точка $F(40;0,1)$ не принадлежит т.к. $-\frac{4}{40} = -0,1 \neq 0,1$.

7. Точка $G(1000;-0,004)$ принадлежит т.к. $-0,004 = -\frac{4}{1000}$.

8. Точка $K(-0,004;-1000)$ не принадлежит, т.к. $\frac{-4}{-0,004} = 1000 \neq -1000$.

№245. $y = \frac{k}{x}$; $18 = \frac{k}{-9}$; $k = 18 \cdot (-9)$; $k = -162$; $y = -\frac{162}{x}$.

№246. а) Точка $A(40;0,025)$ принадлежит, т.к. $0,025 = \frac{1}{40}$.

б) Точка $B(0,03125;32)$ принадлежит, т.к. $32 = \frac{1}{0,03125}$;

в) Точка $C(0,016; 6\frac{1}{4})$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,016} = 62,5 \neq 6,25 = 6\frac{1}{4}$.

г) Точка $D(0,125;0,8)$ не принадлежит, т.к. $\frac{1}{0,125} = 8 \neq 0,8$.

№247. Подставим координаты точки $A(10;2,4)$ в уравнение функции и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $2,4 = \frac{k}{10}$; $k = 2,4 \cdot 10 = 24$, т.е. $y = \frac{24}{x}$.

а) Точка $B(1;24)$ принадлежит т.к. $24 = \frac{24}{1}$.

б) Точка $C(-\frac{1}{5};-120)$ принадлежит т.к. $-120 = \frac{24}{-\frac{1}{5}}$.

в) Точка $D(-2;12)$ не принадлежит т.к. $\frac{24}{-2} = -12 \neq 12$.

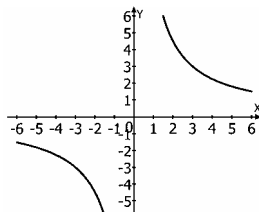
№248.

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= \frac{36}{(x+1)^2 - (x-1)^2} = \frac{36}{(x+1+x-1)(x+1-x+1)} = \\ &= \frac{36}{2x \cdot 2} = \frac{36}{4x} = \frac{9}{x}. \end{aligned}$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-9	-3	-1	1	3	9
y	-1	-3	-9	9	3	1

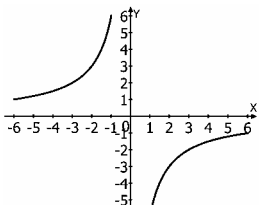


$$\text{б) } y = \frac{18-12x}{x^2-3x} - \frac{6}{3-x} = \frac{18-2x}{x(x-3)} - \frac{6}{3-x} = \frac{18-12x+6x}{x(x-3)} = \frac{18-6x}{x(x-3)} = \frac{6(3-x)}{x(x-3)} = -\frac{6}{x}.$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
Y	2	3	6	-6	-3	-2

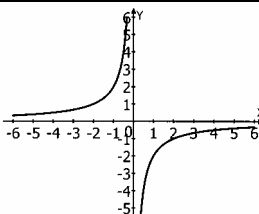


$$\text{в) } y = \frac{16}{(2-x)^2 - (2+x)^2} = \frac{16}{(2-x+2+x)(2-x-2-x)} = \frac{16}{4(-2x)} = \frac{16}{-8x} = -\frac{2}{x}.$$

Область определения: $x \neq 0$.

Построим график функции по точкам:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y	1	2	4	-4	-2	-1

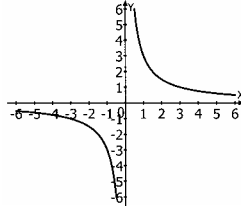


$$\Gamma) y = \frac{3x(x+1) - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x^2 + 3x - 3x^2 + 15}{x(x+5)} = \frac{3x + 15}{x(x+5)} = \frac{3(x+5)}{x(x+5)} = \frac{3}{x}.$$

Область определения: $x \neq 0$.

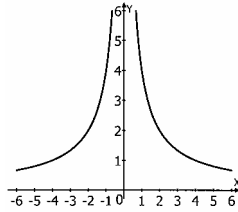
Построим график функции по точкам:

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	-1	-1,5	-3	3	1,5	1

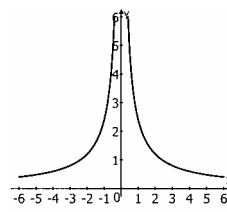


№249.

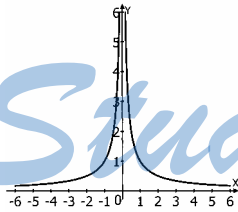
a) $y = \frac{4}{|x|}$;



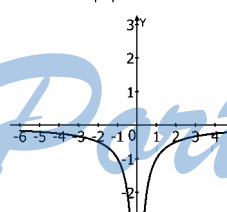
б) $y = \frac{2,4}{|x|}$;



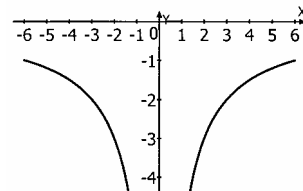
в) $y = \frac{1}{|x|}$;



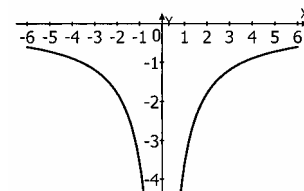
г) $y = -\frac{1}{|x|}$;



д) $y = \frac{-6}{|x|}$;



е) $y = \frac{-3,6}{|x|}$.



StudyPort.ru

№250. а) Подставим координаты точки P в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $1 = \frac{k}{2}$; $k=2$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$; $1 = 2 \cdot 2 + b$; $b = 1 - 4 = -3$.

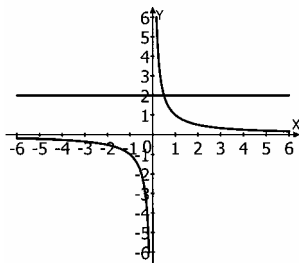
б) Подставим координаты точки Q в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $3 = \frac{k}{-2}$; $k = -6$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$; $3 = (-6) \cdot (-2) + b$; $3 = 12 + b$; $b = 3 - 12 = -9$.

в) Подставим координаты точки R в уравнение гиперболы и найдем k : $y = \frac{k}{x}$; $1 = \frac{k}{-1}$; $k = -1$; затем подставим их в уравнение прямой и найдем b : $y = kx + b$; $1 = (-1) \cdot (-1) + b$; $1 = 1 + b$; $b = 0$.

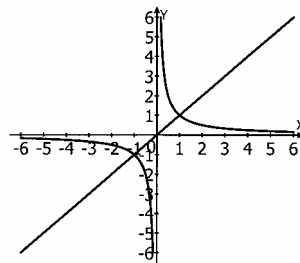
№251. а) Только в 1 точке – да;

б) только в 2 точках – да; в) в 3 точках – нет.

а)



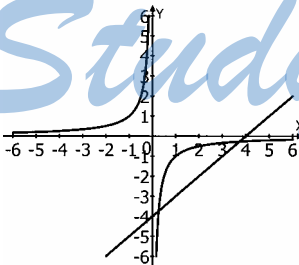
б)



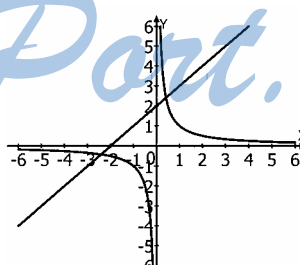
№252. а) В одной четверти – да;

б) в I и II четвертях – нет; в) в I и III четвертях – да.

а)



в)



ГЛАВА II. Квадратные корни

§4. Действительные числа

9. Рациональные числа

№253.

а) Натуральные числа: 10; 15; б) целые числа: -100 ; -2 ; 0 ; 10 ; 15 ;

в) рациональные числа: -100 ; $-14,5$; -2 ; $-\frac{2}{3}$; 0 ; 10 ; 15 ; $20\frac{1}{6}$.

№255. а) $27 \in N$ – да; б) $2,7 \notin N$ – да; в) $0 \in Z$ – да; г) $-8 \notin Z$ – нет.

№256. а) $-4 \in N$ – нет; $-4 \in Z$ – да; $-4 \in Q$ – да;

б) $5,6 \notin N$ – да; $5,6 \in Z$ – нет; $5,6 \in Q$ – да;

в) $28 \in N$ – да; $28 \in Z$ – да; $28 \in Q$ – да.

№257.

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}; 1\frac{2}{5} = \frac{14}{10}; 1\frac{2}{5} = \frac{21}{15}; \quad 0,3 = \frac{3}{10}; 0,3 = \frac{6}{20}; 0,3 = \frac{18}{60};$$

$$-3\frac{1}{4} = -\frac{13}{4}; -3\frac{1}{4} = -\frac{26}{8}; -3\frac{1}{4} = -\frac{39}{12};$$

$$-27 = -\frac{27}{1}; -27 = -\frac{54}{2}; -27 = -\frac{81}{3}; \quad 0 = \frac{0}{1}; 0 = \frac{0}{5}; 0 = \frac{0}{13}.$$

№258.

$$36 = \frac{36}{1}; -45 = -\frac{45}{1}; 4,2 = 4\frac{1}{5} = \frac{21}{5}; -0,8 = -\frac{4}{5}; 15\frac{1}{6} = \frac{91}{6}; -\frac{2}{9} = -\frac{2}{9}.$$

№259.

а) $\frac{1}{3} = 0,(3)$; б) $\frac{5}{6} = 0,8(3)$; в) $\frac{1}{7} = 0,(142857)$; г) $-\frac{20}{9} = -2,(2)$;

д) $-\frac{8}{15} = -0,5(3)$; е) $10,28 = 10,28(0)$; ж) $-17 = -17,(0)$;

з) $\frac{3}{16} = 0,1875(0)$; и) $-1\frac{3}{40} = -\frac{43}{40} = -1,075(0)$; к) $2\frac{7}{11} = \frac{29}{11} = 2,6(36)$.

№260. а) $\frac{5}{3} = 1,(6)$; б) $\frac{7}{30} = 0,2(3)$; в) $\frac{3}{7} = 0,4285\dots$;

г) $-\frac{5}{8} = -0,625(0)$; д) $1,347 = 1,347(0)$; е) $-125 = -125,(0)$.

№261.

а) $0,013 < 0,1004$; б) $-24 < 0,003$; в) $-3,24 > -3,42$;

г) $\frac{3}{8} = 0,375$; д) $-1,174 > -1\frac{7}{40}$; е) $0,9(09) < 0,91(6)$.

№262. а) $1,009 < 1,011$; б) $-2,005 > -2,04$;

в) $-1\frac{3}{4} = -1,75$; г) $\frac{7}{16} = 0,4375 > 0,437$.

№263. а) 10,01; 10,005; 10,09; б) $-0,00001$; $-0,0005$; $-0,0008$;

в) $-1000,1$; $-1000,5$; $-1000,03$; г) $\frac{3}{6}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{12}$.

№264.

а) 1,31; 1,32; 1,33; 1,34; 1,35; б) 5,01; 5,02; 5,03; 5,04; 5,05;

в) -1001 ; -1002 ; -1010 ; -1153 ; -1278 .

Упражнения для повторения

№265. а)
$$\frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a}{a-b} + \frac{3a}{a+b} - \frac{2ab}{(a-b)(a+b)} =$$
$$= \frac{a(a+b) + 3a(a-b) - 2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab + 3a^2 - 3ab - 2ab}{(a-b)(a+b)} =$$
$$= \frac{4a^2 - 4ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a}{a+b};$$

б)
$$\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot \frac{1-x}{1+x} \cdot \frac{x}{x^2-1} = -\frac{1 \cdot (1-x) \cdot x}{x(1+x)(x-1)(x+1)} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

№266. а) Четные числа можно представить в виде $2n$ и $2m$; их сумма равна $2m+2n=2(n+m)$, – четное число.

б) Четное число можно представить в виде $2n$, а нечетное – в виде $2m+1$; их сумма равна: $2n+(2m+1)=2n+2m+1=2(n+m)+1$, – нечетное число.

№267. а) $(2n)^2=4n^2$ – четное число.

б) $(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4n(n+1)+1$ – нечетное число.

№268. а) $|10|=10$; $|0,3|=0,3$; $|0|=0$; $|-2,7|=2,7$; $|-9|=9$;

б) $|x|=6 \Rightarrow x=\pm 6$; $|x|=3,2 \Rightarrow x=\pm 3,2$; $|x|=0 \Rightarrow x=0$.

№269. а) при $a>0$, $|a|=a$; б) при $c<0$, $|c|=-c$;
в) при $b<0$, $|2b|=-2b$; г) при $c\geq 0$, $|3c|=3c$.

№ 270. а) $\frac{1}{2}$; б) π .

№ 271.

а) да; б) нет, так как иррациональные числа действительные, но не рациональные; в) да; г) нет, так как $\frac{1}{2}$ – действительное, но не иррациональное.

10. Иррациональные числа

№272. Рациональные числа: $\frac{1}{7}$; 0; 0,25; -2,(3); 4,2(51); 217;

иррациональные числа: 0,818118111...; π .

№273. а) $7,16 \in N$ – нет; $7,16 \in Z$ – нет; $7,16 \in Q$ – да; $7,16 \in R$ – да;

б) $409 \in N$ – да; $409 \in Z$ – да; $409 \in Q$ – да; $409 \in R$ – да;

в) $\pi \in N$ – нет; $\pi \in Z$ – нет; $\pi \in Q$ – нет; $\pi \in R$ – да.

№274. а) $7,653... > 7,563...$; б) $0,123... > 0,114...$;

в) $-48,075 > -48,275...$; г) $-1,444... > -1,456...$

№275. а) 1,(56); б) -4,45; в) 1,6668;

г) $-\frac{5}{22}$; д) $\pi = 3,14159...$; е) π ;

№276. а) $9,835... < 9,847$; б) $-1,(27) < 1,272$;

в) $2\frac{1}{7} = 2,1428... > 2,142$; г) $1,(375) > 1\frac{3}{8} = 1,375$.

№ 277. $-2,75... < -2,63... < 3,(3) < 4,62$.

№ 278. $2,065 > 2,056... > 1,(37) > 1,371 > -0,078...$

№279. а) $a = 1,0539... \approx 1,1$; $b = 2,0610... \approx 2,1$; $a + b \approx 1,1 + 2,1 = 3,2$;

б) $a = 1,0539... \approx 1,05$; $b = 2,0610... \approx 2,06$; $a + b \approx 1,05 + 2,06 = 3,11$;

в) $a = 1,0539... \approx 1,054$; $b = 2,0610... \approx 2,061$; $a + b \approx 1,054 + 2,061 = 3,115$.

№280.

а) $a = 59,678... \approx 59,7$; $b = 43,123... \approx 43,1$; $a - b \approx 59,7 - 43,1 = 16,6$;

б) $a = 59,678... \approx 59,68$; $b = 43,123... \approx 43,12$; $a - b \approx 59,68 - 43,12 = 16,56$.

№281. Пусть r – радиус окружности. Тогда ее длина

$C = 2\pi r$; $\pi \approx 3,14$; $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 4,5 = 6,28 \cdot 4,5 = 28,26$ (см).

№282. Пусть r – радиус круга. Тогда его площадь

$S = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot 10^2 = 3,14 \cdot 100 = 314$ (м²).

Упражнения для повторения

№283. $\left(\frac{a+b}{b} - \frac{a}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a+b}{a} - \frac{b}{a+b}\right) = \frac{(a+b)^2 - ab}{b(a+b)} \cdot \frac{(a+b)^2 - ab}{a(a+b)} =$

$$= \frac{a(a+b)((a+b)^2 - ab)}{b(a+b)((a+b)^2 - ab)} = \frac{a}{b}.$$

№284. 1) $x = -2,5$; $|2x-8| = |2 \cdot (-2,5) - 8| = |-5-8| = |-13| = 13$;

2) $x=0$; $|2x-8| = |2 \cdot 0 - 8| = |-8| = 8$; 3) $x=4$; $|2x-8| = |2 \cdot 4 - 8| = |8-8| = |0| = 0$;

4) $x=5$; $|2x-8| = |2 \cdot 5 - 8| = |10-8| = |2| = 2$;

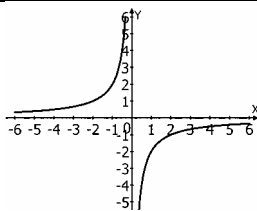
5) $x=9,5$; $|2x-8| = |2 \cdot 9,5 - 8| = |11| = 11$.

№285. а) $|ab|=ab$; б) $|ab|=-ab$.

№286. Найдем k : $-0,5 = \frac{k}{4}$; $k = -0,5 \cdot 4 = -2$; $y = -\frac{2}{x}$.

Область определения: $x \neq 0$

x	1	2	4	1/2	-1	-2	-4
y	-2	-1	-1/2	-4	2	1	1/2



§5 Арифметический квадратный корень

11. Квадратные корни. Арифметический квадратный корень

№287. а) $5 > 0$ и $5^2 = 25$, следовательно, число 5 – арифметический квадратный корень из 25;

б) $0,3 > 0$ и $0,3^2 = 0,09$, следовательно, число 0,3 – арифметический квадратный корень из 0,09;

в) $-7 < 0$, следовательно число -7 не является арифметическим квадратным корнем из 49;

г) $0,6^2 = 0,36 \neq 36$, следовательно, число 0,6 не является арифметическим квадратным корнем из 36.

№288. а) $11 > 0$ и $11^2 = 121$; б) $13 > 0$ и $13^2 = 169$;

в) $1,2 > 0$ и $1,2^2 = 1,44$; г) $0,7 > 0$ и $0,7^2 = 0,49$.

№289. а) $\sqrt{81} = 9$; б) $\sqrt{64} = 8$; в) $\sqrt{36} = 6$; г) $\sqrt{1600} = 40$;

д) $\sqrt{2500} = 50$; е) $\sqrt{10000} = 100$; ж) $\sqrt{0,04} = 0,2$;

з) $\sqrt{0,25} = 0,5$; и) $\sqrt{0,81} = 0,9$;

к) $\sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$; л) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$; м) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{7}{5}$.

№290. а) $\sqrt{400} = 20$; б) $\sqrt{900} = 30$; в) $\sqrt{4900} = 70$; г) $\sqrt{0,01} = 0,1$;

д) $\sqrt{0,16} = 0,4$; е) $\sqrt{0,64} = 0,8$; ж) $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{6}{7}$; з) $\sqrt{\frac{121}{64}} = \frac{11}{8}$;

и) $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; к) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

№291. а) при $a=32, b=4$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{32+4} = \sqrt{36} = 6$;
при $a=33, b=-8$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{33-8} = \sqrt{25} = 5$;
при $a=0,65, b=0,16$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{0,65+0,16} = \sqrt{0,81} = 0,9$;
при $a=-25, b=26$ получаем: $\sqrt{a+b} = \sqrt{-25+26} = \sqrt{1} = 1$
б) при $x=7$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 7-5} = \sqrt{21-5} = \sqrt{16} = 4$;
при $x=23$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 23-5} = \sqrt{69-5} = \sqrt{64} = 8$;
при $x=1,83$ получаем: $\sqrt{3x-5} = \sqrt{3 \cdot 1,83-5} = \sqrt{5,49-5} = \sqrt{0,49} = 0,7$;
в) при $x=0$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0 + \sqrt{0} = 0 + 0 = 0$;
при $x=0,01$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,01 + \sqrt{0,01} = 0,01 + 0,1 = 0,11$;
при $x=0,36$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,36 + \sqrt{0,36} = 0,36 + 0,6 = 0,96$;
при $x=0,64$ получаем: $x + \sqrt{x} = 0,64 + \sqrt{0,64} = 0,64 + 0,8 = 1,44$;
при $x=1$ получаем: $x + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$;
при $x=25$ получаем: $x + \sqrt{x} = 25 + \sqrt{25} = 25 + 5 = 30$;
при $x=100$ получаем: $x + \sqrt{x} = 100 + \sqrt{100} = 100 + 10 = 110$;
при $x=3600$ получаем: $x + \sqrt{x} = 3600 + \sqrt{3600} = 3600 + 60 = 3660$.
№292. а) при $x=25, y=0$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{25} + \sqrt{0} = 5$;
при $x=0, y=1$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{0} + \sqrt{1} = 1$;
при $x = \frac{9}{25}, y=0,36$ получаем: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{0,36} = \frac{3}{5} + 0,6 =$
 $= 0,6 + 0,6 = 1,2$;
б) при $a=0$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 0} = \sqrt{4-0} = 2$;
при $a=2$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 2} = \sqrt{4-4} = 0$;
при $a=1,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot 1,5} = \sqrt{4-3} = 1$;
при $a=-22,5$ получаем: $\sqrt{4-2a} = \sqrt{4-2 \cdot (-22,5)} = \sqrt{4+45} = 7$.
№293. а) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$; б) $\sqrt{81} : \sqrt{100} = 9 : 10 = 0,9$;
в) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + 0,5 = 0,8$; г) $\sqrt{0,04} - \sqrt{0,01} = 0,2 - 0,1 = 0,1$;
д) $3\sqrt{9} - 16 = 3 \cdot 3 - 16 = 9 - 16 = -7$;
е) $-7\sqrt{0,36} + 5,4 = -7 \cdot 0,6 + 5,4 = -4,2 + 5,4 = 1,2$;
ж) $0,1\sqrt{400} + 0,2\sqrt{1600} = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 = 2 + 8 = 10$;
з) $\frac{1}{3}\sqrt{0,36} + \frac{1}{5}\sqrt{900} = \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{5} \cdot 30 - 0,2 + 6 = 6,2$.

№294. а) $0,6\sqrt{36} = 0,6 \cdot 6 = 3,6$; б) $-2,5\sqrt{25} = -2,5 \cdot 5 = -12,5$;
 в) $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,16} = 0,7 + 0,4 = 1,1$; г) $\sqrt{0,64} - \sqrt{0,04} = 0,8 - 0,2 = 0,6$;
 д) $-\sqrt{0,0036} + \sqrt{0,0025} = -0,06 + 0,05 = -0,01$;
 е) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001} = 0,1 - 0,01 = 0,09$; ж) $\frac{1}{3}\sqrt{0,81} - 1 = \frac{1}{3} \cdot 0,9 - 1 = 0,3 - 1 = -0,7$;

з) $4 - 10\sqrt{0,01} = 4 - 10 \cdot 0,1 = 4 - 1 = 3$.

№296. а) Да; б) нет; в) да; г) да; д) да; е) нет.

№297. 1) $\sqrt{a} = 0$; $(\sqrt{a})^2 = 0^2$; $a = 0$; 2) $\sqrt{a} = 1$; $(\sqrt{a})^2 = 1^2$; $a = 1$;

3) $\sqrt{a} = 3$; $(\sqrt{a})^2 = 3^2$; $a = 9$; 4) $\sqrt{a} = 10$; $(\sqrt{a})^2 = 10^2$; $a = 100$;

5) $\sqrt{a} = 0,6$; $(\sqrt{a})^2 = 0,6^2$; $a = 0,36$.

№298. а) $\sqrt{x} = 4$; $(\sqrt{x})^2 = 4^2$; $x = 16$; б) $\sqrt{x} = 0,5$; $(\sqrt{x})^2 = 0,5^2$; $x = 0,25$;

в) $2\sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = 0$; $x = 0$;

г) $4\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{4}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$; $x = \frac{1}{16}$;

д) $\sqrt{x} - 8 = 0$; $\sqrt{x} = 8$; $(\sqrt{x})^2 = 8^2$; $x = 64$;

е) $3\sqrt{x} - 2 = 0$; $3\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $x = \frac{4}{9}$.

№299. а) $\sqrt{x} = 0,1$; $(\sqrt{x})^2 = (0,1)^2$; $x = 0,01$;

б) нет; в) нет; г) $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$.

№300. а) $\sqrt{x} = 11$; $(\sqrt{x})^2 = 11^2$; $x = 121$;

б) $10\sqrt{x} = 3$; $\sqrt{x} = \frac{3}{10}$; $(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2$; $x = \frac{9}{100}$;

в) $\sqrt{x} = -20$ — такого значения x не существует;

г) $2\sqrt{x} - 1 = 0$; $2\sqrt{x} = 1$; $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $x = \frac{1}{4}$;

д) $5 - \sqrt{x} = 0$; $-\sqrt{x} = -5$; $\sqrt{x} = 5$; $x = 25$;

е) $2 + \sqrt{x} = 0$; $\sqrt{x} = -2$ — такого значения x не существует.

№301. а) $\sqrt{3+5x} = 7$; $(\sqrt{3+5x})^2 = 7^2$;

$3+5x = 49$; $5x = 46$; $x = 9,2$; б) $\sqrt{10x-14} = 11$; $(\sqrt{10x-14})^2 = 11^2$;

$10x-14 = 121$; $x = 13,5$; в) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0$; $\frac{1}{3}x = \frac{1}{2}$; $x = 1,5$.

Упражнения для повторения

№302.

а)

$$x = -2,5; y \approx 6,25;$$

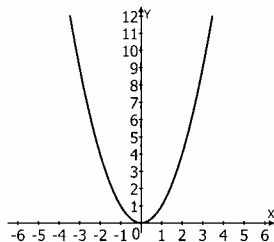
$$x = -1,3; y \approx 1,7;$$

$$x = -0,8; y \approx 0,65;$$

$$x = 0,6; y \approx 0,35;$$

$$x = 1,7; y \approx 2,8;$$

$$x = 2,3; y \approx 5,2;$$



б) $y = 1; x_{1,2} = \pm 1; y = 2; x_{1,2} \approx \pm 1,4;$

$$y = 5; x_{1,2} \approx \pm 2,2; y = 7,5; x_{1,2} \approx \pm 2,8;$$

в) $(-1,4)^2 \approx 2; (-0,8)^2 \approx 0,65; (1,2)^2 \approx 1,45; (-2,8)^2 \approx 7,65;$

г) $\sqrt{0,5} \approx 0,7; \sqrt{2,5} \approx 1,6; \sqrt{3} \approx 1,75; \sqrt{4} \approx 2; \sqrt{5} \approx 2,2; \sqrt{9} = 3.$

№303.
$$\left(x-1+\frac{1}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2-x}{(2-x)^2} = \frac{x(1-x)-1(1-x)+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} =$$

$$= \frac{x-x^2-1+x+1}{1-x} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = -\frac{(-x^2+2x)}{x-1} \cdot \frac{x(x-1)}{(2-x)^2} = \frac{x(x-2) \cdot x(x-1)}{(x-1)(x-2)^2} = \frac{x^2}{x-2}.$$

Подставим $x = -2$ получим: $\frac{x^2}{x-2} = \frac{(-2)^2}{-2-2} = \frac{4}{-4} = -1.$

№304. а) $|a^2|=a^2$; б) при $a > 0: |a^3|=a^3$; в) при $a < 0: |a^3|=-a^3$;

12. Уравнение $x^2 = a$

№305. а) $x^2 = 81; x_{1,2} = \pm\sqrt{81} = \pm 9$;

б) $x^2 = 18; x_{1,2} = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9 \cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$; в) $x^2 = 0; x = 0$;

г) $x^2 = -25$; уравнение не имеет корней.

№306. а) $x^2 = 36; x_{1,2} = \pm\sqrt{36} = \pm 6$;

б) $x^2 = 0,49; x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$;

в) $x^2 = 121; x_{1,2} = \pm\sqrt{121} = \pm 11$;

г) $x^2 = 11; x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; д) $x^2 = 8; x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 2} = \pm 2\sqrt{2}$;

е) $x^2 = 2,5; x_{1,2} = \pm\sqrt{2,5} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$

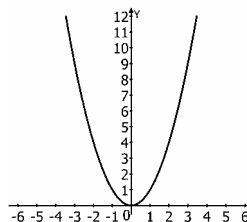
№307. Нарисуем график и найдем приближенные значения:

а) $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,7$;

б) $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,2$;

в) $x^2 = 4,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,1$;

г) $x^2 = 8,5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{8,5}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,9$.



№308. Нарисуем график и найдем приближенные значения (см. график к №307):

а) $x^2 = 3,6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3,6}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,85$;

б) $x^2 = 2,8$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{2,8}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,65$;

в) $x^2 = 1,4$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{1,4}$; $x_{1,2} \approx \pm 1,2$; г) $x^2 = 6$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{6}$; $x_{1,2} \approx \pm 2,45$.

№309. а) $x^2 - 0,01 = 0,03$; $x^2 = 0,03 + 0,01 = 0,04$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,04} = \pm 0,2$;

б) $80 + y^2 = 81$; $y^2 = 81 - 80 = 1$; $y_{1,2} = \pm\sqrt{1} = \pm 1$;

в) $19 + c^2 = 10$; $c^2 = 10 - 19 = -9$; уравнение корней не имеет;

г) $20 - b^2 = -5$; $b^2 = 5 + 20 = 25$; $b_{1,2} = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

д) $3x^2 = 1,47$; $x^2 = 1,47 : 3 = 0,49$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49} = \pm 0,7$;

е) $\frac{1}{4}a^2 = 10$; $a^2 = 10 : \frac{1}{4} = 40$; $a_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 10} = \pm 2\sqrt{10}$;

ж) $\frac{1}{2}x^2 = 32$; $x^2 = 32 : \frac{1}{2} = 64$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;

з) $-5y^2 = 1,8$; $y^2 = -(1,8 : 5) = -0,36$; уравнение корней не имеет;

№310. а) $16 + x^2 = 0$; $x^2 = -16$; уравнение корней не имеет;

б) $0,3x^2 = 0,027$; $x^2 = 0,027 : 0,3 = 0,09$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,09} = \pm 0,3$;

в) $0,5x^2 = 30$; $x^2 = 30 : 0,5 = 60$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{4 \cdot 15} = \pm 2\sqrt{15}$;

г) $-5x^2 = \frac{1}{20}$; $x^2 = -\frac{1}{20} : 5$; $x^2 = -\frac{1}{100}$; уравнение корней не имеет.

№311.

а) $(x-3)^2 = 25$; $x-3 = \pm\sqrt{25} = \pm 5$;

1) $x-3 = 5$; $x = 5+3$; $x_1 = 8$; 2) $x-3 = -5$; $x = -5+3$; $x_2 = -2$;

б) $(x+4)^2 = 9$; $x+4 = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;

1) $x+4 = 3$; $x = 3-4$; $x_1 = -1$; 2) $x+4 = -3$; $x = -3-4$; $x_2 = -7$;

в) $(x-6)=\sqrt{7}; x-6=\pm\sqrt{7};$

1) $x-6=\sqrt{7}; x_1=\sqrt{7}+6;$ 2) $x-6=-\sqrt{7}; x_2=-\sqrt{7}+6;$

г) $(x+2)^2=6; x+2=\pm\sqrt{6};$

1) $x+2=\sqrt{6}; x_1=\sqrt{6}-2;$ 2) $x+2=-\sqrt{6}; x_2=-\sqrt{6}-2;$

№312. 1) При $x=-3,4:$ $\sqrt{8-5x}=\sqrt{8-5(-3,4)}=\sqrt{8+17}=\sqrt{25}=5.$

2) При $x=0:$ $\sqrt{8-5x}=\sqrt{8-5\cdot 0}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}.$

3) При $x=1,2:$ $\sqrt{8-5x}=\sqrt{8-5\cdot 1,2}=\sqrt{8-6}=\sqrt{2}.$

4) При $x=1,6:$ $\sqrt{8-5x}=\sqrt{8-5\cdot 1,6}=\sqrt{8-8}=0.$

5) При $x=2,4:$ $\sqrt{8-5x}=\sqrt{8-5\cdot 2,4}=\sqrt{8-12}=\sqrt{-4}$ – выражение не имеет смысла.

№313. а) При $a \geq 0;$ б) при $x \geq 0;$ в) при $c \geq 0;$ г) при $b \leq 0.$

№314. а) При $x \geq 0;$ б) при $x \leq 0.$

№315. 1) $(\sqrt{25})^2=25;$ 2) $(\sqrt{81})^2=81;$ 3) $(\sqrt{2})^2=2;$ 4) $(\sqrt{3})^2=3;$

5) $(-\sqrt{4})^2=4;$ 6) $(\sqrt{5})^2=5;$ 7) $(-\sqrt{6})^2=6;$ 8) $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2};$ 9) $(\sqrt{1,3})^2=1,3.$

№316. а) $(\sqrt{7})^2=7;$ б) $(-\sqrt{26})^2=26;$

в) $-2\sqrt{14}\cdot\sqrt{14}=-2(\sqrt{14})^2=-2\cdot 14=-28;$ г) $(3\sqrt{5})^2=9\cdot 5=45;$

д) $0,5(-\sqrt{8})^2=0,5\cdot 8=4;$ е) $(-2\sqrt{15})^2=4\cdot 15=60;$

ж) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{4};$ з) $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$

№317. а) $0,49+2(\sqrt{0,4})^2=0,49+2\cdot 0,4=0,49+0,8=1,29;$

б) $(3\sqrt{11})^2-\sqrt{6400}=9\cdot 11-80=99-80=19;$

в) $(2\sqrt{6})^2+(-3\sqrt{2})^2=4\cdot 6+9\cdot 2=42;$

г) $-0,1(\sqrt{120})^2-\left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2=-0,1\cdot 120-\frac{1}{4}\cdot 20=-12-5=-17.$

№318. а) $2\sqrt{6}\cdot(-\sqrt{6})=-2\cdot 6=-12;$ б) $-(3\sqrt{5})^2=-9\cdot 5=-45;$

в) $\sqrt{1,44}-2(\sqrt{0,6})^2=1,2-2\cdot 0,6=0;$

г) $(0,1\sqrt{70})^2+\sqrt{1,69}=0,01\cdot 70+1,3=0,7+1,3=2.$

Упражнения для повторения

№319. $\frac{|x|}{x} = 1$, при $x > 0$; $\frac{|x|}{x} = -1$, при $x < 0$;

При $x = -8; -5$, $\frac{|x|}{x} = -1$; при $x = 1; 7; 128$, $\frac{|x|}{x} = 1$.

№320. а) $\frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$.

Если $x = -0,5$, то $\frac{x-1}{x+1} = \frac{-0,5-1}{-0,5+1} = -\frac{1,5}{0,5} = -3$;

б) $\frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x+1}{2x+1}$.

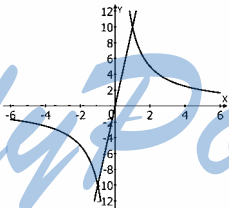
Если $x = -0,4$, то $\frac{x+1}{2x+1} = \frac{-0,4+1}{2 \cdot (-0,4)+1} = \frac{0,6}{-0,8+1} = \frac{0,6}{0,2} = 3$.

№321.

а) $\frac{8-x^3}{25x^2+100-100x} = \frac{(2-x)(4+2x+x^2)}{25(x^2-4x+4)} = \frac{(2-x)(x^2+2x+4)}{25(2-x)^2} = \frac{x^2+2x+4}{25(2-x)}$,

б) $\frac{16a^4+16a}{a^2+1-a} = \frac{16a(a^3+1)}{a^2-a+1} = \frac{16a(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} = 16a(a+1)$.

№322. Графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = 10x$ имеют две общие точки.



13. Нахождение приближенных значений квадратного корня

№323. а) 5 и 6; б) 6 и 7; в) 10 и 11; г) 3 и 4; д) 0 и 1.

№324. а) 3 и 4; б) 8 и 9; в) 14 и 15; г) 2 и 3.

№325. Ответ: 2;4;4. №326. Ответ: 3;1.

№327. 1) $x = 16$; $\sqrt{x} = 4$; 2) $x = 0,25$; $\sqrt{x} = 0,5$;

3) $x = 3$; $\sqrt{x} = 1,732\dots$; 4) $x = 245$; $\sqrt{x} = 15,652\dots$;

5) $x = 0,37$; $\sqrt{x} = 0,608\dots$.

№ 328. Площадь квадрата равна 18 см^2 . Обозначим за a см его сторону. Тогда $18 = S = a^2$, т.е. $a = \sqrt{18} \approx 4,2$. Ответ: $4,2 \text{ см}$.

№ 329. а) $\sqrt{(a+b) \cdot c}$, т.к. его вычисление потребует меньшего количества действий;

б) $\sqrt{b} + a$, т.к. его вычисления потребует меньшего количества действий.

№ 330. а) $\sqrt{48,5 \cdot 7,3 + 39,6 \cdot 7,3} = \sqrt{(48,5 + 39,6) \cdot 7,3} \approx 25,36$;

б) $8,567 + \sqrt{54} = \sqrt{54} + 8,567 \approx 15,91$.

№ 331. а) $6 + \sqrt{17} \approx 10,12$; б) $12 - \sqrt{34} \approx 6,16$; в) $\sqrt{10} + \sqrt{15} \approx 7,03$;

г) $\sqrt{62} - \sqrt{48} \approx 0,94$; д) $\sqrt{3,4 \cdot 4,9} \approx 4,08$; е) $6,5 + 3 \cdot \sqrt{7,8} \approx 14,87$.

№ 332. а) $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \approx 1,931$; б) $\sqrt{\sqrt{2}} \approx 1,189$.

№ 333. а) $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(4,8)^2 + (6,2)^2} \approx 7,84$;

б) $\sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{(9,7)^2 - (5,3)^2} \approx 8,12$.

№334. а) $-5,48$ и $5,48$; б) $-1,20$ и $1,20$; в) $-0,46$ и $6,46$; г) $-3,83$ и $1,83$.

Упражнения для повторения

№335. а) $3\sqrt{0,16} - 0,1\sqrt{225} = 3 \cdot 0,4 - 0,1 \cdot 15 = 1,2 - 1,2 = -0,3$;

б) $0,2\sqrt{900} + 1,8\sqrt{\frac{1}{9}} = 0,2 \cdot 30 + 1,8 \cdot \frac{1}{3} = 6 + 0,6 = 6,6$;

в) $0,3\sqrt{1,21} \cdot \sqrt{400} = 0,3 \cdot 1,1 \cdot 20 = 6,6$;

г) $5 : \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,81} = 5 : 0,5 \cdot 0,9 = 9$.

№336. а) не пересекает; б) пересекает в точке $(0; 0)$;

в) пересекает в точках $(5; 25)$, $(-5; 25)$;

г) пересекает в точках $(5,9; 35)$, $(5,9; 35)$.

№337. а) $10\sqrt{0,01} + (-\sqrt{2})^2 = 10 \cdot 0,1 + 2 = 1 + 2 = 3$;

б) $0,3\sqrt{25} - \frac{1}{3}(\sqrt{12})^2 = 0,3 \cdot 5 - \frac{1}{3} \cdot 12 = 1,5 - 4 = -2,5$.

№338. 1) $x=7$; $7+|7|=7+7=14$; $x=10$; $10+|10|=10+10=20$;

$x=0$; $0+|0|=0+0=0$; $x=-3$; $-3+|-3|=-3+3=0$;

$x=-8$; $-8+|-8|=-8+8=0$;

2) а) $x > 0$, $x+|x|=x+x=2x$; б) $x < 0$, $x+|x|=x-x=0$.

$$\text{№339. а) } \frac{4a^2 - 20a + 25}{25 - 4a^2} = \frac{(5 - 2a)^2}{(5 - 2a)(5 + 2a)} = \frac{5 - 2a}{5 + 2a}.$$

$$\text{б) } \frac{9x^2 + 4y^2 - 12xy}{4y^2 - 9x^2} = \frac{(2y - 3x)^2}{(2y - 3x)(2y + 3x)} = \frac{2y - 3x}{2y + 3x}.$$

14. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график

$$\text{№340. а) } S = \pi r^2; r^2 = \frac{S}{\pi}; r = \sqrt{\frac{S}{\pi}};$$

$$\text{б) } S = \frac{\pi d^2}{4}; 4S = \pi d^2; d^2 = \frac{4S}{\pi}; d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

$$\text{№341. а) площадь поверхности куба } S = 6a^2;$$

$$\text{б) длина ребра куба } a = \sqrt{\frac{S}{6}}.$$

$$\text{№342. Радиус шара } R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$$

№345. 1) $8 = \sqrt{64}$; $8=8$ – точка A принадлежит графику данной функции;

2) $100 = \sqrt{10000}$; $100=100$ – точка B принадлежит графику данной функции;

3) $\sqrt{-81}$ не имеет смысла, следовательно C не принадлежит графику данной функции;

4) $-5 \neq \sqrt{25}$ – точка D не принадлежит графику данной функции.

№346. а) пересекает в точке $(1; 1)$; б) пересекает в точке $(100; 10)$;

в) пересекает в точке $(10000; 100)$; г) непересекает.

№347. 1) $11 = \sqrt{121}$; $11=11$, значит, точка принадлежит графику данной функции;

2) $30 = \sqrt{900}$; $30=30$, значит, точка M принадлежит графику данной функции;

3) $\sqrt{-400}$ не имеет смысла, следовательно, точка A не принадлежит графику данной функции;

4) $-9 \neq \sqrt{81}$ – точка D не принадлежит графику данной функции.

№348. Пользуясь рис.14 учебника получаем:

$$\text{а) } \sqrt{0,5} < \sqrt{0,8}; \text{ б) } \sqrt{4,2} < \sqrt{5,7}; \text{ в) } \sqrt{7} < \sqrt{8}.$$

№349.

- а) $\sqrt{11}$; б) $\sqrt{0,15}$; в) $\sqrt{60}$; г) $\sqrt{60} \sqrt{8}$; $(\sqrt{60})^2 \sqrt{8^2}$; $60 < 64$; $\sqrt{60} < 8$;
д) $\sqrt{2} \sqrt{1,4}$; $(\sqrt{2})^2 \sqrt{1,4^2}$; $2 > 1,96$; $\sqrt{2} > 1,4$.

№350. а) $\sqrt{27} < \sqrt{28}$; б) $\sqrt{1,3} < \sqrt{1,5}$; в) $\sqrt{7} \sqrt{3}$; $(\sqrt{7})^2 \sqrt{3^2}$; $7 < 9$; $\sqrt{7} < 3$;

г) $\sqrt{6,25} \sqrt{2,5}$; $\sqrt{(2,5)^2} \sqrt{2,5}$; $2,5 = 2,5$; $\sqrt{6,25} = 2,5$;

д) $\sqrt{\frac{1}{5}} \sqrt{\frac{1}{6}}$; $(\sqrt{\frac{1}{5}})^2 \sqrt{\frac{1}{6}}$; $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$; $\sqrt{\frac{1}{5}} > \sqrt{\frac{1}{6}}$.

№351. а) $2,3 < 10,4 < 19,5$, значит, $\sqrt{2,3} < \sqrt{10,4} < \sqrt{19,5}$;

б) $4 = \sqrt{16}$; $12 < 16 < 18$, значит, $\sqrt{12} < 4 < \sqrt{18}$;

в) $0,5 = \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$; $\frac{3}{12} < \frac{4}{12} < \frac{6}{12}$, значит,

$\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$ и $0,5 < \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{\frac{1}{2}}$;

г) $0,7 < 1 < 1,7$, значит, $\sqrt{0,7} < 1 < \sqrt{1,7}$.

Упражнения для повторения

№352. а) $0,5\sqrt{121} + 3\sqrt{0,81} = 0,5 \cdot 11 + 3 \cdot 0,9 = 5,5 + 2,7 = 8,2$;

б) $\sqrt{144} \cdot \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,01} = 12 \cdot 30 \cdot 0,1 = 36$;

в) $\sqrt{400} - (4\sqrt{0,5})^2 = 20 - 16 \cdot 0,5 = 20 - 8 = 12$;

г) $(-3\sqrt{\frac{1}{3}})^2 - 10\sqrt{0,64} = 9 \cdot \frac{1}{3} - 10 \cdot 0,8 = 3 - 8 = -5$.

№353. а) имеет; б) не имеет; в) имеет; г) имеет.

№354.

а) 1) $x^2 = 11$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$; 2) $\sqrt{x} = 11$; $(\sqrt{x})^2 = 11^2$; $x = 121$;

б) 1) $2x^2 = \frac{1}{2}$; $x^2 = 0,25$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{0,25} = \pm 0,5$;

2) $2\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $(2\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2})^2$; $4x = \frac{1}{4}$; $x = \frac{1}{16}$.

№355. а) $a > 0$ и $b > 0$: $|ab^3| = ab^3$; б) $a < 0$ и $b > 0$: $|ab^3| = (-a) \cdot b^3 = -ab^3$;
 в) $a < 0$ и $b < 0$: $|ab^3| = (-a)(-b)^3 = ab^3$; г) $a > 0$ и $b < 0$: $|ab^3| = a \cdot (-b)^3$.

№356. а) $x < 0$: $-5x > 0$; $x^2 + 7 > 0$, следовательно, $\frac{-5x}{x^2 + 7} > 0$;

б) $x > 0$: $x + 4 > 0$; $x^2 + 4 > 0$, следовательно, $\frac{x + 4}{-x^2 - 4} = -\frac{x + 4}{x^2 + 4} < 0$.

§6. Свойства арифметического квадратного корня

15. Квадратный корень из произведения и дроби

№357. а) $\sqrt{100 \cdot 49} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$;

б) $\sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180$;

в) $\sqrt{64 \cdot 121} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{121} = 8 \cdot 11 = 88$;

г) $\sqrt{144 \cdot 0,25} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{0,25} = 12 \cdot 0,5 = 6$;

д) $\sqrt{0,01 \cdot 169} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{169} = 0,1 \cdot 13 = 1,3$;

е) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04} = \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,04} = 1,5 \cdot 0,2 = 0,3$.

№358. а) $\sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{64}} = \frac{3}{8}$; б) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$;

в) $\sqrt{\frac{121}{25}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{25}} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$; г) $\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$;

д) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; е) $\sqrt{2\frac{7}{81}} = \sqrt{\frac{169}{81}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{81}} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$;

ж) $\sqrt{5\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; з) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

№359. а) $\sqrt{81 \cdot 900} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{900} = 9 \cdot 30 = 270$;

б) $\sqrt{0,36 \cdot 49} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{49} = 0,6 \cdot 7 = 4,2$;

в) $\sqrt{12\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$; г) $\sqrt{10\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{169}{16}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{16}} = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$.

№360. а) $\sqrt{9 \cdot 64 \cdot 0,25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 3 \cdot 8 \cdot 0,5 = 12$;

б) $\sqrt{0,36 \cdot 2,25 \cdot 144} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{144} = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 12 = 10,8$;

в) $\sqrt{1,21 \cdot 0,09 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,1 \cdot 0,3 \cdot 0,01 = 0,0033$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{25}{81} \cdot \frac{16}{49} \cdot \frac{196}{9}} = \sqrt{\frac{25}{81}} \cdot \sqrt{\frac{16}{49}} \cdot \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{3} = \frac{40}{27} = 1\frac{13}{27};$$

$$\text{д) } \sqrt{3\frac{1}{16} \cdot 2\frac{14}{15}} = \sqrt{\frac{49}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{14}{5} = 2,8;$$

$$\text{е) } \sqrt{5\frac{1}{16} \cdot 2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{81}{16} \cdot \frac{196}{81}} = \sqrt{\frac{196}{16}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{16}} = \frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}.$$

$$\text{№361. а) } \sqrt{0,04 \cdot 81 \cdot 25} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 9 \cdot 5 = 9;$$

$$\text{б) } \sqrt{0,09 \cdot 16 \cdot 0,04} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{0,04} = 0,3 \cdot 4 \cdot 0,2 = 0,24;$$

$$\text{в) } \sqrt{1\frac{7}{9} \cdot \frac{4}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} \cdot \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{121}{144} \cdot 2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{121}{144}} \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{11}{12} \cdot \frac{3}{2} = \frac{33}{24} = 1\frac{3}{8};$$

$$\text{№362. а) } \sqrt{810 \cdot 40} = \sqrt{81 \cdot 400} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{400} = 9 \cdot 20 = 180;$$

$$\text{б) } \sqrt{10 \cdot 250} = \sqrt{2500} = 50;$$

$$\text{в) } \sqrt{72 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 16 \cdot 4} \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 4 \cdot 2 = 48;$$

$$\text{г) } \sqrt{8 \cdot 98} = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 49 \cdot 4} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{49} = 4 \cdot 7 = 28;$$

$$\text{д) } \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 2} = \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 3 \cdot 2 = 30;$$

$$\text{е) } \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{0,25 \cdot 10 \cdot 144 \cdot 0,1} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{144} = 0,5 \cdot 12 = 6;$$

$$\text{ж) } \sqrt{90 \cdot 6,4} \sqrt{9 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{9 \cdot 64} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{64} = 3 \cdot 8 = 24;$$

$$\text{з) } \sqrt{16,9 \cdot 0,4} = \sqrt{169 \cdot 0,1 \cdot 4 \cdot 9,1} = \sqrt{169 \cdot 4 \cdot 0,01} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,01} = 13 \cdot 2 \cdot 0,1 = 2,6.$$

$$\text{№363. а) } \sqrt{75 \cdot 48} = \sqrt{3 \cdot 25 \cdot 16 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 9} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60;$$

$$\text{б) } \sqrt{45 \cdot 80} = \sqrt{9 \cdot 5 \cdot 16 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 16 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60;$$

$$\text{в) } \sqrt{4,9 \cdot 360} = \sqrt{4,9 \cdot 3,6 \cdot 10} = \sqrt{49 \cdot 36} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{36} = 7 \cdot 6 = 42;$$

$$\text{г) } \sqrt{160 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 10 \cdot 6,4} = \sqrt{16 \cdot 64} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{64} = 4 \cdot 8 = 32.$$

$$\text{№364. а) } \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{1 \cdot 25} = \sqrt{25} = 1 \cdot 5 = 5;$$

$$\text{б) } \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10;$$

$$\text{в) } \sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313-312)(313+312)} = \sqrt{1 \cdot 625} = \sqrt{625} = 25;$$

$$\text{г) } \sqrt{122^2 - 22^2} = \sqrt{(122-22)(122+22)} = \sqrt{100 \cdot 144} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{144} = 10 \cdot 12 = 120;$$

$$\text{д) } \sqrt{45,8^2 - 44,2^2} = \sqrt{(45,8-44,2)(45,8+44,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 90} = \sqrt{1,6 \cdot 10 \cdot 9} = \sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} &= \sqrt{(21,8 - 18,2)(21,8 + 18,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 40} = \\ &= \sqrt{3,6 \cdot 10 \cdot 4} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12. \end{aligned}$$

$$\text{№365. а)} \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$\text{б)} \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{в)} \sqrt{82^2 - 18^2} = \sqrt{(82-18)(82+18)} = \sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 8 \cdot 10 = 80;$$

$$\text{г)} \sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117-108)(117+108)} = \sqrt{9 \cdot 225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{225} = 3 \cdot 15 = 45;$$

$$\text{д)} \sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8-3,2)(6,8+3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} &= \sqrt{\left(\frac{17}{16}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{16} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{17}{16} + \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{17-8}{16} \cdot \frac{17+8}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{16}. \end{aligned}$$

№336.

$$\text{а)} \sqrt{15} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}; \text{ б)} \sqrt{21} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}; \text{ в)} \sqrt{7a} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{a}; \text{ г)} \sqrt{3c} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{c}.$$

$$\text{№367. а)} \sqrt{\frac{2}{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}; \text{ б)} \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}; \text{ в)} \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{a}}; \text{ г)} \sqrt{\frac{b}{3}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{№368. а)} 10 \sqrt{\frac{n}{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{100}} = 10 \cdot \frac{\sqrt{n}}{10} = \sqrt{n}, \text{ тождество доазано.}$$

$$\text{б)} \frac{1}{10} \sqrt{100n} = \frac{1}{10} \sqrt{100} \sqrt{n} = \frac{1}{10} \cdot 10 \cdot \sqrt{n} = \sqrt{n}, \text{ тождество доазано.}$$

$$\text{№369. а)} \sqrt{7500} = \sqrt{75 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 10 = 87;$$

$$\text{б)} \sqrt{750000} = \sqrt{75 \cdot 100 \cdot 100} \approx 8,7 \cdot 100 = 870;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,75} = \sqrt{75 \cdot 0,01} \approx 8,7 \cdot 0,1 = 0,87; \text{ г)} \sqrt{0,0075} = \sqrt{75 \cdot 0,0001} \approx 8,7 \cdot 0,01 = 0,087.$$

$$\text{№370. а)} \sqrt{57600} = \sqrt{576} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{576} \cdot 10 = 24 \cdot 10 = 240;$$

$$\text{б)} \sqrt{230400} = \sqrt{2304} \cdot 100 = \sqrt{2304} \cdot \sqrt{100} = 48 \cdot 10 = 480;$$

$$\text{в)} \sqrt{152100} = \sqrt{1521} \cdot 100 = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{100} = 39 \cdot 100 = 3900;$$

$$\text{г)} \sqrt{129600} = \sqrt{1296} \cdot 100 = \sqrt{1296} \cdot \sqrt{100} = 36 \cdot 100 = 3600;$$

$$\text{д)} \sqrt{20,25} = \sqrt{\frac{2025}{100}} = \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{100}} = \frac{45}{10} = 4,5;$$

$$\text{е)} \sqrt{9,61} = \sqrt{\frac{961}{100}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{100}} = \frac{31}{10} = 3,1;$$

$$\text{ж) } \sqrt{0,0484} = \sqrt{\frac{484}{10000}} = \frac{\sqrt{484}}{\sqrt{10000}} = \frac{22}{100} = 0,22;$$

$$\text{з) } \sqrt{0,3364} = \sqrt{\frac{3364}{10000}} = \frac{\sqrt{3364}}{\sqrt{10000}} = \frac{58}{100} = 0,58.$$

$$\text{№371. а) } \sqrt{44100} = \sqrt{441 \cdot 100} = \sqrt{441} \cdot \sqrt{100} = 21 \cdot 10 = 210;$$

$$\text{б) } \sqrt{435600} = \sqrt{4356 \cdot 100} = \sqrt{4356} \cdot \sqrt{100} = 66 \cdot 10 = 660;$$

$$\text{в) } \sqrt{0,0729} = \sqrt{729 \cdot 0,0001} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{0,0001} = 27 \cdot 0,01 = 0,27;$$

$$\text{г) } \sqrt{15,21} = \sqrt{1521 \cdot 0,01} = \sqrt{1521} \cdot \sqrt{0,01} = 39 \cdot 0,1 = 3,9.$$

$$\text{№372. а) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4; \quad \text{б) } \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{81} = 9;$$

$$\text{в) } \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{196} = 14; \quad \text{г) } \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{64} = 8;$$

$$\text{д) } \sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{676} = 22; \quad \text{е) } \sqrt{63} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{441} = 21;$$

$$\text{ж) } \sqrt{50} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{225} = 15; \quad \text{з) } \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{1\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{№373. а) } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{2300}} = \sqrt{\frac{23}{2300}} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{117}} = \sqrt{\frac{52}{117}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\text{д) } \frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{7,5}{0,3}} = \sqrt{25} = 5.$$

$$\text{№374. а) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{400} = 20; \quad \text{б) } \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6;$$

$$\text{в) } \sqrt{162} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{324} = 18; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2};$$

$$\text{д) } \sqrt{110} \cdot \sqrt{4,4} = \sqrt{484} = 22; \quad \text{е) } \sqrt{1\frac{4}{5}} \cdot \sqrt{0,2} = \sqrt{\frac{9}{5}} \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$\text{ж) } \frac{\sqrt{999}}{111} = \sqrt{\frac{999}{111}} = \sqrt{9} = 3; \quad \text{з) } \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}.$$

№375. Второй способ удобнее; произведем вычисления $\sqrt{6} \approx 2,45$.

$$\text{№376. а) } \sqrt{7} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{35} \approx 5,92; \quad \text{б) } \sqrt{3,1} \cdot \sqrt{4,5} = \sqrt{3,1 \cdot 4,5} \approx 3,73;$$

$$\text{в) } \sqrt{10} \cdot \sqrt{11} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{10 \cdot 11 \cdot 12} \approx 36,33; \quad \text{г) } \frac{\sqrt{117}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{117}{6}} \approx 4,42;$$

$$\text{д) } \frac{\sqrt{10,2}}{\sqrt{38,6}} = \sqrt{\frac{10,2}{38,6}} \approx 0,51; \quad \text{е) } \frac{\sqrt{2,3} \cdot \sqrt{8,1}}{\sqrt{4,5}} = \sqrt{\frac{2,3 \cdot 8,1}{4,5}} \approx 2,03.$$

Упражнения для повторения

№377. $x=-4$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4$; $x=-3$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$;

$x=0$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = \sqrt{0} = 0$; $x=9$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{9^2} = \sqrt{81} = 9$;

$x=20$; $\sqrt{x^2} = \sqrt{20^2} = \sqrt{400} = 20$;

Выражение $\sqrt{x^2}$ имеет смысл при любых значениях x .

№378. а) при $x > 0$, $x \cdot |x| = x \cdot x = x^2$;

б) при $x = 0$, $x \cdot |x| = 0 \cdot |0| = 0 \cdot 0 = 0$; в) $x < 0$, $x \cdot |x| = -x \cdot x = -x^2$.

№379. а) $2a^2 \cdot \frac{1}{8}a^3 = \frac{1}{4}a^5$; б) $4(3a^4)^2 = 4 \cdot 9a^8 = 36a^8$;

в) $20a^4 \cdot \left(\frac{1}{2}a^3\right)^2 = \frac{20a^4 \cdot 1 \cdot a^6}{4} = 5a^{10}$.

№380. а) $a^4 = (a^2)^2$; б) $a^6 = (a^3)^2$; в) $a^{18} = (a^9)^2$;

г) $\frac{1}{a^{10}} = \left(\frac{1}{a^5}\right)^2$; д) $a^2b^8 = (ab^4)^2$; е) $\frac{a^6}{b^{12}} = \left(\frac{a^3}{b^6}\right)^2$.

№381. Из условия $V=a^2b$; $a^2 = \frac{V}{b}$; откуда $a = \sqrt{\frac{V}{b}}$.

№382.

а) $\frac{1-10a+25a^2}{5a-1} = \frac{(5a-1)^2}{5a-1} = 5a-1$; б) $\frac{1-6x+9x^2}{3x-1} = \frac{(3x-1)^2}{3x-1} = 3x-1$.

№383. а) $\frac{2x}{5} - \frac{x+18}{6} = 23 + \frac{x}{30}$; $12x - 5(x+18) = 690 + x$;

$12x - 5x - 90 - x = 690$; $6x = 780$; $x = 130$;

б) $\frac{x-1}{3} + \frac{2x+1}{5} = \frac{3x-1}{4}$; $20(x-1) + 12(2x+1) = 15(3x-1)$;

$20x - 20 + 24x + 12 = 45x - 15$; $45x - 44x = -8 + 15$; $x = 7$.

16. Квадратный корень из степени

№384. а) $\sqrt{(0,1)^2} = |0,1| = 0,1$; б) $\sqrt{(-0,4)^2} = |-0,4| = 0,4$;

в) $\sqrt{(-0,8)^2} = |-0,8| = 0,8$; г) $\sqrt{(1,7)^2} = |1,7| = 1,7$;

д) $\sqrt{(-19)^2} = |-19| = 19$; е) $\sqrt{24^2} = |24| = 24$;

ж) $2\sqrt{(-23)^2} = 2 \cdot |-23| = 2 \cdot 23 = 46$; з) $5\sqrt{52^2} = 5 \cdot |52| = 5 \cdot 52 = 260$;

и) $0,2\sqrt{(-61)^2} = 0,2 \cdot |-61| = 0,2 \cdot 61 = 12,2$.

№385. а) подставим $x = 22: \sqrt{x^2} = \sqrt{22^2} = |22| = 22$;

подставим $x = -35: \sqrt{x^2} = \sqrt{(-35)^2} = |-35| = 35$;

подставим $x = -1\frac{2}{3}: \sqrt{x^2} = \sqrt{\left(-1\frac{2}{3}\right)^2} = \left|-1\frac{2}{3}\right| = 1\frac{2}{3}$;

подставим $x = 0: \sqrt{x^2} = \sqrt{0^2} = |0| = 0$;

б) подставим $a = -7: 2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{(-7)^2} = 2 \cdot |-7| = 2 \cdot 7 = 14$;

подставим $a = 12: 2\sqrt{a^2} = 2\sqrt{12^2} = 2 \cdot |12| = 2 \cdot 12 = 24$;

в) подставим $y = -15: 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{(-15)^2} = 0,1 \cdot |-15| = 0,1 \cdot 15 = 1,5$;

подставим $y = 27: 0,1\sqrt{y^2} = 0,1\sqrt{27^2} = 0,1 \cdot |27| = 0,1 \cdot 27 = 2,7$.

№386. а) $\sqrt{p^2} = |p|$; б) $\sqrt{y^2} = |y|$; в) $3\sqrt{b^2} = 3|b|$;

г) $-0,2\sqrt{x^2} = -0,2|x|$; д) $\sqrt{25a^2} = 5 \cdot \sqrt{a^2} = 5 \cdot |a|$.

№387. а) $\sqrt{a^2} = |a| = a$, если $a > 0$; б) $\sqrt{n^2} = |n| = -n$, если $n < 0$;

в) $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot |c| = 3c$, если $c > 0$; $3\sqrt{c^2} = 3 \cdot |c| = 3 \cdot 0 = 0$, если $c = 0$;

г) $-5\sqrt{y^2} = -5 \cdot |y| = -5y$, если $y > 0$;

д) $\sqrt{36x^2} = |6x| = |6 \cdot |x|| = -6x$, если $x < 0$;

$\sqrt{36x^2} = |6x| = |6 \cdot |0|| = 6 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

е) $-\sqrt{9y^2} = -3 \cdot |y| = -3(-y) = 3y$, если $y < 0$;

ж) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot |2x| = -5 \cdot 2x = -10x$, если $x > 0$;

$-5\sqrt{4x^2} = -10x = -10 \cdot 0 = 0$, если $x = 0$;

з) $0,5\sqrt{16a^2} = 0,5 \cdot |4a| = 0,5 \cdot (-a) = -2a$, если $a < 0$.

№338. а) $2\sqrt{m^2} = 2|m| = 2m$, при $m \geq 0$; б) $-3\sqrt{a^2} = -3|a| = -3a$, при $a > 0$;

в) $\sqrt{0,64x^2} = |0,8| \cdot |x| = 0,8(-x) = -0,8x$, при $x \leq 0$;

г) $-\sqrt{0,25y^2} = -|0,5y| = -0,5 \cdot |y| = 0,5y$, при $y < 0$.

№389. а) $\sqrt{y^6} = |y^3| = y^3$, если $y \geq 0$; б) $\sqrt{m^4} = |m^2| = m^2$;
 в) $\sqrt{x^6} = |x^3| = -x^3$, если $x < 0$; г) $5\sqrt{a^8} = 5|a^4| = 5a^4$;
 д) $\frac{1}{3}\sqrt{c^{12}} = \frac{1}{3}|c^6| = \frac{1}{3}c^6$; е) $1,5\sqrt{t^{14}} = 1,5|t^7| = 1,5 \cdot (-t^7) = -1,5t^7$, если $t < 0$.

№390. а) $\sqrt{0,49x^{18}} = |0,7x^9| = 0,7x^9$, при $x < 0$;
 б) $\sqrt{0,01a^{26}} = |0,1a^{13}| = 0,1a^{13}$; при $a > 0$; $\sqrt{0,01a^{26}} = 0,1a^{13} = 0$, при $a = 0$;
 в) $15\sqrt{0,16c^{12}} = 15 \cdot |0,4c^6| = 15 \cdot 0,4c^6 = 6c^6$;
 г) $0,8\sqrt{100y^{16}} = 0,8 \cdot 10y^8 = 8y^8$.

№391. а) $\sqrt{p^{10}} = |p^5|$, при $p > 0$; б) $\sqrt{x^{18}} = |x^9| = -x^9$, при $x < 0$;
 в) $\sqrt{y^{12}} = |y^6| = y^6$; г) $15\sqrt{b^{16}} = 15 \cdot |b^8| = 15b^8$;
 д) $1,6\sqrt{x^8} = 1,6 \cdot |x^4| = 1,6x^4$;
 е) $0,1\sqrt{a^6} = 0,1 \cdot |a^3| = 0,1 \cdot (-a^3) = -0,1a^3$, при $a < 0$.

№392. а) $\sqrt{2^4} = |2^2| = 4$; б) $\sqrt{3^4} = 3^2 = 9$; в) $\sqrt{2^6} = |2^3| = 8$;
 г) $\sqrt{10^8} = 10^4$; д) $\sqrt{(-5)^4} = |(-5)^2| = 25$; е) $\sqrt{(-2)^8} = |(-2)^4| = 16$;
 ж) $\sqrt{3^4 \cdot 5^2} = |3^2 \cdot 5| = 45$; з) $\sqrt{2^6 \cdot 2^7} = |2^7 \cdot 2^2| = |8 \cdot 49| = 392$.

№393. а) $\sqrt{11^4} = |11^2| = 121$; б) $\sqrt{4^6} = |4^3| = |64| = 64$;
 в) $\sqrt{(-3)^8} = |(-3)^4| = |81| = 81$; г) $\sqrt{(-6)^4} = |(-6)^2| = 36$;
 д) $\sqrt{2^8 \cdot 3^2} = |2^4 \cdot 3| = 48$; е) $\sqrt{3^4 \cdot 5^6} = |3^2 \cdot 5^3| = |9 \cdot 125| = 1125$;
 ж) $\sqrt{7^2 \cdot 2^4} |7 \cdot 2^4| = |7 \cdot 2^4| = 112$; з) $\sqrt{3^6 \cdot 5^4} = |3^3 \cdot 5^2| = 27 \cdot 25 = 675$.

№394. а) $\sqrt{20736} = \sqrt{2^8 \cdot 3^4} = |2^4 \cdot 3^2| = 2^4 \cdot 3^2 = 16 \cdot 9 = 144$;
 б) $\sqrt{50625} = \sqrt{3^4 \cdot 5^4} = |3^2 \cdot 5^2| = 9 \cdot 25 = 225$;
 в) $\sqrt{28224} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3 \cdot 7| = 8 \cdot 3 \cdot 7 = 168$;

$$\text{г) } \sqrt{680625} = \sqrt{3^2 \cdot 5^4 \cdot 11^2} = |3 \cdot 5^2 \cdot 11| = 3 \cdot 25 \cdot 11 = 825.$$

$$\text{№395. а) } \sqrt{2304} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = |2^4 \cdot 3| = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48;$$

$$\text{б) } \sqrt{18225} = \sqrt{3^6 \cdot 5^2} = |3^3 \cdot 5| = 27 \cdot 5 = 135;$$

$$\text{в) } \sqrt{254016} = \sqrt{2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = |2^3 \cdot 3^2 \cdot 7| = 8 \cdot 9 \cdot 7 = 504.$$

Упражнения для повторения

№397.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{a^2-1} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \left(\frac{5}{a+1} - \frac{3}{a-1} + \frac{6}{(a+1)(a-1)} \right) \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \frac{5(a-1) - 3(a+1) + 6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{5a-5-3a-3+6}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \\ & = \frac{2a-2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{2} = \frac{2(a-1)(a+1)}{2(a+1)(a-1)} = 1, \text{ что не зависит от } a. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№ 398. } & \left(\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x}{x^2-25} \right) \cdot \frac{x^2-25}{5} = \left(\frac{x+5}{x(x-5)} - \frac{x}{(x-5)(x+5)} \right) \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \\ & = \frac{x^2+10x+25-x^2}{x(x-5)(x+5)} \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{5} = \frac{5(2x+5)}{5x} = \frac{2x+5}{x}. \end{aligned}$$

№ 399. a – график функции $y = 2x + 2$;

b – график функции $y = -2x + 2$; c – график в функции $y = -\frac{x}{4} - 3$.

№ 400. Из условия задачи имеем: $V = \pi R^2 H$; $R^2 = \frac{V}{\pi H}$; $R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}$.

§ 7. Применение свойств арифметического квадратного корня

17. Вынесение множителя из-под знака корня.

Внесение множителя под знак корня

$$\text{№ 401. а) } \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}; \text{ б) } \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{5} = 4\sqrt{5}; \text{ г) } \sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3};$$

$$\text{д) } \sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5};$$

$$\text{е) } \sqrt{108} = \sqrt{27 \cdot 4} = \sqrt{27} \cdot \sqrt{4} = 3\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3};$$

$$\text{ж) } \sqrt{363} = \sqrt{3 \cdot 121} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{3} = 11\sqrt{3};$$

$$\text{з) } \sqrt{845} = \sqrt{5 \cdot 169} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{5} = 13\sqrt{5}.$$

$$\text{№ 402. а) } \frac{1}{2}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 6} = \frac{1}{2}\sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} = \sqrt{6};$$

$$\text{б) } \frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{9 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5};$$

$$\text{в) } -\frac{1}{7}\sqrt{147} = -\frac{1}{7}\sqrt{49 \cdot 3} = -\frac{1}{7} \cdot 7\sqrt{3} = -\sqrt{3};$$

$$\text{г) } -\frac{1}{5}\sqrt{275} = -\frac{1}{5}\sqrt{25 \cdot 11} = -\frac{1}{5}\sqrt{25} \cdot \sqrt{11} = -\frac{1}{5} \cdot 5\sqrt{11} = -\sqrt{11};$$

$$\text{д) } 0,1\sqrt{20000} = 0,1\sqrt{10000 \cdot 2} = 0,1 \cdot 100\sqrt{2} = 10\sqrt{2};$$

$$\text{е) } -0,05\sqrt{28800} = -0,05\sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot 10^2} = -0,05 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 10\sqrt{2} = -0,05 \cdot 120\sqrt{2} = -6\sqrt{2}.$$

$$\text{№ 403. а) } \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}; \quad \text{б) } \sqrt{98} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \sqrt{200} = \sqrt{100 \cdot 2} = 10\sqrt{2}; \quad \text{г) } \sqrt{160} = \sqrt{16 \cdot 10} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{10} = 4\sqrt{10};$$

$$\text{д) } 0,2\sqrt{75} = 0,2\sqrt{3 \cdot 25} = 0,2\sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = 0,2 \cdot 5\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{е) } 0,7\sqrt{300} = 0,7\sqrt{3 \cdot 100} = 0,7 \cdot 10\sqrt{3} = 7\sqrt{3};$$

$$\text{ж) } -0,125\sqrt{192} = -0,125\sqrt{16 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2} = -0,125\sqrt{16 \cdot 2^2 \cdot 3} = -0,125 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = -\sqrt{3};$$

$$\text{з) } -\frac{1}{3}\sqrt{450} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 5 \cdot 10} = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 5\sqrt{2} = -5\sqrt{2};$$

$$\text{и) } -10\sqrt{0,02} = -1 \cdot 10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2};$$

$$\text{к) } 5\sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{a}{5}} = \sqrt{\frac{25a}{5}} = \sqrt{5a};$$

$$\text{л) } -\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -1 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4} \cdot 12x} = -\sqrt{3x}.$$

$$\text{№ 404. а) } 7\sqrt{10} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{490}; \quad \text{б) } 5\sqrt{3} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{75};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{x} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{36x}; \quad \text{г) } 10\sqrt{y} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{100y};$$

$$\text{д) } 3\sqrt{2a} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{18a}; \quad \text{е) } 5\sqrt{3b} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3b} = \sqrt{75b}.$$

$$\text{№ 405. а) } -2\sqrt{3} = -\sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{12}; \quad \text{б) } -3\sqrt{5} = -\sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{45};$$

$$\text{в) } -7\sqrt{a} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{a} = -\sqrt{49a}; \quad \text{г) } -0,2\sqrt{b} = -\sqrt{0,04} \cdot \sqrt{b} = -\sqrt{0,04b}.$$

№ 406. a) $3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{9}{3}} = \sqrt{3}$; б)

$2\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 4}{4}} = \sqrt{3}$;

в) $\frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2}$; г) $-10\sqrt{0,02} = -\sqrt{100} \cdot \sqrt{0,02} = -\sqrt{2}$;

д) $5\sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} = \sqrt{45}$; е) $-\frac{1}{2}\sqrt{12x} = -\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{12x} = -\sqrt{3x}$.

№ 407. а) $2\sqrt{2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8}$; б) $5\sqrt{y} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{25y}$;

в) $-7\sqrt{3} = -\sqrt{49} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{147}$; г) $-6\sqrt{2a} = -\sqrt{36} \cdot \sqrt{2a} = -\sqrt{72a}$;

д) $\frac{1}{3}\sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{18b} = \sqrt{\frac{1 \cdot 18}{9}b} = \sqrt{2b}$; е) $-0,1\sqrt{200c} = -\sqrt{0,1 \cdot 200c} = -\sqrt{2c}$.

№ 408. а) $3\sqrt{3} \vee \sqrt{12}; (3\sqrt{3})^2 \vee (\sqrt{12})^2; 9 \cdot 3 \vee 12; 27 > 12; 3\sqrt{3} > \sqrt{12}$;

б) $\sqrt{20} \vee 3\sqrt{5}; \sqrt{20} \vee \sqrt{5 \cdot 9}; \sqrt{20} < 45; \sqrt{20} < 3\sqrt{5}$;

в) $5\sqrt{4} \vee 4\sqrt{5}; \sqrt{4 \cdot 25} \vee \sqrt{5 \cdot 16}; \sqrt{100} > \sqrt{80}; 5\sqrt{4} > 4\sqrt{5}$;

г) $2\sqrt{5} \vee 3\sqrt{2}; \sqrt{5 \cdot 4} \vee \sqrt{2 \cdot 9}; \sqrt{20} > \sqrt{18}; 2\sqrt{5} > 3\sqrt{2}$.

№ 409. а) $\frac{1}{3}\sqrt{351} \vee \frac{1}{2}\sqrt{188}; \sqrt{\frac{351}{9}} \vee \sqrt{\frac{188}{4}}; \sqrt{39} < \sqrt{47}; \frac{1}{3}\sqrt{351} < \frac{1}{2}\sqrt{188}$;

б) $\frac{1}{3}\sqrt{54} \vee \frac{1}{5}\sqrt{150}; \sqrt{\frac{54}{9}} \vee \sqrt{\frac{150}{25}}; \sqrt{6} = \sqrt{6}; \frac{1}{3}\sqrt{54} = \frac{1}{5}\sqrt{150}$;

в) $\sqrt{24} \vee \frac{1}{3}\sqrt{216}; \sqrt{24} \vee \sqrt{\frac{216}{9}}; \sqrt{24} \vee \sqrt{24}; \sqrt{24} = \sqrt{24}; \sqrt{24} = \frac{1}{3}\sqrt{216}$;

г) $\frac{2}{3}\sqrt{72} \vee 7\sqrt{\frac{2}{3}}; \sqrt{\frac{4 \cdot 72}{9}} \vee \sqrt{\frac{49 \cdot 2}{3}}; \sqrt{\frac{96}{3}} < \sqrt{\frac{98}{3}}; \frac{2}{3}\sqrt{72} < 7\sqrt{\frac{2}{3}}$.

№ 410. а) $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$;

$4\sqrt{2} = \sqrt{32}$; $\sqrt{24} < \sqrt{27} < \sqrt{32}$, значит, $2\sqrt{6} < 3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$;

б) $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72}$; $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$;

$2\sqrt{14} = \sqrt{56}$; $\sqrt{56} < \sqrt{58} < \sqrt{63} < \sqrt{72} \Rightarrow 2\sqrt{14} < 58 < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}$.

№ 411. а) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{7} \vee \sqrt{49} \cdot \sqrt{2}$; $\sqrt{28} < \sqrt{98}$; $2\sqrt{7} < 7\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{120} \vee \sqrt{4} \cdot \sqrt{270}$; $\sqrt{1080} = \sqrt{1080}$; $3\sqrt{120} = 2\sqrt{270}$;

в) $\sqrt{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{6} \vee \sqrt{36} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sqrt{\frac{6}{4}} \vee \sqrt{\frac{36}{2}}$; $\sqrt{1,5} < \sqrt{18}$; $\frac{1}{2}\sqrt{6} < 6\sqrt{\frac{1}{2}}$.

№ 412. а) $\sqrt{7x^2} = \sqrt{7}|x| = \sqrt{7}x$, при $x \geq 0$;

б) $\sqrt{10y^2} = \sqrt{10}|y| = \sqrt{10}y$, при $y < 0$; в) $\sqrt{x^3} = |x| \cdot \sqrt{x} = x\sqrt{x}$;

г) $\sqrt{a^5} = \sqrt{a^4 \cdot a} = \sqrt{a}|a^2| = a^2\sqrt{a}$;

д) $\sqrt{16y^7} = \sqrt{16y \cdot y^6} = 4|\sqrt{y}|y^3 = 4y^3\sqrt{y}$;

е) $\sqrt{\frac{3x^3}{16}} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{3} \cdot \left|\frac{1}{4}x\right| = \frac{\sqrt{3x}}{4}x = \frac{x\sqrt{3x}}{4}$.

№ 413. а) $\sqrt{8a^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2a^2 \cdot a} = 2a\sqrt{2a}$;

б) $\sqrt{300b^5} = \sqrt{3 \cdot 100b^4 \cdot b} = 10b^2\sqrt{3b}$;

в) $\sqrt{48x^2} = \sqrt{16 \cdot 3x^2} = 4|x|\sqrt{3} = -4x\sqrt{3}$, при $x \leq 0$;

г) $\sqrt{72a^4} = \sqrt{2 \cdot 36a^4} = 6a^2\sqrt{2}$; д) $\sqrt{50a^7} = \sqrt{2 \cdot 25a^6 \cdot a} = 5a^3\sqrt{2a}$;

е) $\sqrt{27c^6} = \sqrt{3^2 \cdot 3c^6} = 3|c^3|\sqrt{3} = -3c^3\sqrt{3}$, при $c < 0$.

№ 414. а) $\sqrt{6x^2} = \sqrt{6} \cdot |x| = x\sqrt{6}$, при $x \geq 0$;

б) $\sqrt{3y^2} = \sqrt{3} \cdot |y| = -\sqrt{3}y$, при $y < 0$; в) $\sqrt{9a^3} = 3\sqrt{a} \cdot a = 3a\sqrt{a}$;

г) $\sqrt{50b^4} = \sqrt{2 \cdot 25b^4} = \sqrt{2} \cdot 5b^2 = 5b^2\sqrt{2}$.

Упражнения для повторения

№ 415. $\left(\frac{2x+1}{x^2-3x} - \frac{2x-1}{x^2+3x}\right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \left(\frac{2x+1}{x(x-3)} - \frac{2x-1}{x(x+3)}\right) \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 =$

$= \frac{(2x+1)(x+3) - (x-3)(2x-1)}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 = \frac{2x^2+6x+x+3-2x^2+x+6x-3}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x^2-9}{7x} + 1 =$

$= \frac{14x}{x(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{7x} + 1 = \frac{14x}{x \cdot 7x} + 1 = \frac{2}{x} + 1 = \frac{2+x}{x}$.

№ 416. Обозначим за x – количество книг, переплетенных в первый день; тогда $(x + 12)$ – количество книг, переплетенных во второй день; также $(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных за первые два дня; $\frac{5}{7}(x + x + 12)$ – количество книг, переплетенных в третий

день. Всего за три дня было переплетено 144 книги. Получаем уравнение: $x + (x + 12) + \frac{5}{7}(x + x + 12) = 144$; $2x + 12 + \frac{5}{7}(2x + 12) = 144$;

$$(2x + 12)\left(1 + \frac{5}{7}\right) = 144; \quad \frac{12}{7}(2x + 12) = 144;$$

$$\frac{x + 6}{7} = 6; \quad x + 6 = 42; \quad x = 36; \quad x + 12 = 48; \quad \frac{5}{7}(x + x + 12) = 60.$$

Ответ: в первый день переплели 36 книг, во второй – 48 книг, в третий – 60 книг.

№ 417. а) $\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4} = \frac{5-x}{9}$; $36 \cdot \left(\frac{4x-1}{12} + \frac{7}{4}\right) = \frac{5-x}{9} \cdot 36$;

$$3(4x-1) + 9 \cdot 7 = 4(5-x); \quad 12x - 3 + 63 = 20 - 4x; \quad 16x = -40; \quad x = -2,5;$$

б) $\frac{2x-9}{6} - \frac{2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2}$; $\frac{30(2x-9)}{6} - \frac{30 \cdot 2(5x+3)}{15} = \frac{1}{2} \cdot 30$;

$$5(2x-9) - 4(5x+3) = 15; \quad -10x - 57 = 15; \quad 10x = -72; \quad x = -7,2.$$

18. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни

№ 418.

а) $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 5\sqrt{x} - \sqrt{y}$; б) $-4\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} = 2\sqrt{b} - \sqrt{a}$;

в) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{36a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$;

г) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n} = 4\sqrt{n} + 5\sqrt{n} - 3\sqrt{n} = 6\sqrt{n}$;

д) $\sqrt{5a} - 2\sqrt{20a} - 3\sqrt{80a} = \sqrt{5a} - 2\sqrt{4 \cdot 5a} - 3\sqrt{16 \cdot 5a} =$
 $= \sqrt{5a} - 4\sqrt{5a} - 12\sqrt{5a} = -15\sqrt{5a}$;

е) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 100} = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -\sqrt{3}$;

ж) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2 \cdot 4} - \sqrt{2 \cdot 25} + 2\sqrt{2 \cdot 9} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$;

з) $\sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 121} - \sqrt{2 \cdot 100} + \sqrt{2 \cdot 4} =$
 $= 11\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;

и) $\sqrt{75} - 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} - 0,1\sqrt{3 \cdot 100} - \sqrt{3 \cdot 9} = 5\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$;

$$\kappa) \sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 49} - \sqrt{2 \cdot 36} + 0,5\sqrt{4 \cdot 2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{№419. a) } \sqrt{8p} - \sqrt{25} + \sqrt{18p} = 2\sqrt{2p} - 5 + 3\sqrt{2p} = 5\sqrt{2p} - 5;$$

$$\text{б) } \sqrt{16c} + 2\sqrt{40c} - 3\sqrt{90c} = 4\sqrt{c} + 2 \cdot 2\sqrt{10c} - 3 \cdot 3\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} + 4\sqrt{10c} - 9\sqrt{10c} = 4\sqrt{c} - 5\sqrt{10c};$$

$$\text{в) } 5\sqrt{27} - 4\sqrt{48m} - 2\sqrt{12m} = 5\sqrt{3 \cdot 9} - 4\sqrt{3 \cdot 16m} - 2\sqrt{4 \cdot 3m} = 15\sqrt{3} - 16\sqrt{3m} - 4\sqrt{3m} = 15\sqrt{3} - 20\sqrt{3m};$$

$$\text{г) } \sqrt{54} - \sqrt{24} + \sqrt{150} = \sqrt{6 \cdot 9} - \sqrt{6 \cdot 4} + \sqrt{25 \cdot 6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = 6\sqrt{6};$$

$$\text{д) } 3\sqrt{2} + \sqrt{32} - \sqrt{200} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = -3\sqrt{2};$$

$$\text{е) } 2\sqrt{72} - \sqrt{50} - 2\sqrt{8} = 2\sqrt{2 \cdot 36} - \sqrt{2 \cdot 25} - 2\sqrt{2 \cdot 4} = 2 \cdot 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}.$$

$$\text{№420. a) } (\sqrt{12} + \sqrt{15}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5 \cdot 3} = 6 + 3\sqrt{5};$$

$$\text{б) } \sqrt{5}(3\sqrt{5} + 5\sqrt{8}) = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot 5 + 5\sqrt{4 \cdot 10} = 15 + 5 \cdot 2\sqrt{10} = 15 + 10\sqrt{10};$$

$$\text{в) } (4\sqrt{3} - 2\sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} = 24 - 4 \cdot 3\sqrt{2} = 24 - 12\sqrt{2};$$

$$\text{г) } (3\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} + \sqrt{60} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 15} = 3 \cdot 5 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 15;$$

$$\text{д) } (\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + \sqrt{84} = \sqrt{28} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} + \sqrt{21 \cdot 4} = \sqrt{4 \cdot 7 \cdot 7} - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 7 \cdot 2 + 7 = 21;$$

$$\text{е) } (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{96} = \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3 \cdot 2} = 2\sqrt{6} + 12 - 4\sqrt{6} = 12 - 2\sqrt{6}.$$

№421.

$$\text{a) } \sqrt{3}(\sqrt{12} - 2\sqrt{27}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{9 \cdot 3} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = 6 - 18 = -12;$$

$$\text{б) } (5\sqrt{2} - 7\sqrt{3}) \cdot \sqrt{6} = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} - 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 7 \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{3} - 21\sqrt{2};$$

$$\text{в) } \sqrt{8} - (\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = \sqrt{8} - \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2 \cdot 4} - 5\sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 5 = 5 - 3\sqrt{2};$$

$$\text{г) } \sqrt{48} - 2\sqrt{3} \cdot (2 - 5\sqrt{12}) = \sqrt{16 \cdot 3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{4 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 10 \cdot 3 \cdot 2 = 60.$$

№422.

$$\text{a) } (1 + 3\sqrt{2})(1 - 2\sqrt{2}) = 1 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2} - 6 \cdot 2 = \sqrt{2} - 11;$$

$$\text{б) } (3 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 3 \cdot 2 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6 + 5\sqrt{3} + 3 = 9 + 5\sqrt{3};$$

$$\text{в) } (2\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= 6 \cdot 2 - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 2 \cdot 3 = 18 - 7\sqrt{6};$$

$$\text{г) } (\sqrt{5} - \sqrt{8})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$$

$$= 5 - 3\sqrt{10} - \sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{2 \cdot 4 \cdot 2} = 5 - 3\sqrt{10} - 2\sqrt{10} + 3 \cdot 2 \cdot 2 = 17 - 5\sqrt{10};$$

$$\text{д) } (2\sqrt{5} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{5}) - \sqrt{135} = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{12} -$$

$$- \sqrt{5} \cdot \sqrt{12} - \sqrt{135} = 2 \cdot 2\sqrt{15} - 10 + 12 - 2\sqrt{15} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 5} =$$

$$= 4\sqrt{15} + 2 - 2\sqrt{15} - 3\sqrt{15} = 2 - \sqrt{15};$$

$$\text{е) } (3\sqrt{2} - \sqrt{27})(\sqrt{27} - \sqrt{2}) - \sqrt{54} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{27} \cdot \sqrt{27} +$$

$$+ \sqrt{2} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{54} = 3 \cdot 3\sqrt{6} - 6 - 27 + \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3 \cdot 2} =$$

$$= 9\sqrt{6} - 33 + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 9\sqrt{6} - 33.$$

$$\text{№423. а) } (x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y}) = x^2 - y;$$

$$\text{б) } (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = a - b;$$

$$\text{в) } (\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3) = \sqrt{11} \cdot \sqrt{11} - 3 \cdot 3 = 2;$$

$$(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 7 - 10 = -3;$$

$$\text{д) } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b;$$

$$\text{е) } (\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{n} + n;$$

$$\text{ж) } (\sqrt{2} + 3)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot 3 + 3^2 = 11 + 6\sqrt{2};$$

$$\text{з) } (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 7 - 2\sqrt{10}.$$

$$\text{№424. а) } (2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 1 = 4 \cdot 5 - 1 = 19;$$

$$\text{б) } (5\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 5\sqrt{7}) = (5\sqrt{7})^2 - \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} = 25 \cdot 7 - 13 = 175 - 13 = 162;$$

$$\text{в) } (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) = (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 18 - 12 = 6;$$

$$\text{г) } (0,5\sqrt{14} + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 0,5\sqrt{14}) = (\sqrt{3})^2 - (0,5\sqrt{14})^2 = 3 - 0,25 \cdot 14 = 3 - 3,5 = -0,5;$$

$$\text{д) } (1 + 3\sqrt{5})^2 = 1 + 2 \cdot 1 \cdot 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 = 1 + 6\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 46 + 6\sqrt{5};$$

$$\text{е) } (2\sqrt{3} - 7)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 2\sqrt{3} + 7^2 = 12 + 49 - 28\sqrt{3} = 61 - 28\sqrt{3};$$

$$\text{ж) } (2\sqrt{10} - 2)^2 = (2\sqrt{10})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 40 - 4 \cdot 2\sqrt{5} + 2 = 42 - 8\sqrt{5};$$

$$\text{з) } (3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 =$$

$$= 9 \cdot 6 - 12\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 3} + 4 \cdot 3 = 66 - 36\sqrt{2}.$$

$$\text{№425. а) } (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - \sqrt{12 \cdot 10} =$$

$$= 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 11;$$

$$\text{б) } \sqrt{60} + (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2 = \sqrt{15 \cdot 4} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8;$$

$$\begin{aligned} \text{в)} (\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28} &= (\sqrt{14})^2 - 2 \cdot \sqrt{14} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{4 \cdot 7} = \\ &= 14 - 3 \cdot 2\sqrt{4 \cdot 7} + 9 \cdot 2 + 6 \cdot 2\sqrt{7} = 14 + 18 = 32; \\ \text{г)} (3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 - 10\sqrt{27} &= (3\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} + (\sqrt{15})^2 - 10\sqrt{9 \cdot 3} = \\ &= 9 \cdot 5 + 6\sqrt{5 \cdot 3 \cdot 5} + 15 - 10 \cdot 3\sqrt{3} = 60 + 30\sqrt{3} - 30\sqrt{3} = 60; \\ \text{д)} (\sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}})^2 &= (\sqrt{4+\sqrt{7}})^2 + 2\sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}} + (\sqrt{4-\sqrt{7}})^2 = \\ &= 4 + \sqrt{7} + 2(\sqrt{4+\sqrt{7}})(\sqrt{4-\sqrt{7}}) + 4 - \sqrt{7} = 8 + 2(\sqrt{4^2 - \sqrt{7}^2}) = \\ &= 8 + 2(\sqrt{16-7}) = 8 + 2\sqrt{9} = 8 + 6 = 14; \\ \text{е)} (\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 &= (\sqrt{5+2\sqrt{6}})^2 - 2\sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5-2\sqrt{6}} + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^2 = \\ &= 5 + 2\sqrt{6} - 2(\sqrt{5+2\sqrt{6}}) \cdot (\sqrt{5-2\sqrt{6}}) + 5 - 2\sqrt{6} = \\ &= 10 - 2(\sqrt{25 - 4 \cdot 6}) = 10 - 2\sqrt{1} = 8. \end{aligned}$$

№426. а) $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1) = (\sqrt{x})^2 - 1^2 = x - 1;$

б) $(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{a})^2 = x - a;$

в) $(\sqrt{m} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{m})^2 + 2\sqrt{m} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = m + 2\sqrt{2m} + 2;$

г) $(\sqrt{3} - \sqrt{x})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x} + (\sqrt{x})^2 = 3 - 2\sqrt{3x} + x;$

д) $(5\sqrt{7} - 13)(5\sqrt{7} + 13) = (5\sqrt{7})^2 - 13^2 = 175 - 169 = 6;$

е) $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) = (2\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 2 - 9 \cdot 3 = -19;$

ж) $(6 - \sqrt{2})^2 + 3\sqrt{32} = 6^2 - 2 \cdot 6\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 3\sqrt{16 \cdot 2} = 36 - 12\sqrt{2} + 2 + 3 \cdot 4\sqrt{2} = 38;$

з) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2 - 30 = (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + (\sqrt{18})^2 - 30 = \\ = 2 + 2\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 9} + 18 - 30 = 20 + 12 - 30 = 2.$

№427. а) $x^2 - 7 = (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7});$ б) $5 - c^2 = (\sqrt{5-c})(\sqrt{5+c});$

в) $4a^2 - 3 = (2a - \sqrt{3})(2a + \sqrt{3});$ г) $11 - 16b^2 = (\sqrt{11-4b})(\sqrt{11+4b});$

д) $y - 3 = (\sqrt{y} - \sqrt{3})(\sqrt{y} + \sqrt{3});$ е) $x - y = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}).$

№428. а) $3 + \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1);$

б) $10 - 2\sqrt{10} = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} - 2\sqrt{10} = \sqrt{10}(\sqrt{10} - 2);$

в) $\sqrt{x} + x = \sqrt{x} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x}(1 + \sqrt{x});$ г) $a - 5\sqrt{a} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} - 5\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 5);$

д) $\sqrt{a} - \sqrt{2a} = \sqrt{a} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{a}(1 - \sqrt{2});$

е) $\sqrt{3m} + \sqrt{5m} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{m} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{m}(\sqrt{3} + \sqrt{5});$

ж) $\sqrt{14} - \sqrt{7} = \sqrt{7}(\sqrt{2} - 1);$ з) $\sqrt{33} + \sqrt{22} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{3} + \sqrt{2}).$

$$\text{№429. a) } \frac{b^2-5}{b-\sqrt{5}} = \frac{(b-\sqrt{5})(b+\sqrt{5})}{b-\sqrt{5}} = b+\sqrt{5};$$

$$\text{б) } \frac{m+\sqrt{6}}{6-m^2} = \frac{m+\sqrt{6}}{(\sqrt{6}-m)(\sqrt{6}+m)} = \frac{1}{\sqrt{6}-m};$$

$$\text{в) } \frac{2-\sqrt{x}}{x-4} = \frac{2-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = -\frac{1}{\sqrt{x}+2}; \quad \text{г) } \frac{b-9}{\sqrt{b}+3} = \frac{(\sqrt{b}-3)(\sqrt{b}+3)}{\sqrt{b}+3} = \sqrt{b}-3;$$

$$\text{д) } \frac{a-b}{\sqrt{b}+\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{4x-9y} = \frac{2\sqrt{x}-3\sqrt{y}}{(2\sqrt{x}-3\sqrt{y})(2\sqrt{x}+3\sqrt{y})} = \frac{1}{2\sqrt{x}+3\sqrt{y}};$$

$$\text{ж) } \frac{\sqrt{7}-7}{\sqrt{7}-1} = \frac{\sqrt{7}(1-\sqrt{7})}{\sqrt{7}-1} = -\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{7}-1} = -\sqrt{7};$$

$$\text{з) } \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1} = \sqrt{a};$$

$$\text{и) } \frac{3+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+x} = \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(3+\sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

№430.

$$\text{а) } \frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}} = \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x+\sqrt{2}} = x-\sqrt{2}; \quad \text{б) } \frac{\sqrt{5}-a}{5-a^2} = \frac{\sqrt{5}-a}{(\sqrt{5}-a)(\sqrt{5}+a)} = \frac{1}{\sqrt{5}+a};$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{x}-5}{25-x} = \frac{\sqrt{x}-5}{(5-\sqrt{x})(5+\sqrt{x})} = -\frac{1}{5+\sqrt{x}};$$

$$\text{г) } \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2};$$

$$\text{д) } \frac{5+\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{е) } \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{5\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5};$$

$$\text{ж) } \frac{\sqrt{2a}-\sqrt{2b}}{3\sqrt{a}-3\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{3(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{2}}{3}; \quad \text{з) } \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$\text{и) } \frac{a+\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+a} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}+\sqrt{a}}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{a(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}}{a}.$$

№431. а) $\frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{5}$; б) $\frac{3}{\sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{3\sqrt{b}}{b}$;
 в) $\frac{2}{7\sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}} = \frac{2\sqrt{y}}{7y}$; г) $\frac{a}{b\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{b} \cdot \sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b \cdot b} = \frac{a\sqrt{b}}{b^2}$;
 д) $\frac{4}{\sqrt{a+b}} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{(\sqrt{a+b})(\sqrt{a+b})} = \frac{4(\sqrt{a+b})}{a+b}$;
 е) $\frac{1}{\sqrt{a-b}} = \frac{1 \cdot \sqrt{a-b}}{(\sqrt{a-b})(\sqrt{a-b})} = \frac{\sqrt{a-b}}{a-b}$;
 ж) $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$; з) $\frac{8}{3\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$;
 и) $\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0,3\sqrt{10}$.

№432. а) $\frac{m}{\sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{m\sqrt{x}}{x}$; б) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
 в) $\frac{3}{5\sqrt{c}} = \frac{3 \cdot \sqrt{c}}{5\sqrt{c} \cdot \sqrt{c}} = \frac{3\sqrt{c}}{5c}$; г) $\frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$;
 д) $\frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; е) $\frac{5}{4\sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4\sqrt{15} \cdot \sqrt{15}} = \frac{5\sqrt{15}}{4 \cdot 15} = \frac{\sqrt{15}}{12}$.

№433. а) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} = 2(\sqrt{3}-1)$;

б) $\frac{1}{1-\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot (1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1+\sqrt{2}}{1-2} = -\frac{1+\sqrt{2}}{1} = -(1+\sqrt{2})$;

в) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{1 \cdot (\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$;

г) $\frac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{a(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$;

д) $\frac{33}{7-3\sqrt{3}} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{(7-3\sqrt{3})(7+3\sqrt{3})} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{7^2-3^2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{33(7+3\sqrt{3})}{22} = \frac{3(7+3\sqrt{3})}{2}$;

е) $\frac{15}{2\sqrt{5}+5} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5}+5)(2\sqrt{5}-5)} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{(2\sqrt{5})^2-5^2} = \frac{15(2\sqrt{5}-5)}{4 \cdot 5-25} = -\frac{15(2\sqrt{5}-5)}{5} = -3(2\sqrt{5}-5) = 15-6\sqrt{5}$.

$$\text{№435. а) } \frac{x}{x+\sqrt{y}} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{(x+\sqrt{y})(x-\sqrt{y})} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x(x-\sqrt{y})}{x^2-y};$$

$$\text{б) } \frac{b}{a-\sqrt{b}} = \frac{b(a+\sqrt{b})}{(a-\sqrt{b})(a+\sqrt{b})} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{ab+b\sqrt{b}}{a^2-b};$$

$$\text{в) } \frac{4}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{4(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{8} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{2};$$

$$\text{г) } \frac{12}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})} = \frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2} = -\frac{12(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{3} = 4(\sqrt{6}-\sqrt{3});$$

$$\text{д) } \frac{9}{3-2\sqrt{2}} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{9(3+2\sqrt{2})}{9-4 \cdot 2} = 9(3+2\sqrt{2});$$

$$\text{е) } \frac{14}{1+5\sqrt{2}} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{(1+5\sqrt{2})(1-5\sqrt{2})} = \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1^2-(5\sqrt{2})^2} =$$

$$= \frac{14(1-5\sqrt{2})}{1-50} = -\frac{2 \cdot 7(1-5\sqrt{2})}{7 \cdot 7} = \frac{2(5\sqrt{2}-1)}{7}.$$

№436.

$$\text{а) } \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5} = 0,2\sqrt{15}, \text{ что и требовалось доказать;}$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{2}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2a}}{a} = \frac{1}{a} \sqrt{2a}, \text{ что и требовалось доказать.}$$

$$\text{№437. а) } \sqrt{\frac{x}{3}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3x}}{3}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{5}{a}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{5a}}{a};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{д) } \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}; \quad a \geq 0; \quad \text{е) } \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{\frac{4x^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{3x^2}}{\sqrt{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}; \quad x \geq 0.$$

$$\text{№438. а) } \sqrt{\frac{m}{9}} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{m}}{3}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{a}{7}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7a}}{7};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{c}{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{c} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3c}}{6};$$

$$\text{г) } \sqrt{\frac{8}{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{2a}}{a}.$$

Упражнения для повторения

№439. $\frac{9-x^2}{4x} \cdot \frac{8x}{x^2+6x+9} - 2 = \frac{(3-x)(3+x) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 = \frac{(3-x)(x+3) \cdot 8x}{4x(x+3)^2} - 2 =$
 $= \frac{2(3-x)}{x+3} - 2 = \frac{2(3-x) - 2(x+3)}{x+3} = \frac{6-2x-2x-6}{x+3} = -\frac{4x}{x+3}$; подставляем
 $x = -2,5$ и находим: $-\frac{4x}{x+3} = \frac{-4 \cdot (-2,5)}{-2,5+3} = \frac{10}{0,5} = 20$.

№440. Обозначим за S км – расстояние от А до В, тогда время велосипедиста в пути равно $\frac{S}{12}$ ч; $\frac{S}{48}$ ч – время мотоциклиста в пути. По условию задачи мотоциклист отправился в путь на 0,5 ч позже и прибыл на 1 ч 15 мин = 1,25 ч раньше, чем велосипедист.

Запишем уравнение: $\frac{S}{12} = 0,5 + \frac{S}{48} + 1,25$; $\frac{S}{12} = \frac{S}{48} + 1,75$; $4S = S + 84$;

$3S = 84$; $S = 28$.

Ответ: АВ=28 км.

№441. а) $\frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1 = 0$; $6(\frac{3x-1}{2} + \frac{2-x}{3} + 1) = 0$;

$3(3x-1) + 2(2-x) + 6 = 0$; $9x-3+4-2x+6=0$; $7x=-7$; $x=-1$;

б) $\frac{y-10}{6} - \frac{5-2y}{4} = 2,5$; $2(y-10) - 3(5-2y) = 2,5 \cdot 12$;

$2y-20-15+6y=30$; $8y=65$; $y=8\frac{1}{8}$; $y=8,125$.

№442. Условие задачи, $S = \pi(R^2 - r^2)$; $S = \pi R^2 - \pi r^2$; $S + \pi r^2 = \pi R^2$,

откуда $R^2 = \frac{S + \pi r^2}{\pi}$; $R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}$. Ответ: $R = \sqrt{\frac{S + \pi r^2}{\pi}}$.

№443. 1) Для прямой b уравнение: $y = -2x + 1$;

2) Для прямой a уравнение: $y = \frac{1}{5}x - 2$.

№444. а) $x^2 - 7 = 0$; $x^2 = 7$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{7}$;

б) $x^2 + 49 = 0$; $x^2 = -49$; уравнение не имеет корней;

в) $(x+1)^2 = 1$; $x+1 = \pm\sqrt{1}$; $x+1 = \pm 1$;

1) $x+1=1$; $x_1=0$; 2) $x+1=-1$; $x_2=-2$;

г) $(x-5)^2=2$; $x-5 = \pm\sqrt{2}$;

1) $x - 5 = \sqrt{2}$; $x_1 = 5 + \sqrt{2}$; 2) $x - 5 = -\sqrt{2}$; $x_2 = 5 - \sqrt{2}$.

Дополнительные упражнения к главе II

К параграфу 4

№445. а) Да; б) не всегда; в) да; г) не всегда.

№446. а) Да; б) да; в) да; г) не всегда.

№447. а) Да; б) да; в) да; г) да.

№448.

Считаем, что $x = 2n$, $y = 2k$, где n и k – натуральные числа. Тогда:

а) $x - y = 2n - 2k = 2(n - k) = 2m$ – четное число;

б) $xy = 2n \cdot 2k = 2(2nk) = 2m$ – четное число;

в) $3x + y = 6n + 2k = 2(3n + k) = 2m$ – четное число.

№449. Считаем, что $x = 2n + 1$, $y = 2k + 1$. Тогда:

а) $x + y = 2n + 1 + 2k + 1 = 2(n + k + 1) = 2m$ – четное число;

б) $x - y = 2n + 1 - 2k - 1 = 2n - 2k = 2(n - k)$ – четное число;

в) $xy = (2n + 1)(2k + 1) = 4nk + 2n + 2k + 1 = 2(2nk + n + k) + 1$ – нечетное число.

№451. а) $\frac{23}{64} = 0,359375(0)$; б) $-\frac{7}{25} = -0,28(0)$; в) $\frac{11}{13} = 0,(846153)$;

г) $\frac{1}{27} = 0,(037)$; д) $\frac{2}{35} = 0,0(571428)$; е) $-\frac{7}{22} = -0,3(18)$;

ж) $\frac{23}{30} = 0,7(6)$; з) $\frac{12}{55} = 0,2(18)$.

№452. Пусть $\frac{a}{b}$ – рациональное число; предположим, что $(\frac{a}{b})^2 = 3$,

т.е. $a^2 = 3b^2$. Пусть a содержит в своем разложении n простых множителей равных 3, где n – число натуральное или нуль. Тогда, число a^2 содержит в разложении $2n$ простых множителей, равных 3.

Поскольку $a^2 = 3b^2$, то b^2 содержит в разложении $2n - 1$ простых множителей, но квадрат натурального числа должен быть четным, и мы приходим к противоречию. Итак, не существует рационального числа, квадрат которого равен 3.

№453. Рациональные 10,01; 10,0001;

Иррациональные 10,0157419...; 10,0232425...

№454. а) Иррациональное число; б) иррациональное число.

К параграфу 5

№455. а) $0,3\sqrt{289} = 0,3 \cdot 17 = 5,1$; б) $-4\sqrt{0,81} = -4 \cdot 0,9 = -3,6$;

в) $\sqrt{\frac{9}{49}} - 1 = \frac{3}{7} - 1 = \frac{3-7}{7} = -\frac{4}{7}$; г) $\frac{4}{\sqrt{256}} - \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{4}{16} - \frac{1}{8} = \frac{2-1}{8} = \frac{1}{8}$;

д) $2\sqrt{0,0121} + \sqrt{100} = 2 \cdot 0,11 + 10 = 10,22$; е) $\frac{\sqrt{0,16}}{2\sqrt{0,04}} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,2} = \frac{0,4}{0,4} = 1$;

ж) $\sqrt{2500} - \sqrt{625} = 50 - 25 = 25$; з) $\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{8}{9} - \frac{1}{3} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$;

и) $-0,03\sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$; к) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{19} + \frac{1}{2} = \frac{21}{38}$.

№456.

а) $5 - (3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}) = 5 - (3 \cdot \frac{2}{3} + 0,5) = 5 - (2 + 0,5) = 5 - 2 - 0,5 = 5 - 2,5 = 2,5$;

б) $11:(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}) = 11:(0,15 \cdot 40 - 0,29 \cdot 20) = 11:0,2 = 110:2 = 55$;

в) $(\sqrt{225} + 3\sqrt{121}) : (\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}) =$
 $= (15 + 3 \cdot 11) : (\frac{2}{3} \cdot 0,3 + 0,78 \cdot 10) = 48 : (\frac{1}{5} + 7,8) = 48 : (0,2 + 7,8) = 48 : 8 = 6$;

г) $(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{342}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}) : \sqrt{25} = ((-6) \cdot \frac{1}{2} + \frac{18 + 0,4}{2 \cdot 0,2}) : 5 = (-3 + 18) : 5 = 15 : 5 = 3$.

№457. а) Подставим $x = 2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2 - 10} = \sqrt{0} = 0$.

Подставим $x = 2,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 2,2 - 10} = \sqrt{11-10} = 1$.

Подставим $x = 5,2$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 5,2 - 10} = \sqrt{26-10} = \sqrt{16} = 4$.

Подставим $x = 22$: $\sqrt{5x-10} = \sqrt{5 \cdot 22 - 10} = \sqrt{110-10} = \sqrt{100} = 10$.

б) Подставим $y = 1$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2 \cdot 1} = 2$.

Подставим $y = -1,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-1,5)} = \sqrt{6+3} = \sqrt{9} = 3$.

Подставим $y = -15$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-15)} = \sqrt{36} = 6$.

Подставим $y = -37,5$: $\sqrt{6-2y} = \sqrt{6-2(-37,5)} = \sqrt{81} = 9$.

в) Подставим $x = 0$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0}}{3-\sqrt{0}} = 1$.

Подставим $x = 1$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{1}}{3-\sqrt{1}} = \frac{4}{2} = 1$.

Подставим $x = 16$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{16}}{3-\sqrt{16}} = \frac{3+4}{3-4} = -7$.

Подставим $x = 0,25$: $\frac{3+\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{0,25}}{3-\sqrt{0,25}} = \frac{3+0,5}{3-0,5} = \frac{3,5}{2,5} = \frac{35}{25} = 1\frac{2}{5}$.

г) Подставим $a = 0$, $b = 0$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 0 - 0} = 0$.

Подставим $a = 4$, $b = 7$: $\sqrt{2a-b} = \sqrt{2 \cdot 4 - 7} = \sqrt{8-7} = 1$.

д) Подставим $m = 0$, $n = -1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{0-4 \cdot (-1)} = \sqrt{4} = 2$.

Подставим $m = 33$, $n = 1$: $\sqrt{m-4n} = \sqrt{33-4 \cdot 2} = \sqrt{25} = 5$.

№458. а) $5\sqrt{x} = 3$; $(5\sqrt{x})^2 = 3^2$; $25x = 9$; $x = \frac{9}{25}$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3x}} = 1$; $1 = \sqrt{3x}$; $1^2 = (\sqrt{3x})^2$; $1 = 3x$; $x = \frac{1}{3}$;

в) $\frac{1}{4\sqrt{x}} = 2$; $1 = 8\sqrt{x}$; $1^2 = (8\sqrt{x})^2$; $1 = 64x$; $x = \frac{1}{64}$;

г) $\sqrt{x-5} = 4$; $(\sqrt{x-5})^2 = 4^2$; $x-5 = 16$; $x = 21$;

д) $1 + \sqrt{2x} = 10$; $\sqrt{2x} = 9$; $(\sqrt{2x})^2 = 9^2$; $2x = 81$; $x = 40,5$.

№459.

$\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}} = 2$; $(\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}})^2 = 2^2$; $1+\sqrt{2+\sqrt{x}} = 4$; $\sqrt{2+\sqrt{x}} = 3$;

$(\sqrt{2+\sqrt{x}})^2 = 3^2$; $2+\sqrt{x} = 9$; $\sqrt{x} = 7$; $x = 49$.

№460.

а) Да; $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in \mathbb{Q}$

б) нет.

№ 461. а) $x^2 = 1$ имеет два рациональных корня: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$;

б) $x^2 = 3$ имеет два иррациональных корня: $x_1 = \sqrt{3}$, $x_2 = -\sqrt{3}$;

в) $x^2 = -1$ не имеет корней.

№462. а) $x \geq 0$; б) x – любое действительное число;

в) x – любое действительное число;

г) x – любое действительное число; д) $x = 0$; е) $x \leq 0$.

№463. а) \sqrt{ab} ; $ab \geq 0$; 1) $a \geq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \leq 0$, $b \leq 0$;

б) $\sqrt{-ab}$; $ab \leq 0$; 1) $a \leq 0$, $b \geq 0$; 2) $a \geq 0$, $b \leq 0$;

в) $\sqrt{a^2b}$; $b \geq 0$; a – любое действительное число;

г) $\sqrt{a^2b^2}$; a, b – любые действительные числа;

д) $\sqrt{-ab^2}$; $a \leq 0$, b – любое действительное число.

№464. а) При $x > 0$; б) при $x \geq 0$; в) при $x \geq 0$, $x \neq 1$.

№465. а) $\sqrt{0,16} + (2\sqrt{0,1})^2 = 0,4 + 4 \cdot 0,1 = 0,8$;

б) $(0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} = 0,04 \cdot 10 + 0,5 \cdot 4 = 0,4 + 2 = 2,4$;

в) $\sqrt{144} - 0,5(\sqrt{12})^2 = 12 - 0,5 \cdot 12 = 6$; г) $(3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 3 + 9 \cdot 3 = 54$;

д) $(5\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 25 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 30$; е) $(-3\sqrt{6})^2 - 3(\sqrt{6})^2 = 9 \cdot 6 - 3 \cdot 6 = 36$.

К параграфу 6

№468. а) $\sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} = 14 \cdot 0,9 \cdot 0,6 = 14 \cdot 0,54 = 14 \cdot \frac{54}{100} = 7,56$;

б) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01} = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 0,1 = \frac{5 \cdot 7 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 10} = \frac{7}{24}$;

в) $\sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} = \sqrt{49(0,87 + 0,82)} = \sqrt{49 \cdot 1,69} = 7 \cdot 1,3 = 9,1$;

г) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = 1,2 \cdot 0,9 = \frac{12}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{108}{100} = 1,08$.

№469.

а) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{164}} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8,5$;

б) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}} = \sqrt{\frac{98}{(176 - 112)(176 + 112)}} = \sqrt{\frac{98}{64 \cdot 288}} = \sqrt{\frac{49}{64 \cdot 144}} = \frac{7}{8 \cdot 12} = \frac{7}{96}$;

в) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 - 76)(149 + 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{73 \cdot 225}{73 \cdot 841}} = \frac{15}{29}$;

г) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}} = \sqrt{\frac{(145,5 - 96,5)(145,5 + 96,5)}{(193,5 - 31,5)(193,5 + 31,5)}} =$
 $= \sqrt{\frac{49 \cdot 242}{81 \cdot 225}} = \sqrt{\frac{49 \cdot 121}{9 \cdot 15}} = \frac{7 \cdot 11}{9 \cdot 15} = \frac{77}{135}$.

№470. а) $15\sqrt{20} \cdot 0,1\sqrt{45} = 1,5\sqrt{20 \cdot 45} = 1,5\sqrt{900} = 1,5 \cdot 30 = 45$;

б) $0,3\sqrt{10} \cdot 0,2\sqrt{15} \cdot 0,5\sqrt{6} = 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,5\sqrt{10 \cdot 15 \cdot 6} = 0,03\sqrt{900} = 0,3 \cdot \sqrt{9} = 0,9$;

в) $\frac{8\sqrt{5}}{0,4\sqrt{0,2}} = \frac{8}{0,4} \sqrt{\frac{5}{0,2}} = 20\sqrt{25} = 100$;

$$\text{г) } \frac{\sqrt{0,48}}{5\sqrt{12}} = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{0,48}{12}} = \frac{1}{5}\sqrt{0,04} = \frac{1}{5} \cdot 0,2 = \frac{1}{25}.$$

$$\text{№471. а) } \sqrt{ab} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}.$$

$$\text{№472. а) } \sqrt{(-12)^2} = |12| = 12; \quad \text{б) } -\sqrt{10^2} = -|10| = -10;$$

$$\text{в) } \sqrt{-10^2} \text{ выражение не имеет смысла; г) } -\sqrt{(-11)^2} = -|11| = -11;$$

$$\text{д) } \sqrt{-(-15)^2} \text{ выражение не имеет смысла;}$$

$$\text{е) } -\sqrt{(-25)^2} = -|25| = -25.$$

$$\text{№473. а) } 3\sqrt{(-2)^6} = 3|(-2)^3| = 3 \cdot 8 = 24; \quad \text{б) } -2\sqrt{10^4} = -2 \cdot 10^2 = -200;$$

$$\text{в) } -3\sqrt{5^4} = -3 \cdot 5^2 = -3 \cdot 25 = -75; \quad \text{г) } 0,1\sqrt{2^{10}} = 0,1 \cdot 2^5 = 0,1 \cdot 32 = 3,2;$$

$$\text{д) } 0,1\sqrt{(-3)^8} = 0,1 \cdot (-3^4) = 0,1 \cdot 81 = 8,1;$$

$$\text{е) } 100\sqrt{0,1^{10}} = 100 \cdot (0,1)^5 = 100 \cdot 0,00001 = 0,001;$$

$$\text{ж) } -\sqrt{(-2)^{12}} = -(-2)^6 = -64; \quad \text{з) } 2,5\sqrt{(-0,1)^4} = 2,5 \cdot (0,1)^2 = 2,5 \cdot 0,01 = 0,025.$$

$$\text{№474. а) } \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8; \quad \text{б) } \sqrt{9^5} = 9^2 \cdot 3 = 3^5 = 243;$$

$$\text{в) } \sqrt{16^5} = 16^2 \cdot 4 = 2^{10} = 1024; \quad \text{г) } \sqrt{25^3} = \sqrt{25^2 \cdot 25} = 5^3 = 125;$$

$$\text{д) } \sqrt{8 \cdot 162} = \sqrt{2 \cdot 4 \cdot 81 \cdot 2} = \sqrt{81 \cdot 4^2} = 9 \cdot 4 = 36;$$

$$\text{е) } \sqrt{96 \cdot 486} = \sqrt{96 \cdot 6 \cdot 81} = \sqrt{576 \cdot 81} = 24 \cdot 9 = 216;$$

$$\text{ж) } \sqrt{750 \cdot 270} = \sqrt{75 \cdot 27 \cdot 100} = \sqrt{9^2 \cdot 25 \cdot 100} = 9 \cdot 5 \cdot 10 = 450;$$

$$\text{з) } \sqrt{853 \cdot 776} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 84 \cdot 11 = 924.$$

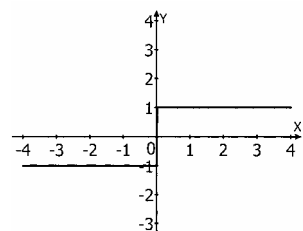
№475. Ответ: при $x \geq 0$.

№476. а) y – любое число; б) x – любое число; в) $x \geq 0$;

г) $c \leq 0$; д) $a \leq 0$; е) b – любое число.

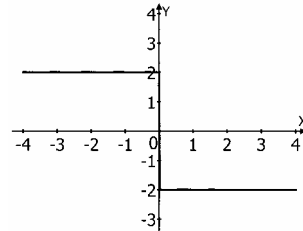
№477.

а)

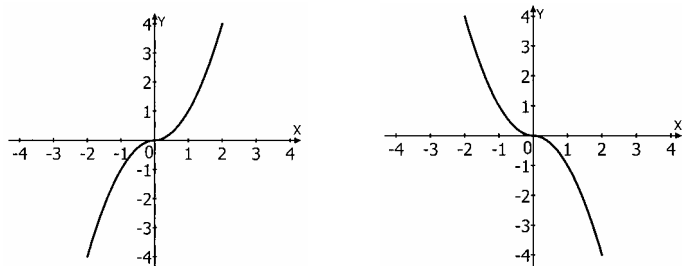


в)

б)



г)



№478. а) $\sqrt{a^4b^4} = a^2b^2$; б) $\sqrt{b^6c^8} = b^3c^4$, $b \geq 0$; в) $\sqrt{16x^4y^{12}} = 4x^2y^6$;

г) $\sqrt{0,25p^2y^6} = 0,5p(-y^3) = -0,5py^3$, $p \geq 0$, $y \leq 0$;

д) $\sqrt{\frac{p^4}{a^8}} = \frac{p^2}{a^4}$; е) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}} = \frac{4a^6}{b^5}$, $b > 0$;

ж) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}} = \frac{2(-x)}{-y^3} = \frac{2x}{y^3}$, $x < 0$, $y < 0$;

з) $\sqrt{\frac{c^6}{9a^2}} = \frac{(-c^3)}{3a} = -\frac{c^3}{3a}$, $c < 0$, $a > 0$.

№479.

а) $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = |a|$; б) $\sqrt{(-a)^2(-b)^4} = \sqrt{a^2b^4} = |ab^2| = |a||b^2| = |a|b^2$.

К параграфу 7

№480. а) $0,5\sqrt{60a^2} = 0,5\sqrt{15 \cdot 4a^2} = 0,5 \cdot 2|a|\sqrt{15} = |a|\sqrt{15}$;

б) $2,1\sqrt{300x^4} = 2,1\sqrt{3 \cdot 100x^4} = 2,1 \cdot 10x^2\sqrt{3} = 21x^2\sqrt{3}$;

в) $0,1\sqrt{150x^3} = 0,1\sqrt{25 \cdot 6x^2 \cdot x} = 0,1 \cdot 5|x|\sqrt{6x} = 0,5x\sqrt{6x}$;

г) $0,2\sqrt{225a^5} = 0,2 \cdot 15a^2\sqrt{a} = 3a^2\sqrt{a}$;

д) $a\sqrt{18a^2b} = a\sqrt{9 \cdot 2a^2b} = |a| \cdot 3a\sqrt{2b}$;

е) $-m\sqrt{48am^4} = -m\sqrt{16 \cdot 3am^4} = -m \cdot 4m^2\sqrt{3a} = -4m^3\sqrt{3a}$.

№481. а) $\sqrt{9a^2b} = 3a\sqrt{b}$, $a < 0$; б) $\sqrt{25a^2b^3} = 5ab\sqrt{b}$, $a > 0$;

в) $\sqrt{144a^3b^3} = 12(-a)(-b)\sqrt{ab} = 12ab\sqrt{ab}$, $a < 0$, $b < 0$;

г) $\sqrt{32a^4x^3} = 4a^2|x|\sqrt{2x}$; $4a^2x\sqrt{2x}$, $x > 0$;

д) $\sqrt{-3c^3} = -c\sqrt{-3c}$, $c < 0$; е) $\sqrt{-5m^7} = -m^3\sqrt{-5m}$, $m < 0$;

ж) $a\sqrt{a^5} = a^3\sqrt{a}$; $a > 0$; 3) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3} = \frac{|x|}{x}\sqrt{-x} = -\sqrt{-x}$, $x < 0$.

№482. а) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}$, $a \geq 0$; б) $a\sqrt{3} = -\sqrt{3a^2}$, $a < 0$;

в) $x\sqrt{\frac{2}{x}} = \sqrt{\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{2x}$; г) $x\sqrt{-\frac{2}{x}} = \sqrt{-\frac{2x^2}{x}} = \sqrt{-2x}$.

№483. а) Равенство верно при $x \geq 0$; б) Равенство верно при $y \leq 0$;
в) Равенство верно при $c \leq 0$; г) Равенство верно при $a \leq 0$.

№484. а) $x^2\sqrt{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{x^4}{x}} = \sqrt{x^3}$; б) $-x^2\sqrt{5} = -\sqrt{5x^4}$;

в) $-3a\sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{3a^3}$; г) $3a\sqrt{-\frac{a}{3}} = -\sqrt{-3a^3}$;

д) $ab\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{ab^3}$, $a > 0$, $b > 0$; е) $2ab\sqrt{\frac{a}{2b}} = \sqrt{2a^3b}$, $a < 0$, $b < 0$;

ж) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $a > 0$, $b > 0$; 3) $-ab\sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \sqrt{ab^2 + a^2b}$, $a > 0$, $b < 0$.

№487. а) $\sqrt{x}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = \sqrt{a} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{b} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{ax} - \sqrt{bx}$;

б) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})\sqrt{x} = x + \sqrt{xy}$; в) $\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \sqrt{ab} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} = a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$;

г) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})\sqrt{mn} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{mn} - \sqrt{n} \cdot \sqrt{mn} = m\sqrt{n} - n\sqrt{m}$;

д) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(2\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} - \sqrt{y} \cdot \sqrt{y} = 2x + \sqrt{xy} - y$;

е) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})(3\sqrt{a} + 2\sqrt{b}) = 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} + 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} =$
 $= 3a - \sqrt{ab} - 2b$;

ж) $(2\sqrt{a} + \sqrt{b})(3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}) =$
 $= 2\sqrt{a} \cdot 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} \cdot 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - 2\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = 6a - \sqrt{ab} - 2b$;

3) $(4\sqrt{x} - \sqrt{2x})(\sqrt{x} - \sqrt{2x}) =$
 $= 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} - \sqrt{x} \cdot \sqrt{2x} + \sqrt{2x} \cdot \sqrt{2x} = 6x - 5x\sqrt{2}$.

№488. а) $(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x} + x) = 1^3 - (\sqrt{x})^3 = 1 - x\sqrt{x}$;

б) $(\sqrt{a} + 2)(a - 2\sqrt{a} + 4) = (\sqrt{a})^3 + 2^3 = a\sqrt{a} + 8$;

в) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})(m + n + \sqrt{mn}) = (\sqrt{m})^3 - (\sqrt{n})^3 = m\sqrt{m} - n\sqrt{n}$;

г) $(x + \sqrt{y})(x^2 + y - x\sqrt{y}) = x^3 + (\sqrt{y})^3 = x^3 + y\sqrt{y}$.

№489. а) $(\sqrt{6 + 4\sqrt{2}})^2 = (2 + \sqrt{2})^2$; $6 + 4\sqrt{2} = 4 + 2 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$;

$6 + 4\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{2}$, тождество доказано;

$$б) (\sqrt{8\sqrt{3}+19})^2 = (\sqrt{3}+4)^2; \quad 8\sqrt{3}+19 = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 4\sqrt{3} + 16;$$

тождество доказано.

№490.

$$а) \text{ Подставим } x = 1 + \sqrt{5}: \quad x^2 - 6 = (1 + \sqrt{5})^2 - 6 = 1 + 2\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 6 = 2\sqrt{5}.$$

$$б) \text{ Подставим } x = 3 - \sqrt{3}: \quad x^2 - 6x = (3 - \sqrt{3})^2 - 6(3 - \sqrt{3}) = \\ = 9 - 2 \cdot 3\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 6 \cdot 3 + 6\sqrt{3} = -6.$$

$$в) \text{ Подставим } x = 2 + \sqrt{3}: \quad x^2 - 4x + 3 = (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + 3 = \\ = 4 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 3 = 2.$$

$$г) \text{ Подставим } x = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}: \quad x^2 - 3x + 5 = \left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{3 + \sqrt{2}}{2}\right) + 5 = \\ = \frac{9 + 3 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \frac{11 + 6\sqrt{2}}{4} - \frac{9 + 3\sqrt{2}}{2} + 5 = \\ = \frac{11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + 20}{4} = \frac{13}{4} = 3,25.$$

$$\text{№491. 1) } (\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 = \\ = (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^2 + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^2 = \\ = 7 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + 7 - 4\sqrt{3} = 14 + 2\sqrt{49-16 \cdot 3} = \\ = 14 + 2\sqrt{1} = 16 \text{ — натуральное число;}$$

$$2) \sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \sqrt{49-16 \cdot 3} = \\ = \sqrt{49-48} = 1 \text{ — натуральное число.}$$

$$\text{№492. а) } \frac{1}{3\sqrt{2}-4} - \frac{1}{3\sqrt{2}+4} = \frac{3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4}{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}+4)} = \frac{8}{(3\sqrt{2})^2-4^2} = \\ = \frac{8}{9 \cdot 2 - 16} = \frac{8}{2} = 4 \text{ — рациональное число;}$$

$$б) \frac{1}{5+2\sqrt{6}} + \frac{1}{5-2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{10}{25-4 \cdot 6} = \\ = \frac{10}{1} = 10 \text{ — рациональное число.}$$

№493.

$$а) \frac{1}{11-2\sqrt{30}} - \frac{1}{11+2\sqrt{30}} = \frac{11+2\sqrt{30}-11+2\sqrt{30}}{(11-2\sqrt{30})(11+2\sqrt{30})} = \frac{4\sqrt{30}}{121-4 \cdot 30} = \frac{4\sqrt{30}}{1} = 4\sqrt{30};$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{5}{3+2\sqrt{2}} + \frac{5}{3-2\sqrt{2}} &= \frac{5(3-2\sqrt{2}) - 5(3+2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \\ &= \frac{15-10\sqrt{2}+15+10\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{30}{9-4 \cdot 2} = 30; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \\ &= \frac{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \\ &= \frac{16 - 2\sqrt{15} + 2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{16}{2} = 8; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{11+\sqrt{21}}{11-\sqrt{21}} + \frac{11-\sqrt{21}}{11+\sqrt{21}} &= \frac{(11+\sqrt{21})^2 + (11-\sqrt{21})^2}{(11-\sqrt{21})(11+\sqrt{21})} = \\ &= \frac{11^2 + 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2 + 11^2 - 2 \cdot 11 \cdot \sqrt{21} + (\sqrt{21})^2}{11^2 - (\sqrt{21})^2} = \\ &= \frac{121 + 22\sqrt{21} + 21 + 121 - 22\sqrt{21} + 21}{121-21} = \frac{284}{100} = 2,84. \end{aligned}$$

№494. Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 3xy + y^2}{x + y + 2} &= \frac{1}{3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} + 2} [(3 + \sqrt{5})^2 - 3(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) + \\ &+ (3 - \sqrt{5})^2] = \frac{1}{8} [9 + 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - 3(9 - (\sqrt{5})^2) + 9 - 2 \cdot 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2] = \\ &= \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5 - 3(9-5) + 9 - 6\sqrt{5} + 5}{8} = \frac{28 - 3 \cdot 4}{8} = \frac{16}{8} = 2. \end{aligned}$$

№495.

$$\text{а)} \quad \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x + \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = x + \sqrt{xy} + y;$$

$$\text{б)} \quad \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)} = \frac{1}{a - \sqrt{ab} + b};$$

$$\text{в)} \quad \frac{2\sqrt{2} - x\sqrt{x}}{2 + \sqrt{2x} + x} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{x})(2 + \sqrt{2x} + x)}{2 + \sqrt{2x} + x} = \sqrt{2} - \sqrt{x};$$

$$\text{г)} \quad \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{a\sqrt{a} + 3\sqrt{3}} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{3})^3} = \frac{a - \sqrt{3a} + 3}{(\sqrt{a} + \sqrt{3})(a - \sqrt{3a} + 3)} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{3}}.$$

$$\text{№496. a) } \frac{\sqrt{70}-\sqrt{30}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{35} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{35}-\sqrt{15})}{\sqrt{35}-\sqrt{15}} = \sqrt{2};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{в) } \frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot 2 - \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{г) } \frac{9-2\sqrt{3}}{3\sqrt{6}-2\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot 3 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(3\sqrt{3}-2)}{\sqrt{2}(3\sqrt{3}-2)} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)} = \sqrt{3};$$

$$\text{е) } \frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{10}-1-\sqrt{3})(\sqrt{10}-1+\sqrt{3})}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1} = \sqrt{10}-1-\sqrt{3}.$$

$$\text{№497. a) } \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{(1+\sqrt{a})\sqrt{a}}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}+a}{a};$$

$$\text{б) } \frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+b)}{b\sqrt{y}} = \frac{y(\sqrt{y}+b)}{by} = \frac{\sqrt{y}+b}{b};$$

$$\text{в) } \frac{x-\sqrt{ax}}{a\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{a \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{a};$$

$$\text{г) } \frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{(a\sqrt{b}+b\sqrt{a})\sqrt{ab}}{\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ab}} = \frac{a\sqrt{b} \cdot \sqrt{ab} + b\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}}{ab} =$$

$$= \frac{ab\sqrt{a}+ab\sqrt{b}}{ab} = \frac{ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{ab} = \sqrt{a}+\sqrt{b};$$

$$\text{д) } \frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(2\sqrt{3}-3)}{5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{5};$$

$$\text{е) } \frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{(2-3\sqrt{2})\sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{2\sqrt{2}-3 \cdot 2}{8} = \frac{2\sqrt{2}-6}{8} = \frac{\sqrt{2}-3}{4}.$$

$$\text{№498. a) } \frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(x-\sqrt{xy}+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{x\sqrt{x}-x\sqrt{y}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}-y\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2} = \frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x-y};$$

$$\text{б) } \frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}} = \frac{(9+3\sqrt{a}+a)(3-\sqrt{a})}{(3+\sqrt{a})(3-\sqrt{a})} = \frac{27-a\sqrt{a}}{3^2-(\sqrt{a})^2} = \frac{27-a\sqrt{a}}{9-a};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{1-2\sqrt{x}+4x}{1-2\sqrt{x}} &= \frac{(1-2\sqrt{x}+4x)(1+2\sqrt{x})}{(1-2\sqrt{x})(1+2\sqrt{x})} = \\ &= \frac{1-2\sqrt{x}+4x+2\sqrt{x}-4x+8x\sqrt{x}}{1^2-(2\sqrt{x})^2} = \frac{1+8x\sqrt{x}}{1^2-(2\sqrt{x})^2} = \frac{1+8x\sqrt{x}}{1-4x}; \\ \text{г)} \quad \frac{a^2b+2a\sqrt{b}+4}{a\sqrt{b}+2} &= \frac{(a^2b+2a\sqrt{b}+4)(a\sqrt{b}-2)}{(a\sqrt{b}+2)(a\sqrt{b}-2)} = \frac{a^3b\sqrt{b}-8}{(a\sqrt{b})^2-4} = \frac{a^3b\sqrt{b}-8}{a^2b-4}. \end{aligned}$$

$$\text{№499. а)} \quad \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x-y}{x+\sqrt{xy}};$$

$$\text{б)} \quad \frac{a+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}} = \frac{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})}{a\sqrt{b}(a-\sqrt{b})} = \frac{a^2-(\sqrt{b})^2}{a^2\sqrt{b}-ab} = \frac{a^2-b}{a^2\sqrt{b}-ab};$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{7-\sqrt{a}}{49-7\sqrt{a}+a} &= \frac{(7-\sqrt{a})(7+\sqrt{a})}{(49-7\sqrt{a}+a)(7+\sqrt{a})} = \frac{(7-\sqrt{a})(7+\sqrt{a})}{7^3+a\sqrt{a}} = \\ &= \frac{7^2-(\sqrt{a})^2}{7^3+a\sqrt{a}} = \frac{49-a}{343+a\sqrt{a}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad \frac{\sqrt{mn}+1}{mn+\sqrt{mn}+1} &= \frac{(\sqrt{mn}+1)(\sqrt{mn}-1)}{(mn+\sqrt{mn}+1)(\sqrt{mn}-1)} = \frac{(\sqrt{mn}+1)(\sqrt{mn}-1)}{mn\sqrt{mn}-1} = \\ &= \frac{(\sqrt{mn})^2-1^2}{mn\sqrt{mn}-1} = \frac{mn-1}{mn\sqrt{mn}-1}. \end{aligned}$$

№500.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+1} &= \frac{\sqrt{2}-(\sqrt{3}+1)}{[\sqrt{2}+(\sqrt{3}+1)][\sqrt{2}-(\sqrt{3}+1)]} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+1)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{2-4-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{-2-2\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})}{-2(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})} = \\ &= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}-1-\sqrt{6}+3+\sqrt{3}}{-2(1-3)} = \frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+2} &= \frac{\sqrt{5}-(2-\sqrt{3})}{[\sqrt{5}+(2-\sqrt{3})][\sqrt{5}-(2-\sqrt{3})]} = \frac{\sqrt{5}-2+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(2-\sqrt{3})^2} = \\ &= \frac{\sqrt{5}-2+\sqrt{3}}{5-(4-4\sqrt{3}+3)} = \frac{\sqrt{5}-2+\sqrt{3}}{-2+4\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-2+\sqrt{3})(2\sqrt{3}+1)}{2(2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1)} = \\ &= \frac{2\sqrt{15}-4\sqrt{3}+6+\sqrt{5}-2+\sqrt{3}}{2(12-1)} = \frac{4+2\sqrt{15}+\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{22}. \end{aligned}$$

$$\text{№501. } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}.$$

Дробь принимает наибольшее значение, когда ее знаменатель наименьший, значит, $x=0$.

$$\text{№502. а) } 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{160} = 15\sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{16 \cdot 10} = 15\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 5}} - 4\sqrt{10} =$$

$$= 3 \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 25}{25}} - 4\sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 4\sqrt{10} = -\sqrt{10};$$

$$\text{б) } \sqrt{135} + 10\sqrt{0,6} = \sqrt{5 \cdot 27} + 10\sqrt{\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5}} = 3\sqrt{15} + 2\sqrt{15} = 5\sqrt{15};$$

$$\text{в) } 6\sqrt{1\frac{1}{3}} - \sqrt{27} = 6\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{9 \cdot 3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1}{3}} - 3\sqrt{3} = 6 \cdot 2\sqrt{\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3}} - 3\sqrt{3} =$$

$$= \frac{12}{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\text{г) } 0,5\sqrt{24} + 10\sqrt{\frac{3}{8}} = 0,5\sqrt{4 \cdot 6} + 10\sqrt{\frac{3}{2 \cdot 4}} = 0,5 \cdot 2\sqrt{6} + \frac{10}{2}\sqrt{\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 2}} =$$

$$= \sqrt{6} + 2,5\sqrt{6} = 3,5\sqrt{6}.$$

$$\text{№503. а) } \left(\frac{1}{x+x\sqrt{y}} + \frac{1}{x-x\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{x-x\sqrt{y}+x+x\sqrt{y}}{(x+x\sqrt{y})(x-x\sqrt{y})} \cdot \frac{y-1}{2} =$$

$$= \frac{2x}{x^2 - (x\sqrt{y})^2} \cdot \frac{y-1}{2} = \frac{2x(y-1)}{2x^2(1-y)} = -\frac{y-1}{x(y-1)} = -\frac{1}{x};$$

$$\text{б) } \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \cdot \frac{(b-a)^2}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b}) - \sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} = \frac{2\sqrt{ab}}{(a-b)} \cdot \frac{(b-a)^2}{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{ab} \cdot (a-b)^2}{(a-b) \cdot 2} = \sqrt{ab}(a-b).$$

ГЛАВА III. Квадратные уравнения

§ 8. Квадратное уравнение и его корни

19. Определение квадратного уравнения.

Неполные квадратные уравнения

№504. Ответ: а) является; б) нет; в) является; г) нет; д) неполное квадратное уравнение; е) неполное квадратное уравнение.

№505. Коэффициенты:

а) $a=5$; $b=-9$; $c=4$; б) $a=1$; $b=3$; $c=-10$; в) $a=-1$; $b=-8$; $c=1$;

г) $a=-4$; $b=5$; $c=0$; д) $a=6$; $b=0$; $c=-30$; е) $a=9$; $b=0$; $c=0$.

№506. а) $(2x-1)(2x+1)=x(2x+3)$; $4x^2-1=2x^2+3x$; $2x^2-3x-1=0$;

б) $(3x+2)^2=(x+2)(x-3)$; $(3x+2)^2=x^2-3x+2x-6$; $9x^2+12x+4=x^2-3x+2x-6$;
 $8x^2+13x+10=0$;

в) $(x+1)(x+2)=(2x-1)(x-2)$; $x^2+2x+x+2=2x^2-4x+2-x$;

$x^2+3x+2-2x^2+5x-2=0$; $-x^2+8x=0$; $x^2-8x=0$;

г) $(x+3)(3x-2)=(4x+5)(2x-3)$; $(x+3)(3x-2)=8x^2-12x+10x-15$;

$3x^2-2x+9x-6=8x^2-12x+10x-15$; $5x^2-9x-9=0$.

№507. а) $4x^2-2x(3x+1)=5$; $4x^2-6x^2-2x=5$; $-2x^2-2x=5$; $2x^2+2x+5=0$;

б) $x^2+(1-x)(1-3x)=x$; $x^2+1-3x-x+3x^2=x$; $4x^2-5x+1=0$;

в) $-5x(x+6)=4(x-3)-10$; $-5x^2-30x=4x-12-10$;

$5x^2+30x+4x-12-10=0$; $5x^2+34x-22=0$;

г) $(x-8)(2x+3)=(3x-5)(x+4)$; $2x^2+3x-16x-24=3x^2+12x-5x-20$;

$-2x^2-3x+16x+24=3x^2+12x-5x-20$; $x^2+20x+4=0$.

№508. 1) $7x^2-12x=0$; 2) $2x^2-4=0$; 3) $x^2=0$.

№509. а) $4x^2-9=0$; $(2x-3)(2x+3)=0$;

1) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$; 2) $2x-3=0$; $2x=3$; $x=1\frac{1}{2}$; $x_{1,2}=\pm 1\frac{1}{2}$;

б) $-x^2+3=0$; $x^2=3$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$;

в) $-0,1x^2+10=0$; $0,1x^2=10$; $x^2=100$; $x^2=100$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{100}$; $x_{1,2}=\pm 10$;

г) $y^2-\frac{1}{9}=0$; $y^2=\frac{1}{9}$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}$; $y_{1,2}=\pm\frac{1}{3}$;

д) $6y^2+24=0$; $6y^2=-24$; $y^2=-4$; но квадрат числа не может быть меньше нуля, следовательно, корней нет;

е) $3m^2-1=0$; $3m^2=1$; $m^2=\frac{1}{3}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$; $m_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot 3}{3\cdot 3}}$; $m_{1,2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

№510. а) $3x^2-4x=0$; $x(3x-4)=0$; $x=0$; $3x-4=0$;

$3x=4$; $x=1\frac{1}{3}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{3}$;

б) $-5x^2+6x=0$; $5x^2-6x=0$; $x(5x-6)=0$;

$x=0$ или $5x-6=0$; $5x=6$; $x=1\frac{1}{5}$; $x_1=0$; $x_2=1\frac{1}{5}$;

в) $10x^2+7x=0$; $x(10x+7)=0$;

1) $x=0$; 2) $10x+7=0$; $10x=-7$; $x=-\frac{7}{10}$; $x=-0,7$; $x_1=0$ или $x_2=-0,7$;

г) $4a^2-3a=0$; $a(4a-3)=0$;

1) $a=0$; 2) $4a-3=0$; $4a=3$; $a=\frac{3}{4}$; $a_1=0$ или $a_2=\frac{3}{4}$;

д) $6z^2-z=0$; $z(6z-1)=0$;

1) $z=0$; 2) $6z-1=0$; $6z=1$; $z=\frac{1}{6}$; $z_1=0$ или $z_2=\frac{1}{6}$;

е) $2y+y^2=0$; $y(2+y)=0$; 1) $y=0$; 2) $2+y=0$; $y=-2$; $y_1=0$ или $y_2=-2$.

№511. а) $2x^2+3x=0$; $x(2x+3)=0$;

1) $x=0$; 2) $2x+3=0$; $2x=-3$; $x=-1\frac{1}{2}$; $x_1=0$ или $x_2=-1\frac{1}{2}$;

б) $3x^2-2=0$; $3x^2=2$; $x^2=\frac{2}{3}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{3}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$;

в) $5u^2-4u=0$; $u(5u-4)=0$; 1) $u=0$; 2) $5u-4=0$; $u=\frac{4}{5}$; $u_1=0$ или $u_2=\frac{4}{5}$;

г) $7a-14a^2=0$; $7a(1-2a)=0$;

1) $a=0$; 2) $1-2a=0$; $2a=1$; $a=\frac{1}{2}$; $a_1=0$ или $a_2=\frac{1}{2}$;

д) $1-4y^2=0$; $(1-2y)(1+2y)=0$;

1) $1+2y=0$; $2y=-1$; $y=-\frac{1}{2}$; 2) $1-2y=0$; $2y=1$; $y=\frac{1}{2}$; $y_1=\frac{1}{2}$ или $y_2=-\frac{1}{2}$;

е) $2x^2-6=0$; $2(x^2-3)=0$; $x^2=3$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$.

№512. а) $4x^2-3x+7=2x^2+x+7$; $2x^2-4x=0$; $2x(x-2)=0$;

1) $x=0$; 2) $x-2=0$; $x=2$; $x_1=0$ или $x_2=2$;

б) $-5y^2+8y+8=8y+3$; $-5y^2+5=0$; $5(y^2-1)=0$; $y^2=1$; $y_{1,2}=\pm 1$;

в) $10-3x^2=x^2+10-x$; $10-3x^2-x^2-10+x=0$;

$-4x^2+x=0$; $4x^2-x=0$; $x(4x-1)=0$;

1) $x=0$; 2) $4x-1=0$; $4x=1$; $x=\frac{1}{4}$; $x_1=0$ или $x_2=\frac{1}{4}$;

г) $1-2y+3y^2=y^2-2y+1$; $3y^2-2y+1-y^2+2y-1=0$; $2y^2=0$; $y=0$.

№513.

а) $(x+3)(x-4)=-12$; $x^2-4x+3x-12=-12$;

$x^2-x=0$; $x(x-1)=0$; $x=0$; $x-1=0$; $x=1$;

$x_1=0$ или $x_2=1$;

$$\text{б)} 1 \frac{2}{3}x + (2x+1)\left(\frac{1}{3}x-1\right)=0; \quad 1 \frac{2}{3}x + 2 \cdot \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{1}{3}x - 1 = 0;$$

$$\frac{2}{3}x^2 - 1 = 0; \quad x^2 - \frac{3}{2} = 0 \cdot \frac{3}{2}; \quad x^2 = \frac{3}{2}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{3}{2}};$$

$$\text{в)} (3x-1)^2 - 1 = 0; \quad (3x-1-1)(3x-1+1) = 0; \quad (3x-2)(3x+0) = 0;$$

$$3x-2=0; \quad 3x=2; \quad x = \frac{2}{3}; \quad 3x=0; \quad x=0; \quad x_1 = \frac{2}{3} \quad \text{или} \quad x_2 = 0;$$

$$\text{г)} 3x(2x+3) = 2x(x+4,5) + 2; \quad 6x^2 + 9x = 2x^2 + 9x + 2; \quad 4x^2 - 2 = 0; \quad 2(2x^2 - 1) = 0;$$

$$2x^2 = 1; \quad x^2 = \frac{1}{2}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{д)} 18 - (x-5)(x-4) = -x^2; \quad 18 - (x^2 - 4x - 5x + 20) = -x^2;$$

$$18 - x^2 + 4x + 5x - 20 + x^2 = 0; \quad 9x - 2 = 0; \quad 9x = 2; \quad x = \frac{2}{9};$$

$$\text{е)} (x-1)(x+1) = 2(x^2-3); \quad x^2 - 1 = 2x^2 - 6; \quad x^2 - 1 - 2x^2 + 6 = 0;$$

$$-x^2 + 5 = 0; \quad x^2 - 5 = 0; \quad x^2 = 5; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{5}.$$

$$\text{№514. а)} x^2 - 5 = (x+5)(2x-1); \quad x^2 - 5 = 2x^2 - x + 10x - 5;$$

$$x^2 + 9x = 0; \quad x(x+9) = 0; \quad x = 0 \quad \text{или} \quad x+9 = 0; \quad x = -9; \quad x_1 = 0 \quad \text{или} \quad x_2 = -9;$$

$$\text{б)} (2x+3)(3x+1) = 11x+30; \quad 6x^2 + 2x + 9x + 3 - 11x - 30 = 0;$$

$$6x^2 - 27 = 0; \quad 3(2x^2 - 9) = 0;$$

$$2x^2 - 9 = 0; \quad 2x^2 = 9; \quad x^2 = \frac{9}{2}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{9}{2}} = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{в)} 2x - (x+1)^2 = 3x^2 - 6; \quad 2x - (x^2 + 2x + 1) = 3x^2 - 6;$$

$$3x^2 - 6 - 2x + x^2 + 2x + 1 = 0; \quad 4x^2 - 5 = 0; \quad 4x^2 = 5;$$

$$x^2 = \frac{5}{4}; \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{5}{4}}; \quad x_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$\text{г)} 6a^2 - (a+2)^2 = -4(a-4); \quad 6a^2 - (a^2 + 4a + 4) = -4a + 16;$$

$$6a^2 - a^2 - 4a - 4 + 4a - 16 = 0; \quad 5a^2 - 20 = 0; \quad 5(a^2 - 4) = 0; \quad a^2 - 4 = 0; \quad a^2 = 4; \quad a_{1,2} = \pm 2;$$

$$\text{д)} x(7-6x) = (1-3x)(1+2x); \quad 7x - 6x^2 = 1 + 2x - 3x - 6x^2;$$

$$7x - 1 - 2x + 3x = 0; \quad 8x - 1 = 0; \quad 8x = 1; \quad x = \frac{1}{8};$$

$$\text{е)} (5y+2)(y-3) = -13(2+y); \quad 5y^2 - 15y + 2y - 6 = -26 - 13y;$$

$$5y^2 - 13y - 6 + 26 + 13y = 0; \quad 5y^2 + 20 = 0; \quad 5(y^2 + 4) = 0;$$

$$y^2 + 4 = 0; \quad y^2 = -4; \quad \text{корней нет, поскольку квадрат действительного числа не может быть меньше нуля.}$$

№515. Обозначим за n и $(n+1)$ – два последовательных целых числа. Их произведение по условию задачи 1,5 раза больше квадрата меньшего из них. Составим уравнение: $n(n+1) = 1,5n^2$; $n^2 + n - 1,5n^2 = 0$; $-0,5n^2 + n = 0$;

$0,5n^2-n=0$; $n(0,5n-1)=0$; $n_1=0$; (не подходит по условию задачи);
 $0,5n-1=0$; $0,5n=1$; $n=1$; $0,5$; $n=2$; $n+1=3$.

Ответ: 2 и 3.

№516. Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S=a^2$ (см²).

Тогда имеем: $S=S_{\text{тр}}+S_{\text{ост части}}$; $S_{\text{кв}}=59+85$; $S=144$ см²; т.е. $a^2=144$ см²;
 $a=\pm\sqrt{144}=\pm 12$; $a_1=12$; $a_2=-12$ – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть отрицательным числом. Ответ: 12 см.

№517. Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$ (см²). По условию задачи, $S_{\text{кв}}-S_{\text{кр}}=12$ (см²). Составим уравнение:

$a^2-12=36$; $a^2=48$. Откуда находим: $a_{1,2}=\pm\sqrt{48}$; $a_{1,2}=\pm\sqrt{16\cdot 3}$;

$a_1=4\sqrt{3}$; $a_2=-4\sqrt{3}$ – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля. Ответ: $4\sqrt{3}$ см.

№518. Площадь круга равна πr^2 , где r – радиус круга.

Из условия $S_{\text{кр}}=1$ дм². Составляем уравнение: $\pi r^2=1$; $r^2=\frac{1}{\pi}$;

$r_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{1\cdot\pi}{\pi\cdot\pi}}=\pm\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_1=\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$; $r_2=-\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ – не подходит, так как радиус

круга не может быть меньше нуля. Ответ: $\frac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ дм.

№519. Обозначим за a см сторону данного квадрата, тогда его площадь $S_{\text{кв}}=a^2$, $S_{\text{кр}}=\pi r^2$. По условию задачи площади круга и квадрата равны, значит, можно составить уравнение: $a^2=\pi r^2$; откуда
 $a_{1,2}=\pm\sqrt{\pi r^2}$; $a_1=r\sqrt{\pi}$; $a_2=-r\sqrt{\pi}$; – не подходит, т.к. длина стороны квадрата не может быть меньше нуля.

Ответ: $r\sqrt{\pi}$ см.

Упражнения для повторения

№520. а) $y=(1-\sqrt{2})x$; $y=kx$; $k=1-\sqrt{2}<0$, следовательно, график функции $y=(1-\sqrt{2})x$ расположен во II и IV четвертях;

б) $y=(\sqrt{35}-5,7)x$; $y=kx$, $k=\sqrt{35}-5,7$; $\sqrt{37}\approx 5,92$, следовательно, график функции $y=(\sqrt{35}-5,7)x$ расположен в I и III координатных четвертях.

$$\text{№521. } \frac{9+6x+x^2}{x+3} + \sqrt{x} = \frac{(x+3)^2}{x+3} + \sqrt{x} = x+3 + \sqrt{x}.$$

Подставим $x=0,36$: $x+3+\sqrt{x}=0,36+3+\sqrt{0,36}=0,36+3+0,6=3,96$.

Подставим $x=49$: $x+3+\sqrt{x}=49+3+\sqrt{49}=52+7=59$.

№522. а) $a^2+b^2>0$ и $a^2+b^2+1>0$, следовательно, $\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1} > 0$;

б) $(a+b)^2>0$ и $(a-b)^2+1>0$, следовательно, $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2+1} > 0$.

20. Решение квадратных уравнений выделением квадратного двучлена

№523. а) $x^2+12x+36=0$; $(x+6)^2=0$; $x+6=0$; $x=-6$;

б) $x^2-x+\frac{1}{4}=0$; $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$; $x-\frac{1}{2}=0$; $x=\frac{1}{2}$.

№524. а) $x^2-8x+15=0$; $x^2-8x+16=16-15$; $(x-4)^2=1$; $x-4=\pm 1$;

1) $x_1=4+1=5$; 2) $x_2=4-1=3$; $x_1=5$ или $x_2=3$;

б) $x^2+12x+20=0$; $x^2+12x+36=36-20$; $(x+6)^2=16$; $x+6=\pm 4$;

1) $x+6=4$; $x=-2$; 2) $x+6=-4$; $x=-10$; $x_1=-2$ или $x_2=-10$;

в) $x^2-5x-6=0$; $x^2-2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = \frac{25}{4} + 6$;

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25+24}{4}; \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2};$$

1) $x = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$; 2) $x = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = -1$; $x_1=6$ или $x_2=-1$;

г) $x^2-8x-9=0$; $x^2-2 \cdot 4x+16-16-9=0$; $x^2-8x+16=16+9$; $(x-4)^2=25$;

$x-4=\pm 5$; 1) $x=4+5=9$; 2) $x=4-5=-1$; $x_1=9$ или $x_2=-1$.

№525. а) $x^2-4x+3=0$; $x^2-4x=-3$; $x-2 \cdot 2x+4=4-3$; $x^2-4x+4=1$;

$(x-2)^2=1$; $x-2=\pm \sqrt{1}$;

1) $x-2=1$; $x=3$; 2) $x-2=-1$; $x=1$; $x_1=3$ или $x_2=1$;

б) $x^2+3x-10=0$; $x^2+2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + 10$;

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; x + \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{49}{4}}; x + \frac{3}{2} = \pm \frac{7}{2}; x = -\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{10}{2} = -5;$$

$x_1=2$ или $x_2=-5$;

в) $x^2+9x+14=0$; $x^2+2 \cdot \frac{9}{2}x + \frac{81}{4} = \frac{81}{4} - 14$; $\left(x + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$; $x + \frac{9}{2} = \pm \frac{5}{2}$;

$$1) x + \frac{9}{2} = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -2; \quad 2) x + \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}; x = -\frac{5}{2} - \frac{9}{2} = -7;$$

$$x_1 = -2 \text{ или } x_2 = -7;$$

$$\Gamma) x^2 - 2x - 1 = 0; x^2 - 2x + 1 = 1 + 1; (x-1)^2 = 2; x-1 = \pm\sqrt{2};$$

$$1) x-1 = -\sqrt{2}; x = -\sqrt{2} + 1; \quad 2) x-1 = \sqrt{2}; x = \sqrt{2} + 1;$$

$$x_1 = -\sqrt{2} + 1 \text{ или } x_2 = \sqrt{2} + 1.$$

$$\text{№526. а) } x^2 - 6x + 8 = 0; (x^2 - 2 \cdot 3x + 9) - 9 + 8 = 0; (x-3)^2 = 1; x-3 = \pm 1;$$

$$1) x-3=1; x=4; \quad 2) x-3=-1; x=2; \quad x_1=4 \text{ или } x_2=2;$$

$$\text{б) } x^2 + x - 6 = 0; \left(x^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - 6 = 0;$$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} = 6 + \frac{1}{4}; \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}; x + \frac{1}{2} = \pm \frac{5}{2};$$

$$1) x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2; \quad 2) x + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}; x = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3;$$

$$x_1 = 2 \text{ или } x_2 = -3;$$

$$\text{в) } x^2 + 4x + 3 = 0; x^2 + 4x + 4 - 4 + 3 = 0; (x+2)^2 = 1; x+2 = \pm 1;$$

$$1) x+2=1; x=-1; \quad 2) x+2=-1; x=-3; \quad x_1=-1 \text{ или } x_2=-3;$$

$$\Gamma) x^2 + 4x - 2 = 0; x^2 + 4x + 4 - 4 - 2 = 0; (x+2)^2 = 6; x+2 = \pm\sqrt{6};$$

$$1) x = -2 + \sqrt{6}; \quad 2) x = -2 - \sqrt{6}; \quad x_1 = -1 + \sqrt{6} \text{ или } x_2 = -2 - \sqrt{6}.$$

$$\text{№527. а) } 2x^2 - 9x + 10 = 0; x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{10}{2} = 0; x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{10}{2};$$

$$x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \frac{81}{16} = \frac{81}{16} - \frac{10}{2}; x^2 - 2x \cdot \frac{9}{4} + \left(\frac{9}{4}\right)^2 = \frac{81-80}{16};$$

$$\left(x - \frac{9}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}; x - \frac{9}{4} = \pm\sqrt{\frac{1}{16}};$$

$$1) x - \frac{9}{4} = \frac{1}{4}; x = \frac{9}{4} + \frac{1}{4}; x = \frac{10}{4} = 2,5; \quad 2) x - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}; x_1 = 2,5; x_2 = 2;$$

$$\text{б) } 5x^2 + 3x - 8 = 0; x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{8}{5} = 0; x^2 + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5};$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{3}{10} + \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \left(\frac{3}{10}\right)^2; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{8}{5} + \frac{9}{100}; \left(x + \frac{3}{10}\right)^2 = \frac{169}{100};$$

$$x + \frac{3}{10} = \pm\sqrt{\frac{169}{100}}; x + \frac{3}{10} = \pm\frac{13}{10};$$

$$1) x = \frac{13}{10} - \frac{3}{10} = 1; \quad 2) x = -\frac{13}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{16}{10}; x = -1,6; \quad x_1 = 1; x_2 = -1,6.$$

$$\text{№528. } 5x^2+14-3=0; x^2+\frac{14}{5}x-\frac{3}{5}=0; x^2+\frac{14}{5}=\frac{3}{5};$$

$$x^2+2 \cdot \frac{14}{10}x+\left(\frac{14}{10}\right)^2=\frac{3}{5}+\left(\frac{14}{10}\right)^2; \left(x+\frac{14}{10}\right)^2=\frac{3}{5}+\frac{196}{100};$$

$$\left(x+\frac{14}{10}\right)^2=\frac{256}{100}; \left(x+\frac{14}{10}\right)^2=\left(\frac{16}{10}\right)^2; x+\frac{14}{10}=\pm\frac{16}{10};$$

$$1) x=\frac{16}{10}-\frac{14}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}; \quad 2) x=-\frac{16}{10}-\frac{14}{10}=-\frac{30}{10}=-3; \quad x_1=\frac{1}{5}; x_2=-3.$$

Упражнения для повторения

№529.

Ответ: a^2+4 ; $5a^2+2$; $(a-4)^2+4$.

№530.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8}{8-c^2} + \frac{c}{c-2} - 1\right) \cdot \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2}\right) = \\ & \left(\frac{8}{(2-c)(4+2c+c^2)} - \frac{c}{c-2} - 1\right) \left(\frac{c}{c+2} - \frac{c+2}{2}\right) = \\ & = \frac{8-c(4+2c+c^2)-(8-c^3)}{(2-c) \cdot (4+2c+c^2)} \cdot \frac{2c-(c+2)^2}{2(c+2)} = \\ & = \frac{8-4c-2c^2-c^3-8+c^3}{8-c^3} \cdot \frac{2c-c^2-4c-4}{2(c+2)} = \\ & = \frac{-4(4c+2c^2)}{8-c^3} \cdot \frac{-c^2-2c-4}{2(c+2)} = \frac{2c(2+c)}{(2-c)(4+2c+c^2)} \times \\ & \times \frac{(c^2+2c+4)}{2(c+2)} = \frac{2c(c+2)(c^2+2c+4)}{2(2-c)(c^2+2c+4)(c+2)} = \frac{c}{2-c}. \end{aligned}$$

№531.

$$a) \frac{(3x-6)^2}{(2-x)^2} = \frac{3^2 \cdot (x-2)^2}{(x-2)^2} = 9; \quad б) \frac{a^2+8a+16}{(2a+8)^2} = \frac{(a+4)^2}{2 \cdot 2(a+4)^2} = \frac{1}{4}.$$

№532.

$$\begin{aligned} & (\sqrt{10+5\sqrt{3}} + \sqrt{10-5\sqrt{3}})^2 = 10+5\sqrt{3} + 2\sqrt{(10+5\sqrt{3})(10-5\sqrt{3})} + \\ & + 10-5\sqrt{3} = 20+2\sqrt{100-25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 20+2\sqrt{100-25 \cdot 3} = 20+2\sqrt{25} = \\ & = 2+2 \cdot 5=30, \quad 30 \in N, \text{ следовательно, } 30 \in Q, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

§ 9. Формула квадратных уравнений по формуле

21. Решение квадратных уравнений по формуле

№533. а) $2x^2+3x+1=0$; $D=9-4 \cdot 2 \cdot 1=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня;

б) $2x^2+x+2=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 2=1-16=-15$; $D<0$, у уравнения нет корней;

в) $9x^2+6x+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 9 \cdot 1=36-36=0$; $D=0$, уравнение имеет один корень;

г) $x^2+5x-6=0$; $D=5^2-1 \cdot 1 \cdot (-6)=25+24=49$; $D>0$, уравнение имеет два корня.

№534 а) $3x^2-7x+4=0$; $D=(-7)^2-4 \cdot 3 \cdot 4=49-48=1$, $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 1}{6}; \quad x_1 = \frac{7+1}{6} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{7-1}{6} = \frac{6}{6} = 1;$$

б) $5x^2-8x+3=0$; $D=(-8)^2-4 \cdot 5 \cdot 3=64-60=4$; $D>0$ – два корня:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{10}; \quad x_1 = \frac{8+2}{10} = \frac{10}{10} = 1; \quad x_2 = \frac{8-2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$$

в) $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{13 \pm 1}{6}; \quad x_1 = \frac{13+1}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{13-1}{6} = \frac{12}{6} = 2;$$

г) $2y^2-9y+10=0$; $D=9^2-4 \cdot 2 \cdot 10=81-80=1$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{9 \pm 1}{4}; \quad y_1 = \frac{9+1}{4} = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}; \quad y_2 = \frac{9-1}{4} = 2;$$

д) $5y^2-6y+1=0$; $D=6^2-4 \cdot 5 \cdot 1=36-20=16$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{10}; \quad y_1 = \frac{6+4}{10} = 1; \quad y_2 = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

е) $4x^2+x-33=0$; $D=1^2-4 \cdot 4 \cdot (-33)=1+528=529$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 23}{8}; \quad x_1 = \frac{-1+23}{8} = \frac{22}{8} = 2,75; \quad x_2 = \frac{-1-23}{8} = \frac{-24}{8} = -3;$$

ж) $y^2-10y-24=0$; $D=(-10)^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=100+96=196$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{2}; \quad y_1 = \frac{10+14}{2} = 12; \quad y_2 = \frac{10-14}{2} = -2;$$

з) $p^2+p-90=0$; $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-90)=1+360=361$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2}; \quad p_1 = \frac{-1-19}{2} = -10; \quad p_2 = \frac{-1+19}{2} = 9.$$

№535. а) $14x^2-5x-1=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 14 \cdot (-1)=25+56=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 14} = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{28}; \quad x_1 = \frac{5+9}{28} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5-9}{28} = \frac{-4}{28} = -\frac{1}{7};$$

б) $-y^2+3y+5=0$; $y^2-3y-5=0$;

$D=(-3)^2-4 \cdot 1 \cdot (-5)=9+20=29$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2}; \quad y_1 = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}; \quad y_2 = \frac{3 - \sqrt{29}}{2};$$

в) $2x^2+x+67=0$; $D=1^2-4 \cdot 2 \cdot 67=1-536=-535$;

$D<0$, у уравнения нет корней;

г) $1-18p+81p^2=0$; $D_1=9^2-1 \cdot 81=0$; $D_1=0$ – один корень:

$$p = \frac{9 \pm \sqrt{0}}{81} = \frac{1}{9};$$

д) $-11y+y^2-152=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot (-152)=121+608=729$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{729}}{2} = \frac{11 \pm 27}{2}; \quad y_1 = \frac{11-27}{2} = -8; \quad y_2 = \frac{11+27}{2} = 19;$$

е) $18+3x^2-x=0$; $3x^2-x+18=0$;

$D=(-1)^2-4 \cdot 3 \cdot 18=1-216=-215$; $D<0$ – нет корней.

№536. а) $5x^2-11x+2=0$; $D=(-11)^2-4 \cdot 5 \cdot 2=121-40=81$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 5} = \frac{11 \pm 9}{10}; \quad x_1 = \frac{11+9}{10} = 2; \quad x_2 = \frac{11-9}{10} = \frac{2}{10} = 0,2;$$

б) $2p^2+7p-30=0$; $D=7^2-4 \cdot 2 \cdot (-30)=49+240=289$; $D>0$, уравнение имеет два корня:

$$p = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 17}{4}; \quad p_1 = \frac{-7+17}{4} = \frac{10}{4} = 2,5; \quad p_2 = \frac{-7-17}{4} = \frac{-24}{4} = -6;$$

в) $9y^2-30y+25=0$; $D_1=15^2-9 \cdot 25=225-225=0$; $D_1=0$ – один корень:

$$y = \frac{15 \pm \sqrt{0}}{9} = \frac{15}{9} = 1\frac{2}{3};$$

г) $35x^2+2x-1=0$; $D_1=1^2-35 \cdot (-1)=1+35=36$; $D_1>0$, уравнение имеет два

корня: $x = \frac{-1 \pm \sqrt{36}}{35}$; $x_1 = \frac{-1-6}{35} = -\frac{7}{35} = -\frac{1}{5}$; $x_2 = \frac{-1+6}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$;

д) $2y^2-y-5=0$; $D=(-1)^2-4 \cdot 2 \cdot (-5)=1+40=41$; $D>0$, уравнение имеет два

корня: $y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$;

е) $16x^2-8x+1=0$; $D_1=4^2-16 \cdot 1=0$; $D=0$ – один корень: $x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{16} = \frac{1}{4}$.

№537. а) $x^2-11x+31=1$; $x^2-11x+30=0$; $D=11^2-4 \cdot 1 \cdot 30=121-120=1$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{11 \pm 1}{2}; x_1 = \frac{11-1}{2} = 5; x_2 = \frac{11+1}{2} = 6;$$

б) $x^2-5x-3=2x-5$; $x^2-7x+2=0$; $D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 2=49-8=41$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}; x_1 = \frac{7 - \sqrt{41}}{2}; x_2 = \frac{7 + \sqrt{41}}{2};$$

в) $7x+1=3x^2-2x+1$; $3x^2-9x=0$; $3x(x-3)=0$;

1) $3x=0$; $x=0$; 2) $x-3=0$; $x=3$; $x_1=0$ или $x_2=3$;

г) $-2x^2+5x+6=4x^2+5x$; $6x^2-6=0$; $6(x^2-1)=0$; $x^2-1=0$; $x^2=1$; $x_{1,2}=\pm 1$.

№538. а) $x^2-6x=5x-18$; $x^2-11x+18=0$; $D=11^2-4 \cdot 1 \cdot 18=121-72=49$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{11 \pm 7}{2}; x_1 = \frac{11-7}{2} = 2; x_2 = \frac{11+7}{2} = 9;$$

б) $3x^2-4x+3=x^2+x+1$; $2x^2-5x+2=0$; $D=(-5)^2-4 \cdot 2 \cdot 2=25-16=9$;

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 3}{4}; x_1 = \frac{5+3}{4} = 2; x_2 = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}.$$

№539. а) $3x^2-14x+16=0$; $D_1=7^2-3 \cdot 16=1$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{3} = \frac{7 \pm 1}{3}; x_1 = \frac{7+1}{3} = 2\frac{2}{3}; x_2 = \frac{7-1}{3} = 2;$$

б) $5x^2-16x+3=0$; $D_1=8^2-5 \cdot 3=49$;

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{49}}{5} = \frac{8 \pm 7}{5}; x_1 = \frac{8+7}{5} = 3; x_2 = \frac{8-7}{5} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

в) $x^2+2x-80=0$; $D_1=1^2-1 \cdot (-80)=81$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{1} = -1 \pm 9; x_1 = -1-9 = -10; x_2 = -1+9 = 8;$$

г) $x^2-22x-23=0$; $D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{144}}{1} = 11 \pm 12; x_1 = 11+12 = 23; x_2 = 11-12 = -1;$$

д) $4x^2-36x+77=0$; $D_1=18^2-4 \cdot 77=16$;

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{18 \pm 4}{4}; x_1 = \frac{18+4}{4} = \frac{22}{4} = 5,5; x_2 = \frac{18-4}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3,5;$$

е) $15y^2-22y-37=0$; $D_1=11^2-15 \cdot (-37)=676$;

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}; y_1 = \frac{11+26}{15} = 2\frac{7}{15}; y_2 = \frac{11-26}{15} = -1;$$

ж) $7z^2-20z+14=0$; $D_1=10^2-7 \cdot 14=2$; $z_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{2}}{7}$;

з) $y^2-10y-25=0$; $D_1=5^2-1 \cdot (-25)=50$; $y_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{50}}{1} = 5 \pm \sqrt{2 \cdot 25} = 5 \pm 5\sqrt{2}$.

№540. а) $8x^2-14x+5=0$; $D_1=7^2-8 \cdot 5=9$;

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{7 \pm 3}{8}; \quad x_1 = \frac{7+3}{8} = 1\frac{1}{4}; \quad x_2 = \frac{7-3}{8} = \frac{1}{2};$$

б) $12x^2+16x-3=0$; $D_1=8^2-12 \cdot (-3)=100$;

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{12} = \frac{-8 \pm 10}{12}; \quad x_1 = \frac{-8+10}{12} = \frac{1}{6}; \quad x_2 = \frac{-8-10}{12} = -1\frac{1}{2};$$

в) $4x^2+4x+1=0$; $D_1=2^2-4 \cdot 1=0$; $x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$;

г) $x^2-8x-84=0$; $D_1=4^2-1 \cdot (-84)=100$;

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{1} = 4 \pm 10; \quad x_1 = 4+10=14; \quad x_2 = 4-10=-6;$$

д) $x^2-6x-19=0$; $D_1=3^2-1 \cdot (-19)=28$;

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{28}}{1} = -3 \pm \sqrt{4 \cdot 7} = -3 \pm 2\sqrt{7};$$

е) $5x^2+26x-24=0$; $D_1=13^2-5 \cdot (-24)=289$;

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; \quad x_1 = \frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}; \quad x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6;$$

ж) $x^2-34x+289=0$; $D_1=17^2-1 \cdot 289=0$; $x = \frac{17 \pm \sqrt{0}}{1} = 17$;

з) $3x^2+32x+80=0$; $D_1=16^2-3 \cdot 80=16$;

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{-16 \pm 4}{3}; \quad x_1 = \frac{-16+4}{3} = -4; \quad x_2 = \frac{-16-4}{3} = -6\frac{2}{3}.$$

№541.

а) $2x^2-5x-3=0$; $D=5^2-4 \cdot 2 \cdot (-3)=49$;

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 7}{4}; \quad x_1 = \frac{5-7}{4} = -0,5; \quad x_2 = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3;$$

б) $3x^2-8x+5=0$; $D_1=4^2-3 \cdot 5=1$; $x = \frac{4 \pm 1}{3}$; $x_1 = \frac{4+1}{3} = 1\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{4-1}{3} = 1$;

в) $5x^2+9x+4=0$; $D=9^2-4 \cdot 5 \cdot 4=1$;

$$x = \frac{-9 \pm 1}{10}; \quad x_1 = \frac{-9+1}{10} = -0,8; \quad x_2 = \frac{-9-1}{10} = -1;$$

г) $36y^2-12y+1=0$; $D_1=6^2-36 \cdot 1=0$; $y = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$;

д) $3t^2-3t+1=0$; $D=3^2-4 \cdot 3 \cdot 1=-3$ – корней нет;

е) $x^2+9x-22=0$; $D=9^2-4 \cdot 1 \cdot (-22)=169$;

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{-9 \pm 13}{2}; \quad x_1 = \frac{-9+13}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-9-13}{2} = -\frac{22}{2} = -11;$$

$$\text{ж) } y^2 - 12y + 32 = 0; D_1 = 6^2 - 1 \cdot 32 = 4;$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{1} = 6 \pm 2; \quad y_1 = 6 + 2 = 8; \quad y_2 = 6 - 2 = 4;$$

$$\text{з) } 100x^2 - 160x + 63 = 0; D_1 = 80^2 - 63 \cdot 100 = 100;$$

$$x = \frac{80 \pm \sqrt{100}}{100} = \frac{80 \pm 10}{100}; \quad x_1 = \frac{80 - 10}{100} = \frac{70}{100} = 0,7; \quad x_2 = \frac{80 + 10}{100} = \frac{90}{100} = 0,9.$$

$$\text{№542. а) } 5x^2 = 9x + 2; 5x^2 - 9x - 2 = 0; \quad D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{5 \cdot 2} = \frac{9 \pm 11}{10}; \quad x_1 = \frac{9 - 11}{10} = -0,2; \quad x_2 = \frac{9 + 11}{10} = 2;$$

$$\text{б) } -x^2 = 5x - 14; x^2 + 5x - 14 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 81; \quad x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2};$$

$$x_1 = \frac{-5 + 9}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-5 - 9}{2} = -7;$$

$$\text{в) } 6x + 9 = x^2; x^2 - 6x - 9 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-9) = 18;$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{1} = 3 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$\text{г) } z - 5 = z^2 - 25; z^2 - z - 20 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81; \quad z = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2}; \quad z_1 = \frac{1 + 9}{2} = 5; \quad z_2 = \frac{1 - 9}{2} = -4;$$

$$\text{д) } y^2 = 52y - 576; y^2 - 52y + 576 = 0; \quad D_1 = 26^2 - 1 \cdot 576 = 100;$$

$$y = \frac{26 \pm \sqrt{100}}{1} = 26 \pm 10; \quad y_1 = 26 + 10 = 36; \quad y_2 = 26 - 10 = 16;$$

$$\text{е) } 15y^2 - 30 = 22y + 7; 15y^2 - 22y - 37 = 0; \quad D_1 = 11^2 - 15 \cdot (-37) = 676;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{676}}{15} = \frac{11 \pm 26}{15}; \quad y_1 = \frac{11 - 26}{15} = -1; \quad y_2 = \frac{11 + 26}{15} = 2\frac{7}{15};$$

$$\text{ж) } 25p^2 = 10p - 1; 25p^2 - 10p + 1 = 0; \quad D_1 = 5^2 - 1 \cdot 25 = 0; \quad p = \frac{5}{25} = \frac{1}{5};$$

$$\text{з) } 299x^2 + 10x = 500 - 101x^2; 400x^2 + 100x - 500 = 0; 4x^2 + x - 5 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5) = 81; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm 9}{8}; \quad x_1 = \frac{-1 + 9}{8} = 1; \quad x_2 = \frac{-1 - 9}{8} = -1,25.$$

$$\text{№543. а) } 25 = 26x - x^2; x^2 - 26x + 25 = 0; D_1 = 13^2 - 1 \cdot 25 = 144;$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{144}}{1} = 13 \pm 12; \quad x_1 = 13 + 12 = 25; \quad x_2 = 13 - 12 = 1;$$

$$\text{б) } 3x^2 = 10 - 29x; 3x^2 + 29x - 10 = 0; D = 29^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 841 + 120 = 961;$$

$$x = \frac{-29 \pm \sqrt{961}}{3 \cdot 2} = \frac{-29 \pm 31}{6}; \quad x_1 = \frac{-29 + 31}{6} = \frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-29 - 31}{6} = -10;$$

$$в) y^2=4y+96; y^2-4y-96=0; D_1=2^2-1 \cdot (-96)=100;$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{1} = 2 \pm 10; y_1=2+10=12; y_2=2-10=-8;$$

$$г) 3p^2+3=10p; 3p^2-10p+3=0;$$

$$D_1=5^2-3 \cdot 3=16; p = \frac{5 \pm \sqrt{16}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3}; p_1 = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3}; p_2 = \frac{5+4}{3} = 3;$$

$$д) x^2-20x=20x+100; x^2-40x-100=0; D_1=20^2-1 \cdot (-100)=500;$$

$$x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{500}}{1} = 20 \pm \sqrt{5 \cdot 100} = 20 \pm 10\sqrt{5};$$

$$е) 25x^2-13x=10x^2-7; 15x^2-13x+7=0;$$

$$D=13^2-4 \cdot 15 \cdot 7=169-420=-251 < 0 - \text{у уравнения нет корней.}$$

$$\text{№544. а) } (2x-3)(5x+1)=2x+\frac{2}{5}; 10x^2+2x-15x-3-2x-\frac{2}{5}=0;$$

$$10x^2-15x-3\frac{2}{5}=0; 50x^2-75x-17=0;$$

$$D=75^2-4 \cdot 50 \cdot (-17)=5625+3400=9025;$$

$$x = \frac{75 \pm \sqrt{9025}}{2 \cdot 50} = \frac{75 \pm 95}{100}; x_1 = \frac{75-95}{100} = -0,2; x_2 = \frac{75+95}{100} = \frac{170}{100} = 1,7;$$

$$б) (3x-1)(x+3)=x(1+6x); 3x^2+9x-x-3=x+6x^2;$$

$$3x^2-7x+3=0; D=7^2-4 \cdot 3 \cdot 3=13; x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{6};$$

$$в) (x-1)(x+1)=2(5x-10\frac{1}{2}); x^2-1=10x-2 \cdot \frac{21}{2};$$

$$x^2-1=10x-21; x^2-10x+20=0; D_1=5^2-1 \cdot 20=5; x_{1,2}=5 \pm \sqrt{5};$$

$$г) -x(x+7)=(x-2)(x+2); -x^2-7x=x^2-4; 2x^2+7x-4=0;$$

$$D=49-2 \cdot (-4) \cdot 4=81; x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm 9}{4};$$

$$x_1 = \frac{-7+9}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-7-9}{4} = -4.$$

$$\text{№545. а) } (x+4)^2=x+40; x^2+8x+16-3x-40=0;$$

$$x^2+5x-24=0; D=5^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)=121;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 11}{2}; x_1 = \frac{-5+11}{2} = 3; x_2 = \frac{-5-11}{2} = -8;$$

$$б) (2x-3)^2=11x-19; 4x^2-12x+9-11x+19=0;$$

$$4x^2-23x+28=0; D=23^2-4 \cdot 4 \cdot 28=81;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{23 \pm 9}{8}; x_1 = \frac{23-9}{8} = 1,75; x_2 = \frac{23+9}{8} = 4;$$

в) $(x+1)^2=7918-2x$; $x^2+2x+1+2x-7918=0$;
 $x^2+4x-7917=0$; $D_1=2^2-1 \cdot (-7917)=4+7917=7921$;
 $x=\frac{-2 \pm \sqrt{7921}}{1} = -2 \pm 89$; $x_1=-2+89=87$; $x_2=-2-89=-91$;

г) $(x+2)^2=3131-2x$; $x^2+4x+4-3131+2x=0$;
 $x^2+6x-3127=0$; $D_1=9-1 \cdot (-3127)=9+3127=3136$;
 $x=\frac{-3 \pm \sqrt{3136}}{1} = -3 \pm 56$; $x_1=-3+56=53$; $x_2=-3-56=-59$.

№546.

а) $3(x^2+4)^2=10x+32$; $3(x^2+8x+16)=10x+32$; $3x^2+14x+16=0$;
 $D_1=7^2-3 \cdot 16=1$; $x=\frac{-7 \pm 1}{3}$; $x_1=\frac{-7+1}{3}=-2$; $x_2=\frac{-7-2}{3}=-2\frac{2}{3}$;

б) $15x^2+17=15(x+1)^2$; $15x^2+17=15(x^2+2x+1)$;
 $15x^2+17=15x^2+30x+15$; $30x-2=0$; $2(15x+1)=0$; $15x-1=0$; $x=\frac{1}{15}$;

в) $(x+1)^2=(2x-1)^2$; $x^2+2x+1=4x^2-4x+1=0$; $3x^2-6x=0$; $3x(x-2)=0$;
 $x_1=0$; $x_2=2$;

г) $(x-2)^2+48=(2-3x)^2$; $x^2-4x+4+48=4-12x+9x^2$; $8x^2-8x-58=0$;
 $x^2-x-6=0$; $D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25$;
 $x=\frac{1 \pm \sqrt{25}}{1 \cdot 2} = \frac{1 \pm 5}{2}$; $x_1=\frac{1-5}{2}=-2$; $x_2=\frac{1+5}{2}=3$.

№547.

а) $\frac{x^2-1}{2}-11x=11$; $x^2-1-22x=22$; $x^2-22x-23=0$; $D_1=11^2-1 \cdot (-23)=144$;
 $x=11 \pm \sqrt{144} = 11 \pm 12$; $x_1=11+12=23$; $x_2=11-12=-1$;

б) $\frac{x^2+x}{2} = \frac{8x-7}{3}$; $\frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-7}{3} = 0$;
 $3x^2+3x-16x+14=0$; $3x^2-13x+14=0$; $D=13^2-4 \cdot 3 \cdot 14=169-168=1$;
 $x=\frac{13 \pm 1}{6}$; $x_1=\frac{13-1}{6}=2$; $x_2=\frac{13+1}{6}=2\frac{1}{3}$;

в) $\frac{4x^2-1}{3}=x(10x-9)$; $\frac{4x^2-1}{3}=10x^2-9x$;
 $10x^2-9x-\frac{4x^2-1}{3}=0$; $30x^2-27x-4x^2+1=0$;
 $26x^2-27x+1=0$; $D=27^2-4 \cdot 26 \cdot 1=729-104=625=25^2$;
 $x=\frac{27 \pm 25}{52}$; $x_1=\frac{27+25}{52}=1$; $x_2=\frac{27-25}{52}=\frac{1}{26}$;

$$\text{r) } \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{4}{5}x^2 + \frac{3}{4}; \frac{3}{4}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4} = 0;$$

$$15x^2 - 8x - 16x^2 - 15 = 0; x^2 + 8x + 15 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 15 = 1;$$

$$x = \frac{-4 \pm 1}{1}; x_1 = -4 + 1 = -3; x_2 = -4 - 1 = -5.$$

№548.

$$\text{a) } 5x^2 - x - 1 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-1) = 21; x = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{10} \approx \frac{1 \pm 4,58}{10};$$

$$x_1 \approx \frac{1 + 4,58}{10} = \frac{5,58}{10} = 0,558 \approx 0,56; x_2 \approx \frac{1 - 4,58}{10} = -\frac{3,58}{10} = -0,358 \approx -0,36;$$

$$\text{б) } 2x^2 + 7x + 4 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 17; x = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{2 \cdot 2} = \frac{-7 \pm \sqrt{17}}{4} \approx \frac{-7 \pm 4,12}{4};$$

$$x_1 \approx \frac{-7 - 4,12}{4} = -\frac{11,12}{4} = -2,78; x_2 \approx \frac{-7 + 4,12}{4} = -\frac{2,88}{4} = -0,72;$$

$$\text{в) } 3(y^2 - 2)y - y = 0; 3y^2 - y - 6 = 0; D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 1 + 72 = 73;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{3 \cdot 2} = \frac{1 \pm \sqrt{73}}{6} \approx \frac{1 \pm 8,54}{6};$$

$$y_1 \approx \frac{1 + 8,54}{6} = \frac{9,54}{6} = 1,59; y_2 \approx \frac{1 - 8,54}{6} = -\frac{7,54}{6} \approx -1,26;$$

$$\text{r) } y^2 + 8(y - 1) = 3; y^2 + 8y - 8 - 3 = 0; y^2 + 8y - 11 = 0; D_1 = 16 - 1 \cdot (-11) = 27;$$

$$y = \frac{-4 \pm \sqrt{27}}{1} \approx -4 \pm 5,20; y_1 \approx -4 - 5,20 = -9,20; y_2 \approx -4 + 5,20 = 1,20.$$

№549.

$$\text{a) } x^2 - 8x + 9 = 0; D_1 = 4^2 - 1 \cdot 9 = 7; x = 4 \pm \sqrt{7} \approx 4 \pm 2,65;$$

$$x_1 \approx 4 + 2,65 = 6,65; x_2 \approx 4 - 2,65 = 1,35;$$

$$\text{б) } 2y^2 - 8y + 5 = 0; D_1 = 4^2 - 2 \cdot 5 = 6; y = \frac{4 \pm \sqrt{6}}{2} \approx \frac{4 \pm 2,45}{2};$$

$$y_1 \approx \frac{4 + 2,45}{2} = \frac{6,45}{2} \approx 3,22; y_2 \approx \frac{4 - 2,45}{2} = \frac{1,55}{2} \approx 0,78.$$

№550.

$$\text{a) } 0,7x^2 = 1,3x + 2; 0,7x^2 - 1,3x - 2 = 0;$$

$$D = 1,3^2 - 4 \cdot 0,7 \cdot (-2) = 1,69 + 5,6 = 7,29;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{7,29}}{2 \cdot 0,7} = \frac{1,3 \pm 2,7}{1,4}; x_1 = \frac{1,3 + 2,7}{1,4} = \frac{4}{1,4} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7};$$

$$x_2 = \frac{1,3 - 2,7}{1,4} = \frac{-1,4}{1,4} = -1;$$

$$\text{б) } 7=0,4y+0,2y^2; 0,2y^2+0,4y-7=0; D_1=0,2^2-0,2 \cdot (-7)=1,44;$$

$$y = \frac{-0,2 \pm \sqrt{1,44}}{0,2} = \frac{-0,2 \pm 1,2}{0,2};$$

$$y_1 = \frac{-0,2+1,2}{0,2} = \frac{1}{0,2} = 5; \quad y_2 = \frac{-0,2-1,2}{0,2} = \frac{-1,4}{0,2} = -7;$$

$$\text{в) } x^2-1,6x-0,36=0; D_1=0,8^2-1 \cdot (-0,36)=1;$$

$$x = \frac{0,8 \pm \sqrt{1}}{1} = 0,8 \pm 1; \quad x_1=0,8+1=1,8; \quad x_2=0,8-1=-0,2;$$

$$\text{г) } z^2-2z+2,91=0; D_1=1^2-1 \cdot 2,91=-1,91; D < 0 - \text{у уравнения нет корней};$$

$$\text{д) } 0,2y^2-10y+125=0; D_1=5^2-0,2 \cdot 125=0; \quad y = \frac{5 \pm 0}{0,2} = 5 \cdot \frac{10}{2} = 25;$$

$$\text{е) } \frac{1}{3}x^2+2x-9=0; D_1=1^2-\frac{1}{3} \cdot (-9)=4; \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{-1 \pm 2}{\frac{1}{3}} = -3 \pm 6;$$

$$x_1=-3+6=3; \quad x_2=-3-6=-9.$$

№551.

$$\text{а) } \frac{1}{7}x^2=2x-7; x^2-14x+49=0; D_1=7^2-1 \cdot 49=0; x=7;$$

$$\text{б) } x^2+1,2=2,6x; x^2-2,6x+1,2=0; \quad D_1=1,3^2-1 \cdot 1,2=1,69-1,2=0,49;$$

$$x = \frac{1,3 \pm \sqrt{0,49}}{1} = 1,3 \pm 0,7; \quad x_1=1,3+0,7=2; \quad x_2=1,3-0,7=0,6;$$

$$\text{в) } 4x^2=7x+7,5; 4x^2-7x-7,5=0; \quad D=7^2-4 \cdot 4 \cdot (-7,5)=49+120=169;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{169}}{4 \cdot 2} = \frac{7 \pm 13}{8}; \quad x_1 = \frac{7-13}{8} = -0,75; \quad x_2 = \frac{7+13}{8} = 2,5.$$

№552.

$$\text{а) } 3a+0,6=9a^2+0,36;$$

$$9a^2-3a-0,24=0; D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-0,24)=9+8,64=17,64;$$

$$a = \frac{3 \pm \sqrt{17,64}}{2 \cdot 9} = \frac{3 \pm 4,2}{18}; \quad a_1 = \frac{3+4,2}{18} = \frac{2}{5}; \quad a_2 = \frac{3-4,2}{18} = \frac{-1,2}{18} = -\frac{1}{15};$$

$$\text{б) } 0,4a+1,2=0,16a^2+1,44; 0,16a^2-0,4a-1,2+1,44=0;$$

$$0,04a^2-0,1a+0,06=0; \quad D=0,1^2-4 \cdot 0,04 \cdot 0,06=0,01-0,0096=0,0004;$$

$$a = \frac{0,1 \pm \sqrt{0,0004}}{2 \cdot 0,04} = \frac{0,1 \pm 0,02}{0,08}; \quad a_1 = \frac{0,1+0,02}{0,08} = \frac{0,12}{0,08} = 1,5;$$

$$a_2 = \frac{0,1-0,02}{0,08} = \frac{0,08}{0,08} = 1.$$

Упражнения для повторения

$$\begin{aligned} \text{№553. а) } & \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2 + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) + 4}{2(x-1)(x+1)} = \\ & = \frac{4x + 4}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x-1}. \end{aligned}$$

Подставим $x=-0,5$: $\frac{2}{x-1} = \frac{2}{-0,5-1} = \frac{2}{-1,5} = -\frac{20}{15} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$;

$$\text{б) } \frac{a - \frac{2a-1}{a}}{\frac{1-a}{3a}} = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} \cdot \frac{1-a}{3a} = \frac{(a^2 - 2a + 1)3a}{a(1-a)} = \frac{3(1-a)^2}{1-a} = 3(1-a).$$

Подставим $a=-1,5$: $3 \cdot (1-a) = 3 \cdot (1-(-1,5)) = 3 \cdot (1+1,5) = 3 \cdot 2,5 = 7,5$.

№554.

$$\begin{aligned} \text{а) } & (\sqrt{21} + \sqrt{14} - 2\sqrt{35}) \cdot \frac{\sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{7}}{7} + \frac{\sqrt{14} \cdot \sqrt{7}}{7} - \frac{2\sqrt{35} \cdot \sqrt{7}}{7} + \sqrt{20} = \\ & = \frac{7\sqrt{3}}{7} + \frac{7\sqrt{2}}{7} - \frac{2 \cdot 7\sqrt{5}}{7} + 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \sqrt{3} + \sqrt{2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } & (\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{15})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + \sqrt{75} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} + \\ & + \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{75} = 5 - 5\sqrt{3} - 3 + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} = 2 + 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

№555. а) Приравняем правые части обоих уравнений: $7x-1=2x$;

$$7x-2x-1=0; 5x-1=0; 5x=1; x=\frac{1}{5}; y=2x=2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5};$$

$\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$ – искомая точка.

б) Приравняем правые части обоих уравнений:

$$3x-11=4; 3x=4+11; 3x=15; x=5; y=4; (5;4) – искомая точка.$$

22. Решение задач с помощью квадратных уравнений

№556. Пусть n и $(n+6)$ – данные натуральные числа.

По условию, произведение этих чисел равно 187. Составим уравнение: $n(n+6)=187; n^2+6n-187=0$;

$$D_1=3^2-1 \cdot (-187)=9+187=196; n=\frac{-3 \pm \sqrt{196}}{1} = -3 \pm 14;$$

$$n_1=-3-14=-17 \text{ (не подходит, поскольку не натуральное);}$$

$$n_2=-3+14=11; \text{ тогда } n+6=11+6=17. \text{ Ответ: } 11, 17.$$

№557. Пусть x и $(x-2)$ – данные числа.

По условию, их произведение равно 120. Составим уравнение:

$$x(x-2)=120; x^2-2x=120; x^2-2x-120=0;$$

$$D_1=1^2-1 \cdot (-120)=1+120=121; x=\frac{1 \pm \sqrt{121}}{1}=1 \pm 11;$$

$$1) x_1=1+11=12, x-2=10; \quad 2) x_2=1-11=-10, x-2=-12.$$

Обе пары чисел удовлетворяют условию задачи.

Ответ: 1) 12 и 10; 2) –10 и –12.

№558. Пусть x см и $(x+4)$ см соответственно – ширина и длина прямоугольника. По условию задачи площадь $S=60$ см². Составляем уравнение: $x(x+4)=60; x^2+4x-60=0;$

$$D_1=2^2-1 \cdot (-60)=64; x=\frac{-2 \pm \sqrt{64}}{1}=-2 \pm 8;$$

$$x_1=-2+8=6; \quad x_2=-2-8=-10 \text{ – не подходит.}$$

Значит $x+4=10$; периметр $P=2 \cdot (6+10)=32$ (см). Ответ: 32 см.

№559. Пусть x м и $(x+10)$ м – ширина и длина участка. Площадь участка по условию задачи равна 1200 м². Составляем уравнение: $x(x+10)=1200; x^2+10x-1200=0; D_1=5^2-1 \cdot (-1200)=1225;$

$$x=-5 \pm \sqrt{1225}=-5 \pm 35; \quad x_1=-5+35=40 \text{ – не подходит;}$$

$$x_2=-5-35=-40. \quad \text{Значит } x+10=40, \text{ а длина изгороди, т.е. периметр участка } P=2 \cdot (30+40)=140 \text{ м.} \quad \text{Ответ: 140 м.}$$

№560. Пусть a м и b м – длина и ширина прямоугольника. Периметр прямоугольника по условию равен 62 м, а его площадь – 120 м². Так как $P=2(a+b)$, $S=ab$, то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 62=2(a+b), \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} 31=a+b, \\ 210=ab; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ 210=(31-b)b; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=31-b, \\ 31b-b^2-210=0; \end{cases} \quad \begin{cases} a=31-b, \\ b^2-31b+210=0; \end{cases}$$

Решим второе уравнение: $D=31^2-4 \cdot 1 \cdot 210=961-840=121;$

$$b=\frac{31 \pm \sqrt{121}}{2}=\frac{31 \pm 11}{2}; \quad b_1=\frac{31+11}{2}=21; \text{ значит, } a_1=31-b_1=10;$$

$$b_2=\frac{31-11}{2}=10; \text{ значит } a_2=31-b_2=21. \quad \text{Ответ: 21 м, 10 м.}$$

№561. Пусть катеты данного треугольника равны a см и b см. Сумма катетов по условию равна 23 см, т.е. $a+b=23$, а площадь треугольника равна 60 см², т.е. $\frac{1}{2}ab=60$. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a+b=23, \\ ab=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ (23-b)b=120; \end{cases} \quad \begin{cases} a=23-b, \\ b^2-23b+120=0; \end{cases}$$

Решаем второе уравнение:

$$D=23^2-4 \cdot 1 \cdot 120=529-480=49; b=\frac{23 \pm \sqrt{49}}{2}=\frac{23 \pm 7}{2};$$

$$b_1=15; \text{ значит } a_1=23-b_1=8; \quad b_2=8; \text{ значит } a_2=23-b_2=15.$$

Ответ: 8 см и 15 см.

№562. Пусть n и $(n+1)$ – данные натуральные числа. Произведение этих чисел по условию больше их суммы на 109. Составляем уравнение: $n(n+1)-109=n+(n+1)$; $n^2+n-109=n+n+1$; $n^2-n-110=0$;

$$D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-110)=441; n=\frac{1 \pm \sqrt{441}}{2}=\frac{1 \pm 21}{2}; \quad n_1=\frac{1+21}{2}=11;$$

$$n_2=\frac{1-21}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к. не натуральное. Значит, } n=11,$$

$n+1=12$. Ответ: 11, 12.

№563. Пусть x см и $(x+3)$ см – ширина и длина оставшейся части листа, тогда длина стороны квадрата будет равна $(x+3)$ см. Площадь прямоугольной части листа по условию задачи равна 70 см^2 . Составляем уравнение: $x(x+3)=70$; $x^2+3x-70=0$;

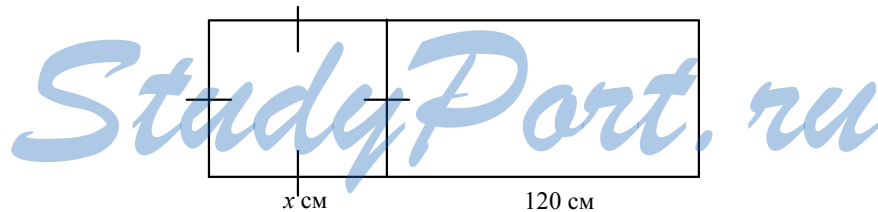
$$D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=289; x=\frac{-3 \pm \sqrt{289}}{2}=\frac{-3 \pm 17}{2};$$

$$x_1=\frac{-3+17}{2}=7; \text{ значит, } x+3=10; \quad x_2=\frac{-3-17}{2}=-10 \text{ – не подходит, т.к.}$$

длина не может быть отрицательной. Ответ: 10 см.

№564.

Пусть x см и $(x+120)$ см – сторона квадрата и длина доски прямоугольной формы.



Площадь доски прямоугольной формы по условию задачи равна 4500 см^2 . Составляем уравнение:

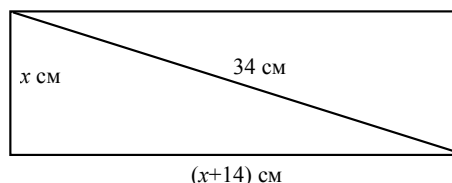
$$x(x+120)=4500; x^2+120x-4500=0;$$

$$D_1=60^2-1 \cdot (-4500)=3600+4500=8100;$$

$$x=\frac{-60 \pm \sqrt{8100}}{1}=-60 \pm 90; \quad x_1=-60+90=30;$$

$$x_2=-60-90=-150 \text{ – не подходит, т.к. } -150 < 0. \quad \text{Ответ: 30 см.}$$

№565. Пусть x см и $(x+14)$ см – ширина и длина прямоугольника.



Вспользуемся теоремой Пифагора: $x^2+(x+14)^2=34^2$;
 $x^2+x^2+28x+196=1156$; $2x^2+28x-960=0$; $x^2+14x-480=0$;

$$D_1=7^2-1 \cdot (-480)=49+480=529; x=\frac{-7 \pm \sqrt{529}}{2}=-7 \pm 23;$$

$x_1=-7-23=-30$ – не подходит; $x_2=-7+23=16$; значит, $x+14=30$.

Ответ: 16 см и 30 см.

№566. Обозначим за x см – длину гипотенузы, тогда $(x-3)$ см и $(x-6)$ см – длины катетов. Составляем уравнение, исходя из теоремы Пифагора: $x^2=(x-3)^2+(x-6)^2$; $x^2=x^2-6x+9+x^2-12x+36$; $x^2-18x+45=0$;

$$D_1=9^2-1 \cdot 45=81-45=36; x=9 \pm \sqrt{36}=9 \pm 6; x_1=15; x_2=3- \text{ не подходит.}$$

Ответ: 15 см.

№567. Обозначим за x и $(x+8)$ количество рядов и количество мест в ряду. По условию в кинотеатре 884 места. Составим уравнение: $x(x+8)=884$; $x^2+8x-884=0$; $D_1=4^2-1 \cdot (-884)=16+884=900=30^2$;

$$x=-4 \pm 30; x_1=-4+30=26; x_2=-4-30=-34- \text{ не подходит.}$$

Ответ: 26.

№568. Пусть n , $(n+1)$ и $(n+2)$ – данные целые числа. Сумма их квадратов по условию задачи равна 869. Составим уравнение:

$$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2=869; n^2+n^2+2n+1+n^2+4n+4=869; 3n^2+6n-864=0;$$

$$n^2+2n-288=0; D_1=1^2-1 \cdot (-288)=289; n=-1 \pm \sqrt{289}=-1 \pm 17;$$

$$n_1=-1-17=-18; \text{ значит } n+1=-17; n+2=-16;$$

$$n_2=-1+17=16; \text{ значит } n+1=17; n+2=18.$$

Ответ: -18, -17, -16; или 16, 17, 18.

Упражнения для повторения

№569.

$$a) \frac{8a^3-27}{9-12a+4a^2} = \frac{(2a-3)(4a^2+6a+9)}{(2a-3)^2} = \frac{4a^2+6a+9}{2a-3};$$

$$б) \frac{ax-2x-4a+8}{3a-6-ax+2x} = \frac{x(a-2)-4(a-2)}{3(a-2)-x(a-2)} = \frac{(a-2)(x-4)}{(a-2)(3-x)} = \frac{x-4}{3-x}.$$

$$\text{№570. а) } \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - b}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{b})}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1};$$

подставляем $a=5$ и $b=2$ и находим:

$$\frac{(\sqrt{a} + 2\sqrt{b})\sqrt{a}}{2\sqrt{ab} + 2b + 1} = \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2} + 2 \cdot 2 + 1} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})}{\sqrt{5}(2\sqrt{2} + \sqrt{5})} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x - 2\sqrt{xy} + y + 4\sqrt{xy}}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1};$$

подставляем $x=4$ и $y=6$ и находим:

$$\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + \sqrt{xy} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{4 \cdot 6} + 6}{4 + \sqrt{4 \cdot 6} + 1} = \frac{10 + 2 \cdot 2\sqrt{6}}{5 + 2\sqrt{6}} = \frac{2(5 + 2\sqrt{6})}{5 + 2\sqrt{6}} = 2.$$

$$\text{№571. а) } \frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0; \quad x(x-3) - 3x = 0; \quad x^2 - 6x = 0; \quad x(x-6) = 0;$$

$$1) x_1 = 0; \quad 2) x - 6 = 0; \quad x_2 = 6;$$

$$\text{б) } \frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2; \quad 12 \left(\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} \right) = \frac{2}{1} \cdot 12;$$

$$\frac{12x(x+1)}{3} + \frac{12(8+x)}{4} = 24;$$

$$4x(x+1) + 3(8+x) = 24; \quad 4x^2 + 4x + 24 + 3x = 24; \quad 4x^2 + 7x = 0; \quad x(4x+7) = 0;$$

$$x_1 = 0; \quad 4x_2 + 7 = 0; \quad 4x_2 = -7; \quad x_2 = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}.$$

№572. Искомая точка должна удовлетворять следующим двум

уравнениям: 1) $y=0$; $13x-2,6=y$; $13x=2,6$; $x=\frac{2,6}{13}=0,2$; $(0,2;0)$;

Искомая точка должна удовлетворять следующим двум уравнениям:

2) $x=0$; $y=13 \cdot 0 - 2,6$; $y=-2,6$; $(0;-2,6)$. Ответ: $(0,2;0)$; $(0;-2,6)$.

23. Теорема Виета

$$\text{№573. а) } x^2 - 37x + 27 = 0; \quad D = 37^2 - 4 \cdot 1 \cdot 27 = 1369 - 108 = 1261;$$

$$D > 0, \text{ значит, уравнение имеет два корня; } x_1 + x_2 = 37; \quad x_1 \cdot x_2 = 27;$$

$$\text{б) } y^2 + 41y - 371 = 0; \quad y_1 + y_2 = -41; \quad y_1 \cdot y_2 = -371;$$

$$\text{в) } x^2 - 210x = 0; \quad x_1 + x_2 = 210; \quad x_1 \cdot x_2 = 0;$$

$$\text{г) } y^2 - 19 = 0; \quad y_1 + y_2 = 0; \quad y_1 \cdot y_2 = -19;$$

$$\text{д) } 2x^2 - 9x - 10 = 0; \quad \frac{2x^2}{2} - \frac{9}{2}x - \frac{10}{2} = 0; \quad x_1 + x_2 = \frac{9}{2}; \quad x_1 \cdot x_2 = -5;$$

$$\text{е) } 5x^2 + 12x + 7 = 0; \quad x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{7}{5} = 0; \quad x_1 + x_2 = -\frac{12}{5} = -2,4; \quad x_1 \cdot x_2 = 1,4;$$

$$\text{ж) } -z^2+z=0; z^2-z=0; z_1+z_2=1; z_1 \cdot z_2=0;$$

$$\text{з) } 3x^2-10=0; x^2-\frac{10}{3}=0; x_1+x_2=0; x_1 \cdot x_2=-\frac{10}{3}.$$

№574.

$$\text{а) } x^2-2x-9=0; D_1=1^2-1 \cdot (-9)=10; x=1 \pm \sqrt{10}; x_1=1-\sqrt{10}; x_2=1+\sqrt{10}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=1-\sqrt{10}+1+\sqrt{10}=2; x_1 \cdot x_2=(1-\sqrt{10})(1+\sqrt{10})=1-10=-9;$$

$$\text{б) } 3x^2-4x-4=0; x^2-\frac{4}{3}x-\frac{4}{3}=0;$$

$$D=\left(\frac{4}{3}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{16}{9}+\frac{16}{3}=\frac{16+48}{9}=\frac{64}{9}; x=\frac{\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{64}{9}}}{2}=\frac{\frac{4}{3} \pm \frac{8}{3}}{2};$$

$$x_1=\frac{\frac{4}{3}+\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \frac{12}{3}=\frac{4}{2}=2; x_2=\frac{\frac{4}{3}-\frac{8}{3}}{2}=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}.$$

$$\text{Произведем проверку: } x_1+x_2=2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}; x_1 \cdot x_2=2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3};$$

$$\text{в) } 2x^2+7x-6=0; x^2+\frac{7}{2}x-3=0;$$

$$D=\left(\frac{7}{2}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot (-3)=\frac{49}{4}+12=\frac{49+48}{4}=\frac{97}{4}; x=\frac{-\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{97}{4}}}{2}=\frac{-\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{97}}{2}}{2};$$

$$x_1=\frac{-\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{97}}{2}}{2}=\frac{-7+\sqrt{97}}{4}; x_2=\frac{-\frac{7}{2}-\frac{\sqrt{97}}{2}}{2}=\frac{-7-\sqrt{97}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\frac{-7+\sqrt{97}}{4}+\frac{-7-\sqrt{97}}{4}=\frac{-7}{4}+\frac{\sqrt{97}}{4}-\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{97}}{4}=\frac{-14}{4}=-\frac{7}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2=\left(\frac{-7+\sqrt{97}}{4}\right) \cdot \left(\frac{-7-\sqrt{97}}{4}\right)=-\left(\frac{\sqrt{97}+7}{4}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{97}-7}{4}\right)=$$

$$=-\frac{(\sqrt{97})^2-7^2}{16}=-\frac{97-49}{16}=-\frac{48}{16}=-3;$$

$$\text{г) } 2x^2+9x+8=0; x^2+\frac{9}{2}x+4=0; D=\left(\frac{9}{2}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot 4=\frac{81}{4}-16=\frac{81-64}{4}=\frac{17}{4};$$

$$x=\frac{-\frac{9}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}}{2}=\frac{-9 \pm \sqrt{17}}{4}; x_1=\frac{-9+\sqrt{17}}{4}; x_2=\frac{-9-\sqrt{17}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\frac{-9+\sqrt{17}}{4}+\frac{-9-\sqrt{17}}{4}=\frac{-9+\sqrt{17}-9-\sqrt{17}}{4}=-\frac{18}{4}=-\frac{9}{2};$$

$$x_1 \cdot x_2=\left(\frac{-9+\sqrt{17}}{4}\right) \cdot \left(\frac{-9-\sqrt{17}}{4}\right)=-\left(\frac{\sqrt{17}+9}{4}\right) \times$$

$$\times \left(\frac{\sqrt{17}-9}{4}\right)=-\frac{(\sqrt{17})^2-9^2}{16}=-\frac{17-81}{16}=4.$$

№575. а) $x^2-15x-16=0$; $D=15^2-4 \cdot 1 \cdot (-16)=225+64=289$;

$$x=\frac{15 \pm \sqrt{289}}{2}=\frac{15 \pm 17}{2}; \quad x_1=\frac{15+17}{2}=16; \quad x_2=\frac{15-17}{2}=-1.$$

Произведем проверку: $x_1+x_2=16+(-1)=15$; $x_1 \cdot x_2=16 \cdot (-1)=-16$;

б) $x^2-6x-11=0$; $D_1=3^2-1 \cdot (-11)=20$; $x=3 \pm \sqrt{20}=3 \pm 2\sqrt{5}$;

$$x_1=3+2\sqrt{5}; \quad x_2=3-2\sqrt{5}.$$

Произведем проверку: $x_1+x_2=3+2\sqrt{5}+3-2\sqrt{5}=6$;

$$x_1 \cdot x_2=(3+2\sqrt{5})(3-2\sqrt{5})=3^2-(2\sqrt{5})^2=9-20=-11$$
;

в) $12x^2-4x-1=0$;

$$x^2-\frac{4}{12}x-\frac{1}{12}=0; \quad x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{12}=0; \quad D=\left(\frac{1}{3}\right)^2-4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{3}=\frac{4}{9};$$

$$x=\frac{\frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}}{2}=\frac{\frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}}{2}; \quad x_1=\frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{2}; \quad x_2=\frac{\frac{1}{3}-\frac{2}{3}}{2}=-\frac{1}{6}.$$

Произведем проверку:

$$x_1+x_2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}; \quad x_1 \cdot x_2=\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{12};$$

г) $x^2-6=0$; $(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6})=0$;

1) $x_1-\sqrt{6}=0$; $x_1=\sqrt{6}$; 2) $x_2+\sqrt{6}=0$; $x_2=-\sqrt{6}$.

Произведем проверку: $x_1+x_2=\sqrt{6}-\sqrt{6}=0$; $x_1 \cdot x_2=\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{6})=-6$;

д) $5x^2-18x=0$; $x(5x-18)=0$; 1) $x_1=0$; 2) $5x-18=0$; $5x=18$; $x_2=\frac{18}{5}=3\frac{3}{5}$.

Произведем проверку: $x_1+x_2=0+3\frac{3}{5}=3\frac{3}{5}$; $x_1 \cdot x_2=0 \cdot 3\frac{3}{5}=0$;

е) $2x^2-41=0$; $x^2-\frac{41}{2}=0$; $\left(x-\sqrt{\frac{41}{2}}\right)\left(x+\sqrt{\frac{41}{2}}\right)=0$;

$$1) x - \sqrt{\frac{41}{2}} = 0; x_1 = \sqrt{\frac{41}{2}}; \quad 2) x + \sqrt{\frac{41}{2}} = 0; x_2 = -\sqrt{\frac{41}{2}}.$$

Произведем проверку:

$$x_1 + x_2 = \sqrt{\frac{41}{2}} - \sqrt{\frac{41}{2}} = 0; \quad x_1 \cdot x_2 = \sqrt{\frac{41}{2}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{41}{2}}\right) = -\frac{41}{2}.$$

№576. а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 9x + 20 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = 9$; $x_1 \cdot x_2 = 20$, откуда $x_1 = 2$; $x_2 = 5$.

б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 11x - 12 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -11$; $x_1 \cdot x_2 = -12$, откуда подберем $x_1 = 1$; $x_2 = -12$.

в) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + x - 56 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -1$; $x_1 \cdot x_2 = -56$, откуда подберем $x_1 = 7$; $x_2 = -8$.

г) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 19x + 88 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = 19$; $x_1 \cdot x_2 = 88$, откуда подберем $x_1 = 11$; $x_2 = 8$.

№577. а) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 16x + 63 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -16$; $x_1 \cdot x_2 = 63$, откуда $x_1 = -7$; $x_2 = -9$.

б) Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 + 2x - 48 = 0$, тогда $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = -48$, откуда подберем $x_1 = 6$; $x_2 = -8$.

№578. Поскольку $x_1 = 7$, то (по теореме Виета): $x_1 \cdot x_2 = -35$, $7 \cdot x_2 = -35$; $x_2 = -5$. $x_1 + x_2 = 7 + (-5) = 2$; $p = -2$. Ответ: $x_2 = -5$, $p = -2$.

№579. Поскольку $x_1 = 12,5$, то (по теореме Виета): $x_1 + x_2 = 13$; $x_1 \cdot x_2 = q$; $12,5 + x_2 = 13$; $x_2 = 13 - 12,5 = 0,5$; $q = 12,5 \cdot 0,5 = 6,25$.

Ответ: $x_2 = 0,5$, $q = 6,25$.

$$\text{№580. } 5x^2 + bx + 24 = 0; x^2 + \frac{1}{5}bx + \frac{24}{5} = 0.$$

$$\text{Поскольку } x_1 = 8; \text{ то } x_1 \cdot x_2 = \frac{24}{5}; 8 \cdot x_2 = \frac{24}{5}; x_2 = \frac{24}{5} : 8 = \frac{24}{5} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{5};$$

$$x_1 + x_2 = 8 + \frac{3}{5} = 8 \frac{3}{5}; 8 \frac{3}{5} = -\frac{1}{5}b; \frac{43}{5} = -\frac{1}{5}b; \text{ откуда } b = -\frac{43}{5} : \frac{1}{5} = -\frac{43 \cdot 5}{5 \cdot 1} = -43.$$

$$\text{Ответ: } x_2 = \frac{3}{5}; b = -43.$$

$$\text{№581. } 10x^2 - 33x + c = 0; x^2 - \frac{33}{10}x + \frac{c}{10} = 0; x^2 - 3,3x + 0,1c = 0;$$

поскольку $x_1 = 5,3$, то $x_1 + x_2 = 3,3$; $x_1 \cdot x_2 = 0,1c$;

$$5,3 + x_2 = 3,3; x_2 = 3,3 - 5,3; x_2 = -2; \quad 5,3 \cdot (-2) = -10,6 = 0,1c; c = -106.$$

Ответ: $x_2 = -2$; $c = -106$.

№582. Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. По условию задачи $x_1 - x_2 = 2$, а по теореме Виета получим: $x_1 + x_2 = 12$.

$$\text{Затем получим систему уравнений: } \begin{cases} x_1 - x_2 = 2, \\ x_1 + x_2 = 12. \end{cases}$$

Сложим эти уравнения, получим: $2x_1=14$, откуда $x_1=7$. Вычтем первое уравнение из второго, получим: $2x_2=10$, откуда $x_2=5$. Значит, $q=x_1 \cdot x_2=7 \cdot 5=35$. Ответ: 35.

№583. Обозначим через x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения. Тогда имеем систему:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = -1. \end{cases}$$

Находим: $2x_1=5$, $2x_2=-7$, т.е. $x_1=2,5$; $x_2=-3,5$.

Значит, $c=x_1 \cdot x_2=2,5 \cdot (-3,5)=-8,75$. Ответ: $-8,75$.

№584. а) $3x^2+113x-7=0$; $x^2+\frac{113}{3}x-\frac{7}{3}=0$; $D>0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2=-\frac{7}{3}<0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

б) $5x^2-291x-16=0$; $x^2-\frac{291}{5}x-\frac{16}{5}=0$; $D>0$, по теореме Виета:

$x_1 \cdot x_2=-\frac{16}{5}<0$, следовательно, у уравнения два корня, причем противоположных знаков.

№585. а) имеет два корня противоположных знаков;

б) имеет два положительных корня; в) не имеет корней;

г) имеет два положительных корня; д) не имеет корней;

е) имеет два корня противоположных знаков.

№586. а) имеет два положительных корня;

б) имеет два корня противоположных знаков;

в) имеет два положительных корня;

г) имеет два корня противоположных знаков;

д) имеет два положительных корня;

е) имеет два корня противоположных знаков.

Упражнения для повторения

№587.

а) $(3x+1)^2=3x+1$; $9x^2+6x+1=3x+1$; $9x^2+3x=0$; $3x(3x+1)=0$; $x(3x+1)=0$;

$x_1=0$; $3x_2+1=0$; $3x_2=-1$; $x_2=-\frac{1}{3}$;

б) $(3x+1)^2=3(x+1)$; $9x^2+6x+1=3x+3$; $9x^2+3x-2=0$; $D=3^2-4 \cdot 9 \cdot (-2)=81$;

$x=\frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{-3 \pm 9}{18}$; $x_1=\frac{-3+9}{18} = \frac{1}{3}$; $x_2=\frac{-3-9}{18} = -\frac{2}{3}$;

в) $(3x+1)^2=(2x-5)^2$; $9x^2+6x+1=4x^2-20x+25$; $5x^2+26x-24=0$;

$D_1=13^2-5 \cdot (-24)=169+120=289$;

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{5} = \frac{-13 \pm 17}{5}; \quad x_1 = \frac{-13+17}{5} = \frac{4}{5}; \quad x_2 = \frac{-13-17}{5} = -6;$$

$$\text{г) } (3x+4)^2 = 4(x+3); \quad 9x^2 + 24x + 16 = 4x + 12; \quad 9x^2 + 20x + 4 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 4 \cdot 9 = 64;$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{9} = \frac{-10 \pm 8}{9}; \quad x_1 = \frac{-10+8}{9} = -\frac{2}{9}; \quad x_2 = \frac{-10-8}{9} = -2;$$

$$\text{д) } 4(x+3)^2 = 2x+6; \quad 4(x+3)^2 = (2x+6)(2x+6);$$

$$4(x+3)^2 = 2 \cdot 2(x+3)^2; \quad 4(x+3)^2 = 4(x+3)^2 \text{ при любом } x;$$

$$\text{е) } (6x+3)^2 = (x-4)^2; \quad 36x^2 + 36x + 9 = x^2 - 8x + 16; \quad 35x^2 + 44x - 7 = 0;$$

$$D_1 = 22^2 - 35 \cdot (-7) = 484 + 245 = 729;$$

$$x = \frac{-22 \pm \sqrt{729}}{35} = \frac{-22 \pm 27}{35}; \quad x_1 = \frac{-22+27}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7};$$

$$x_2 = \frac{-22-27}{35} = -\frac{49}{35} = -1\frac{2}{5}.$$

№588. Обозначим за $(8x)$ м – первый катет треугольника, $(15x)$ м – второй катет. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(8x)^2 + (15x)^2 = 6,8^2; \quad 64x^2 + 225x^2 = 46,24;$$

$$289x^2 = 46,24; \quad x^2 = \frac{46,24}{289} = 0,16; \quad x = \pm\sqrt{0,16};$$

$$x_1 = \sqrt{0,16} = 0,4; \text{ тогда } 8x = 8 \cdot 0,4 = 3,2 \text{ м – длина первого катета,}$$

$$15x = 15 \cdot 0,4 = 6 \text{ м – длина второго катета.}$$

$x_2 = -\sqrt{0,16} = -0,4$ не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов:

$$S = \frac{3,2 \cdot 6}{2} = \frac{19,2}{2} = 9,6 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Ответ: $9,6 \text{ м}^2$.

№589. Обозначим за $(12x)$ см – длину неизвестного катета, $(13x)$ см – длину гипотенузы. По теореме Пифагора квадрат длины гипотенузы равен сумме длин квадратов катетов. Запишем уравнение:

$$(13x)^2 = (12x)^2 + 15^2; \quad 169x^2 = 144x^2 + 225; \quad 25x^2 = 225; \quad x^2 = 9; \quad x = \pm\sqrt{9};$$

$x_1 = 3; \quad x_2 = -3$ – не подходит, так как длина катета не может быть меньше нуля.

$$13x = 3 \cdot 13 = 39 \text{ см – длина гипотенузы,}$$

$$12x = 3 \cdot 12 = 36 \text{ см – длина искомого катета.}$$

$$\text{Найдем периметр: } P = 15 + 39 + 36 = 90 \text{ см.}$$

Ответ: 90 см.

§ 10. Дробные рациональные уравнения

24. Решение дробных рациональных уравнений

№590.

$$\text{а) } \frac{y^2}{y+3} = \frac{y}{y+3}; \quad \frac{y^2}{y+3} - \frac{y}{y+3} = 0; \quad \frac{y^2 - y}{y+3} = 0; \quad y^2 - y = 0; \quad y(y-1) = 0;$$

$y_1 = 0; y_2 - 1 = 0; y_2 = 1$. Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$\text{б) } \frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{5x - 6}{x^2 - 4}; \quad \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{5x - 6}{x^2 - 4} = 0; \quad \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} = 0; \quad x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}; \quad x_1 = \frac{5 + 1}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{5 - 1}{2} = 2.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 3$.

$$\text{в) } \frac{2x^2}{x-2} = \frac{-7x+6}{2-x}; \quad \frac{2x^2}{x-2} - \frac{-7x+6}{2-x} = 0; \quad \frac{2x^2}{x-2} - \frac{7x-6}{x-2} = 0; \quad 2x^2 - 7x + 6 = 0;$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4}; \quad x_1 = \frac{7 + 1}{4} = 2; \quad x_2 = \frac{7 - 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$x = 2$ не подходит, т.к. при $x = 2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $x = 1\frac{1}{2}$.

$$\text{г) } \frac{y^2 - 6y}{y-5} = \frac{5}{5-y}; \quad \frac{y^2 - 6y}{y-5} - \frac{5}{5-y} = 0; \quad \frac{y^2 - 6y}{y-5} + \frac{5}{y-5} = 0;$$

$$\frac{y^2 - 6y + 5}{y-5} = 0; \quad y^2 - 6y + 5 = 0; \quad D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4; \quad y = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2;$$

$y_1 = 3 + 2 = 5; y_2 = 3 - 2 = 1$. $y = 5$ не подходит, т.к. при $y = 5$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y = 1$.

$$\text{д) } \frac{2x-2}{x+7} = \frac{3x+4}{x-1}; \quad \frac{2x-2}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0; \quad \frac{(2x-1)(x-1) - (3x+4)(x+7)}{(x+7)(x-1)} = 0;$$

$$\frac{2x^2 - 2x - x + 1 - (3x^2 + 21x + 4x + 28)}{(x+7)(x-1)} = 0;$$

$$2x^2 - 3x + 1 - 3x^2 - 25x - 28 = 0; \quad -x^2 - 28x - 27 = 0; \quad x^2 + 28x + 27 = 0;$$

$$D_1 = 14^2 - 1 \cdot 27 = 196 - 27 = 169; \quad x = -14 \pm \sqrt{169} = -14 \pm 13;$$

$$x_1 = -14 - 13 = -27; \quad x_2 = -14 + 13 = -1.$$

Оба корня не обнуляют знаменатель.

$$\text{е) } \frac{2y+3}{2y-1} = \frac{y-5}{y+3}; \quad \frac{2y+3}{2y-1} - \frac{y-5}{y+3} = 0; \quad (2y+3)(y+3) - (2y-1)(y-5) = 0;$$

$$2y^2 + 6y + 3y + 9 - (2y^2 - 10y - y + 5) = 0; \quad 2y^2 + 9y + 9 - 2y^2 + 11y - 5 = 0;$$

$$20y + 4 = 0; \quad 4(5y+1) = 0; \quad 5y+1 = 0; \quad 5y = -1; \quad y = -\frac{1}{5}; \quad y = -\frac{1}{5} \text{ является корнем}$$

уравнения, т.к. при $y = -\frac{1}{5}$ общий знаменатель дробей не обращается

в ноль.

$$\text{ж) } \frac{5y+1}{y+1} = \frac{y+2}{y}; \quad \frac{5y+1}{y+1} - \frac{y+2}{y} = 0; \quad y(5y+1) - (y+1)(y+2) = 0;$$

$$5y^2 + y - (y^2 + 2y + 2) = 0; \quad 5y^2 + y - y^2 - 3y - 2 = 0; \quad 4y^2 - 2y - 2 = 0; \quad 2y^2 - y - 1 = 0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9;$$

$$y = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}; \quad y_1 = \frac{1+3}{4} = 1; \quad y_2 = \frac{1-3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

При $y_1 = 1$ и $y_2 = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{з) } \frac{1+3x}{1-2x} = \frac{5-3x}{1+2x}; \quad \frac{1+3x}{1-2x} - \frac{5-3x}{1+2x} = 0; \quad \frac{(1+2x)(1+3x) - (1-2x)(5-3x)}{1-4x^2} = 0;$$

$$1+3x+2x+6x^2 - (5-3x-10x+6x^2) = 0; \quad 18x-4=0; \quad 2(9x-2)=0; \quad 9x=2; \quad x = \frac{2}{9}.$$

$x = \frac{2}{9}$ является корнем уравнения, т.к. при $x = \frac{2}{9}$ общий знаменатель

дробей не обращается в ноль.

$$\text{и) } \frac{x-1}{2x+3} - \frac{2x-1}{3-2x} = 0; \quad \frac{x-1}{2x+3} + \frac{2x-1}{2x-3} = 0; \quad \frac{(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3)}{4x^2-9} = 0;$$

$$(2x-3)(x-1) + (2x-1)(2x+3) = 0; \quad 6x^2 - x = 0; \quad x(6x-1) = 0; \quad x_1 = 0; \quad 6x_2 - 1 = 0;$$

$$6x_2 = 1; \quad x_2 = \frac{1}{6}. \quad \text{При } x=0 \text{ и } x = \frac{1}{6} \text{ общий знаменатель дробей не обра-}$$

щается в ноль, поэтому $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{1}{6}$ являются корнями уравнения.

$$\text{№591. а) } \frac{2x-5}{x+5} - 4 = 0; \quad \frac{2x-5-4(x+5)}{x+5} = 0; \quad 2x-5-4x-20=0; \quad -2x-25=0;$$

$$2x+25=0; \quad 2x=-25; \quad x = -\frac{25}{2} = -12\frac{1}{2}; \quad x = -12\frac{1}{2}; \quad x = -12\frac{1}{2} \text{ является кор-}$$

нем уравнения, т.к. при $x = -12\frac{1}{2}$ знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{б) } \frac{12}{7-x} = x; \quad \frac{12}{7-x} - \frac{x}{1} = 0; \quad \frac{12-x(7-x)}{7-x} = 0; \quad 12-7x+x^2=0;$$

$$x^2-7x+12=0; \quad D=7^2-4 \cdot 1 \cdot 12=1;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2}; \quad x_1 = \frac{7-1}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{7+1}{2} = 4;$$

$x_1=3$ и $x_2=4$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{в) } \frac{x^2-4}{4} = \frac{3+2x}{2}; \quad \frac{x^2-4}{4} - \frac{3+2x}{2} = 0; \quad x^2-4-6-4x=0; \quad x^2-4x-10=0;$$

$$D_1=(-2)^2-1 \cdot (-10)=4+10=14; \quad x_{1,2}=2 \pm \sqrt{14};$$

$$\text{г) } \frac{10}{2x-3} = x-1; \quad \frac{10}{2x-3} - \frac{x-1}{1} = 0; \quad \frac{10-(2x-3)(x-1)}{2x-3} = 0;$$

$$10-(2x-3)(x-1)=0; \quad 10-(2x^2-2x-3x+3)=0; \quad 2x^2-5x-7=0;$$

$$D=5^2-4 \cdot 2 \cdot (-7)=25+56=81;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 9}{4}; \quad x_1 = \frac{5+9}{4} = 3\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5-9}{4} = -1.$$

При $x_1=3\frac{1}{2}$ и $x_2=-1$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{д) } \frac{8}{x} = 3x+2; \quad \frac{8-x(3x+2)}{x} = 0;$$

$$8-x(3x+2)=0; \quad 3x^2+2x-8=0; \quad D_1=1^2-3 \cdot (-8)=1+24=25;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{3} = \frac{-1 \pm 5}{3}; \quad x_1 = \frac{-1+5}{3} = 1\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{-1-5}{3} = -2;$$

При $x_1=1\frac{1}{3}$ и $x_2=-2$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{е) } \frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}; \quad \frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0; \quad \frac{3(x^2+4x)-2x(x+2)}{3(x+2)} = 0;$$

$$3(x^2+4x)-2x(x+2)=0; \quad x^2+8x=0; \quad x(x+8)=0; \quad x_1=0; \quad x_2=-8;$$

$x_1=0$ и $x_2=-8$ являются корнями уравнения, поскольку при этих значениях x знаменатель не обращается в ноль.

$$\text{ж) } \frac{2x^2-5x+3}{10x-5} = 0; \quad 2x^2-5x+3=0; \quad D=(-5)^2-4 \cdot 2 \cdot 3=25-24=1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm 1}{4}; \quad x_1 = \frac{5+1}{4} = 1\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5-1}{4} = 1.$$

$x_1=1\frac{1}{2}$ и $x_2=1$ являются корнями уравнения, поскольку при $x=1\frac{1}{2}$ и $x=1$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$3) \frac{4x^3 - 9x}{x+1,5} = 0; \quad 4x^3 - 9x = 0; \quad x(4x^2 - 9) = 0; \quad x(2x-3)(2x+3) = 0; \quad x_1 = 0;$$

$x_2 = \frac{3}{2}; \quad x_3 = -\frac{3}{2}; \quad x = -\frac{3}{2}$ не подходит, так как при этом значении знаменатель дроби обращается в ноль; значит, уравнение имеет два корня: $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$, т.к. при $x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$ знаменатель дроби не обращается в ноль.

№592.

$$a) \frac{x^2}{x^2+1} = \frac{7x}{x^2+1}; \quad \frac{x^2}{x^2+1} - \frac{7x}{x^2+1} = 0; \quad \frac{x^2-7}{x^2+1} = 0; \quad x^2-7x=0; \quad x(x-7)=0;$$

$$x_1=0; \quad x_2=7.$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1 > 0$ при всех x .

$$б) \frac{y^2}{y^2-6y} = \frac{4(3-2y)}{y(6-y)}; \quad \frac{y^2}{y^2-6y} - \frac{4(3-2y)}{y(6-y)} = 0; \quad \frac{y^2}{y^2-6y} + \frac{4(3-2y)}{y(y-6)} = 0;$$

$$y^2+4(3-2y)=0; \quad y^2+12-8y=0; \quad y^2-8y+12=0; \quad D_1=(-4)^2-1 \cdot 12=16-12;$$

$$y = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{1} = 4 \pm 2; \quad y_1 = 4+2=6; \quad y_2 = 4-2=2.$$

$y_1=6$ не подходит, т.к. при $y=6$ знаменатель обращается в ноль, а при $y=4$ знаменатель в ноль не обращается, один корень $y=4$.

$$в) \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}; \quad \frac{x-2}{x+2} - \frac{x+3}{x-4} = 0;$$

$$(x-4)(x-2)-(x+2)(x+3)=0; \quad x^2-2x-4x+8-x^2-3x-3x-6=0; \quad 11x=2; \quad x = \frac{2}{11}.$$

$x = \frac{2}{11}$ является корнем уравнения, поскольку при $x = \frac{2}{11}$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$г) \frac{8y-5}{y} = \frac{9y}{y+2}; \quad \frac{8y-5}{y} - \frac{9y}{y+2} = 0; \quad (8y-5)(y+2)-y \cdot 9y=0;$$

$$8y^2+16y-5y-10-9y^2=0; \quad y^2-11y+10=0; \quad D=(-11)^2-4 \cdot 1 \cdot 10=81;$$

$$y = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{11 \pm 9}{2}; \quad y_1 = \frac{11-9}{2} = 1; \quad y_2 = \frac{11+9}{2} = 10.$$

При $y=1$ и $y=10$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$д) \frac{x^2+3}{x^2+1} = 2; \quad \frac{x^2+3}{x^2+1} - 2 = 0; \quad x^2+3-2(x^2+1)=0;$$

$$-x^2+1=0; \quad x^2-1=0; \quad (x-1)(x+1)=0; \quad 1) x-1=0; \quad x_1=1; \quad 2) x+1=0; \quad x_2=-1.$$

Оба значения являются корнями уравнения, т.к. $x^2+1 > 0$ при всех x .

$$е) \frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}; \quad \frac{3}{x^2+2} - \frac{1}{x} = 0; \quad 3x - (x^2+2) = 0; \quad x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1; \quad x = \frac{3 \pm 1}{2}; \quad x_1 = \frac{3-1}{2} = 1; \quad x_2 = \frac{3+1}{2} = 2.$$

При $x=1$ и $x=2$ общий знаменатель дробей не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$ж) x+2 = \frac{15}{4x+1}; \quad \frac{x+2}{1} - \frac{15}{4x+1} = 0; \quad (x+2)(4x+1) - 15 = 0; \quad 4x^2 + 9x - 13 = 0;$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-13) = 81 + 208 = 289;$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 4} = \frac{-9 \pm 17}{8}; \quad x_1 = \frac{-9-17}{8} = -\frac{26}{8} = -3,25; \quad x_2 = \frac{-9+17}{8} = 1.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=1$ и $x=3,25$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$з) \frac{x^2-5}{x-1} = \frac{7x+10}{9}; \quad \frac{x^2-5}{x-1} - \frac{7x+10}{9} = 0; \quad 9(x^2-5) - (x-1)(7x+10) = 0;$$

$$9x^2 - 45 - (7x^2 + 10x - 7x - 10) = 0; \quad 2x^2 - 3x - 35 = 0;$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-35) = 9 + 280 = 289;$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 17}{4}; \quad x_1 = \frac{3+17}{4} = 5; \quad x_2 = \frac{3-17}{4} = -\frac{14}{4} = -3,5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=5$ и $x=-3,5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

№593.

$$а) \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} = 1; \quad \frac{3x+1}{x+2} - \frac{x-1}{x-2} - 1 = 0;$$

$$(3x+1)(x-2) - (x-1)(x+2) - (x+2)(x-2) = 0; \quad 3x^2 - 6x + x - 2 - x^2 - 2x + x + 2 - x^2 + 4 = 0;$$

$$x^2 - 6 + 4 = 0; \quad D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 4 = 5; \quad x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{5}.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $x=3 \pm \sqrt{5}$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$б) \frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} = 5; \quad \frac{2y-2}{y+3} + \frac{y+3}{y-3} - 5 = 0;$$

$$2(y-1)(y-3) + (y+3)^2 - 5(y^2-9) = 0; \quad 2(y^2 - y - 3y + 3) + y^2 + 6y + 9 - 5y^2 + 45 = 0;$$

$$-2y^2 - 2y + 60 = 0; \quad y^2 + y - 30 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot (-30) = 1 + 120 = 121;$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2}; \quad y_1 = \frac{-1-11}{2} = -6; \quad y_2 = \frac{-1+11}{2} = 5.$$

Оба числа являются корнями уравнения, т.к. при $y=-6$ и $y=5$ общий знаменатель не обращается в ноль.

$$в) \frac{4}{9y^2-1} - \frac{4}{3y+1} = \frac{5}{1-3y}; \quad \frac{4}{(3y-1)(3y+1)} - \frac{4}{3y+1} + \frac{5}{3y-1} = 0;$$

$$\frac{4-4(3y-1)+5(3y+1)}{9y^2-1}=0; \quad 4-12y+4+15y+5=0; \quad 3y+13=0; \quad 3y=-13;$$

$$y=-\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}. \quad y=-4\frac{1}{3} \text{ является корнем уравнения, т.к. при этом}$$

значении у общий знаменатель дробей не обращается в ноль.

$$\text{г) } \frac{4}{x+3} - \frac{5}{3-x} = \frac{1}{x-3} - 1; \quad \frac{4}{x+3} + \frac{5}{x-3} - \frac{1}{x-3} + 1 = 0;$$

$$4(x-3)+5(x+3)-(x+3)+x^2-9=0; \quad x^2+8x-9=0; \quad D_1=4^2-1 \cdot (-9)=25;$$

$$x=-4 \pm \sqrt{25} = -4 \pm 5; \quad x_1=-4+5=1; \quad x_2=-4-5=-9.$$

При $x_1=1$ и $x_2=-9$ общий знаменатель не обращается в ноль, поэтому оба числа являются корнями уравнения.

$$\text{д) } 3 + \frac{4}{x-1} = \frac{5-x}{x^2-x}; \quad 3 + \frac{4}{x-1} - \frac{5-x}{x(x-1)} = 0; \quad \frac{3(x-1)+4x-(5-x)}{x(x-1)} = 0;$$

$$3x-3+4x-5+x=0; \quad 8x=8; \quad x=1.$$

При $x=1$ $x-1=0$, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$\text{е) } \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} = \frac{3y+4}{y^2-2y}; \quad \frac{3y-2}{y} - \frac{1}{y-2} - \frac{3y+4}{y(y-2)} = 0;$$

$$(y-2)(3y-2)-y-3y-4=0; \quad 3y^2-2y-6y+4-y-3y-4=0; \quad 3y^2-12y=0;$$

$y^2-4y=0; y(y-4)=0; y_1=0; y_2=4.$ При $y=0$ знаменатель обращается в ноль, поэтому данное уравнение имеет только один корень $y=4$, т.к. при $y=4$ знаменатель в ноль не обращается.

№594.

$$\text{а) 1) } \frac{2x-1}{x+6} = 5; \quad \frac{2x-1}{x+6} - 5 = 0; \quad \frac{2x-1-5(x+6)}{x+6} = 0; \quad 2x-1-5x-30=0;$$

$$-3x-31=0; \quad 3x=-31; \quad x=-\frac{31}{3} = -10\frac{1}{3};$$

$$2) \frac{2x-1}{x+6} = -3; \quad \frac{2x-1}{x+6} + 3 = 0; \quad 2x-1+3x+18=0; \quad 5x=-17; \quad x=-\frac{17}{5} = -3\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{2x-1}{x+6} = 0; \quad 2x-1=0; \quad x=\frac{1}{2};$$

$$4) \frac{2x-1}{x+6} = 2; \quad \frac{2x-1}{x+6} - 2 = 0; \quad 2x-1-2(x+6)=0; \quad 2x-1-2x-12=0; \quad -13 \neq 0.$$

Эта функция не равна 2 ни при каких x .

$$\text{б) 1) } \frac{x^2+x-2}{x+3} = -10; \quad \frac{x^2+x-2}{x+3} + 10 = 0;$$

$$x^2+x-2+10x+30=0; \quad x^2+11x+28=0; \quad D=11^2-4 \cdot 1 \cdot 28=9;$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-11 \pm 3}{2}; \quad x_1 = \frac{-11+3}{2} = -4; \quad x_2 = \frac{-11-3}{2} = -7;$$

$$2) \frac{x^2+x-2}{x+3} = 0; \quad x^2+x-2=0; \quad D=1-4 \cdot 1 \cdot (-2)=9;$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}; \quad x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1; \quad x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2;$$

$$3) \frac{x^2+x-2}{x+3} = -5; \quad \frac{x^2+x-2}{x+3} + 5 = 0;$$

$$x^2+x-2+5x+15=0; \quad x^2+6x+13=0; \quad D=3^2-1 \cdot 13=9-13=-4 < 0.$$

Эта функция не равна -5 ни при каких x .

№595.

$$a) \frac{x-4}{x-5} + \frac{x-6}{x+5} = 2; \quad \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-6}{x+5} - 2 = 0;$$

$$(x+5)(x-4) + (x-5)(x-6) - 2(x^2-25) = 0;$$

$$x^2-4x+5x-20+x^2-6x-5x+30-2x^2+50=0; \quad -10x+60=0; \quad x-6=0; \quad x=6;$$

$$б) \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}; \quad -\frac{1}{x-2} - 1 - \frac{1}{x-2} + \frac{6-x}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$-\frac{2}{x-2} + \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - 1 = 0; \quad \frac{6-x-2(3x+6)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = 0;$$

$$6-x-6x-12-3x^2+12=0; \quad 3x^2+7x-6=0; \quad D=7^2-4 \cdot 3 \cdot (-6)=121;$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm 11}{6}; \quad x_1 = \frac{-7+11}{6} = \frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{-7-11}{6} = -3;$$

$$в) \frac{7y-3}{y-y^2} = \frac{1}{y-1} - \frac{5}{y(y-1)}; \quad \frac{7y-3}{y(1-y)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$-\frac{(7y-3)}{y(y-1)} - \frac{1}{y-1} + \frac{5}{y(y-1)} = 0;$$

$$-7y+3-y+5=0; \quad -8y+8=0; \quad -8(y-1)=0; \quad y-1=0; \quad y=1.$$

При $y=1$ общий знаменатель обращается в ноль, значит, данное уравнение не имеет корней.

$$г) \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}; \quad \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} - \frac{10}{y} = 0;$$

$$3y(y+2)+7y(y-2)-10(y^2-4)=0; \quad 3y^2+6y+7y^2-14y-10y^2+40=0;$$

$$-8y+40=0; \quad y-5=0; \quad y=5;$$

$$д) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}; \quad \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} - \frac{10}{3} = 0;$$

$$\frac{3(x+3)^2 + 3(x-3)^2 - 10x^2 + 90}{3(x^2-9)} = 0;$$

$$3x^2+18x+27+3x^2-18x+27-10x^2+90=0; \quad -4x^2+144=0; \quad x^2-36=0;$$

$$(x-6)(x+6)=0; \quad x_1=6; \quad x_2=-6;$$

$$e) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = 8\frac{2}{3}; \quad \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} - \frac{26}{3} = 0;$$

$$3(x+2)(5x+7) - 3(x-2)(2x+21) - 26(x^2-4) = 0;$$

$$15x^2 + 21 + 30x + 42 - 6x^2 - 63x + 12x + 126 - 26x^2 + 104 = 0;$$

$$-17x^2 + 272 = 0; x^2 - 16 = 0; (x-4)(x+4) = 0; x_1 = 4; x_2 = -4.$$

$$\text{№596. a) } \frac{3y+9}{3y-1} + \frac{2y-13}{2y+5} = 2; \quad \frac{(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1)}{(3y-1)(2y+5)} - 2 = 0;$$

$$(3y+9)(2y+5) + (2y-13)(3y-1) - 2(3y-1)(2y+5) = 0;$$

$$6y^2 + 18y + 15y + 45 + 6y^2 - 39y - 2y + 13 - 12y^2 - 30y + 4y + 10 = 0;$$

$$-34y + 68 = 0; y - 2 = 0; y = 2;$$

$$b) \frac{5y+13}{5y+4} - \frac{4-6y}{3y-1} = 3; \quad \frac{(3y-1)(5y+13) - (5y+4)(4-6y)}{(5y+4)(3y-1)} - 3 = 0;$$

$$(3y-1)(5y+13) - (5y+4)(4-6y) - 3(3y-1)(5y+4) = 0;$$

$$15y^2 + 39y - 5y - 13 - (20y - 30y^2 + 16 - 24y) - (9y - 3)(5y + 4) = 0;$$

$$15y^2 + 39y - 5y - 13 - 20y + 30y^2 - 16 + 24y - 45y^2 - 36y + 15y + 12 = 0;$$

$$17y - 17 = 0; y - 1 = 0; y = 1;$$

$$в) \frac{y+1}{y-5} + \frac{10}{y+5} = \frac{y+1}{y-5} \cdot \frac{10}{y+5};$$

$$(y+5)(y+1) + 10y - 50 = 10y + 10; y^2 + y + 5y + 5 + 10y - 50 - 10y - 10 = 0;$$

$$y^2 + 6y - 55 = 0; D_1 = 3^2 - 1 \cdot (-55) = 9 + 55 = 64; y = -3 \pm \sqrt{64} = -3 \pm 8;$$

$$y_1 = -3 + 8 = 5; y_2 = -3 - 8 = -11.$$

Поскольку при $y=5$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=-11$ удовлетворяет условию задачи.

$$г) \frac{6}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{6}{y-4} \cdot \frac{y}{y+2}; \quad \frac{6(y+2) - y(y-4)}{(y-4)(y+2)} = \frac{6y}{(y-4)(y+2)};$$

$$6(y+2) - y(y-4) = 6y; 6y + 12 - y^2 + 4y = 6y; y^2 - 4y - 12 = 0;$$

$$D_1 = 2^2 - 1 \cdot (-12) = 16; y = 2 \pm \sqrt{16} = 2 \pm 4; y_1 = 2 + 4 = 6; y_2 = 2 - 4 = -2.$$

Поскольку при $y=-2$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, то только $y=6$ удовлетворяет условию задачи.

$$\text{№597. a) } \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}; \quad \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} - \frac{1}{y} = 0;$$

$$\frac{5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3)}{y(y-2)(y-3)} = 0; \quad 5y(y-3) - 4y(y-2) - (y-2)(y-3) = 0;$$

$$5y^2 - 15y - 4y^2 + 8y - y^2 + 3y + 2y - 6 = 0; -2y - 6 = 0; y + 3 = 0; y = -3;$$

$$б) \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x+3}; \quad \frac{1}{2(x+1)} + \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x+3} = 0;$$

$$\frac{(x+2)(x+3) + 2(x+1)(x+3) - 3 \cdot 2(x+1)(x+2)}{2(x+1)(x+2)(x+3)} = 0;$$

$$(x+2)(x+3)+(2x+2)(x+3)-(6x+6)(x+2)=0;$$

$$x^2+3x+2x+6+2x^2+6x+2x+6-6x^2-12x-6x-12=0; \quad -3x^2-5x=0; \quad x(3x+5)=0;$$

$$x_1=0; \quad x_2=-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3};$$

$$в) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x^2-2x} = \frac{8}{x^3-4x}; \quad \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x(x-2)} - \frac{8}{x(x-2)(x+2)} = 0;$$

$$\frac{x(x-2)+x+2-8}{x(x-2)(x+2)} = 0; \quad x^2-2x+x+2-8=0; \quad x^2-x-6=0; \quad D=1^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)=25;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}; \quad x_1 = \frac{1+5}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{1-5}{2} = -2.$$

$x=-2$ не подходит, т.к. при $x=-2$ знаменатель обращается в ноль, поэтому уравнение имеет один корень $x=3$.

$$г) \frac{10}{y^3-y} + \frac{1}{y-y^2} = \frac{1}{1+y}; \quad \frac{10}{y(y-1)(y+1)} - \frac{1}{y(y-1)} - \frac{1}{y+1} = 0;$$

$$\frac{10-(y+1)-y(y-1)}{y(y-1)(y+1)} = 0; \quad 10-y-1-y^2+y=0; \quad y^2-9=0; \quad (y-3)(y+3)=0;$$

$$y_1=3; \quad y_2=-3;$$

$$д) 1 + \frac{45}{x^2-8x+16} = \frac{14}{x-4}; \quad 1 + \frac{45}{(x-4)^2} - \frac{14}{x-4} = 0; \quad (x-4)^2+45-14(x-4)=0;$$

$$x^2-8x+16+45-14x+56=0; \quad x^2-22x+117=0; \quad D_1=11^2-1 \cdot 117=121-117=4;$$

$$x=11 \pm \sqrt{4} = 11 \pm 2; \quad x_1=11-2=9; \quad x_2=11+2=13;$$

$$е) \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3-6x+3x^2} = 3; \quad \frac{5}{x-1} - \frac{4}{3(1-2x+x^2)} - 3 = 0;$$

$$\frac{3 \cdot 5(x-1) - 4 - 9 \cdot (x-1)^2}{3 \cdot (x-1)^2} = 0;$$

$$15(x-1) - 4 - 9(x^2-2x+1) = 0; \quad 15x - 15 - 4 - 9x^2 + 18x - 9 = 0; \quad 9x^2 - 33x + 28 = 0;$$

$$D = 33^2 - 4 \cdot 9 \cdot 28 = 1089 - 1008 = 81;$$

$$x = \frac{33 \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 9} = \frac{33 \pm 9}{18}; \quad x_1 = \frac{33+9}{18} = \frac{42}{18} = 2\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{33-9}{18} = \frac{24}{18} = 1\frac{1}{3}.$$

№598. а) $\frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} = \frac{3}{x-5}; \quad \frac{10}{(x-5)(x+1)} + \frac{x}{x+1} - \frac{3}{x-5} = 0;$

$$10+x(x-5)=3(x+1); \quad 10+x^2-5x=3x+3; \quad x^2-8x+7=0;$$

$$D_1=(-4)^2-7 \cdot 1=16-7=9; \quad x=4 \pm \sqrt{9} = 4 \pm 3; \quad x_1=4-3=1; \quad x_2=4+3=7;$$

$$б) \frac{17}{(x-3)(x+4)} - \frac{1}{x-3} = \frac{x}{x+4}; \quad 17-x-4-x(x-3)=0; \quad 17-x-4-x^2+3x=0;$$

$$x^2-2x-13=0; \quad D_1=(-1)^2-1 \cdot (-13)=1+13=14; \quad x_{1,2}=1 \pm \sqrt{14};$$

$$b) \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x^2-1} = 0; \quad \frac{4}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{4(x-1)^2 - (x+1)^2 + (x-1)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)^2} = 0; \quad 4(x^2-2x+1) - (x^2+2x+1) + x^2 - 1 = 0;$$

$$4x^2 - 10x + 2 = 0; \quad 2x^2 - 5x + 1 = 0; \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 25 - 8 = 17; \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4};$$

$$r) \frac{4}{9x^2-1} + \frac{1}{3x^2-x} = \frac{4}{9x^2-6x+1}; \quad \frac{4}{(3x-1)(3x+1)} + \frac{1}{x(3x-1)} - \frac{4}{(3x-1)^2} = 0;$$

$$\frac{4x(3x-1) + (3x+1)(3x-1) - 4x(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)} = 0; \quad 4x(3x-1) + 9x^2 - 1 - 12x^2 - 4x = 0;$$

$$9x^2 - 8x - 1 = 0; \quad D_1 = (-4)^2 - 9 \cdot (-1) = 16 + 9;$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{25}}{9} = \frac{4 \pm 5}{9}; \quad x_1 = \frac{4+5}{9} = 1; \quad x_2 = \frac{4-5}{9} = -\frac{1}{9}.$$

№599. a) $\frac{21}{x+1} = \frac{16}{x-2} - \frac{6}{x}; \quad \frac{21}{x+1} - \frac{16}{x-2} + \frac{6}{x} = 0;$

$$\frac{21x(x-2) - 16x(x+1) + 6(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$21x^2 - 42x - 16x^2 - 16x + 6(x^2 - 2x + x - 2) = 0; \quad 11x^2 - 64x - 12 = 0;$$

$$D_1 = (-32)^2 - 11 \cdot (-12) = 1024 + 132 = 1156;$$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{1156}}{11} = \frac{32 \pm 34}{11}; \quad x_1 = \frac{32-34}{11} = -\frac{2}{11}; \quad x_2 = \frac{32+34}{11} = \frac{66}{11} = 6;$$

$$6) \frac{2}{y^2-3y} - \frac{1}{y-3} = \frac{5}{y^3-9y}; \quad \frac{2}{y(y-3)} - \frac{1}{y-3} - \frac{5}{y(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$\frac{2(y+3) - y(y+3) - 5}{y(y-3)(y+3)} = 0; \quad 2y+6 - y^2-3y-5=0; \quad y^2+y-1=0;$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5; \quad y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2};$$

$$b) \frac{18}{4x+4x+1} - \frac{1}{2x^2-x} = \frac{6}{4x^2-1}; \quad \frac{18}{(2x+1)^2} - \frac{1}{x(x-1)} - \frac{6}{(2x-1)(2x+1)} = 0;$$

$$\frac{18x(2x-1) - (2x+1)^2 - 6x(2x+1)}{x(2x-1)(2x+1)} = 0; \quad 36x^2 - 18x - (4x^2 + 4x + 1) - 12x^2 - 6x = 0;$$

$$20x^2 - 28x - 1 = 0; \quad D = (-14)^2 - 20 \cdot (-1) = 196 + 20 = 216;$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{216}}{20} = \frac{14 \pm 6\sqrt{6}}{20}; \quad x = \frac{2(7 \pm 3\sqrt{6})}{20} = \frac{7 \pm 3\sqrt{6}}{10}.$$

Упражнения для повторения

№600. $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$.

Подставим $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$; получаем:

$$(3 + \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}))^2 = (3 + \sqrt{5} - 3 + \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20. \quad \text{Ответ: } 20.$$

№601. 1) $A(1,5; 7,25)$; $7,25 = (1,5)^2 + 2 \cdot 1,5 + 5$; $7,25 = 2,25 + 3 + 5 = 10,25$; $7,25 \neq 10,25$; следовательно, точка А не принадлежит графику данной функции.

2) $B(-3,2; 9)$; $9 = (-3,2)^2 + 2 \cdot (-3,2) + 5$; $9 = 10,24 - 6,4 + 5 = 8,84$; $9 \neq 8,84$; следовательно, точка В не принадлежит графику данной функции.

3) $C(\sqrt{3} - 1; 7)$; $7 = (\sqrt{3} - 1)^2 + 2(\sqrt{3} - 1) + 5$;

$7 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot 1 + 1^2 + 2\sqrt{3} - 2 + 5$; $7 = 3 + 1 + 5 - 2$; $7 = 7$, следовательно, точка С принадлежит графику данной функции.

№602. а) $\frac{x - y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \sqrt{x} =$
 $= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x})}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} =$
 $= \sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x} = \sqrt{y}$;

б) $\sqrt{x} - \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} =$
 $\sqrt{x} - \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} =$
 $\sqrt{x} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{y}$.

№603.

а) $a^2 + b^2 > 0$ при $a > 0$, $3ab < 0$, т.к. $a > 0$, $b < 0$, следовательно, $\frac{3ab}{a^2 + b^2} < 0$.

б) При $a < 0$ и $b < 0$, $a + b < 0$ и $5a^3b^2 < 0$, следовательно, $\frac{5a^3b^2}{a + b} > 0$.

25. Решение задач с помощью рациональных уравнений

№604.

Обозначим за x и $(x+3)$ – числитель и знаменатель дроби, тогда $(x+7)$ и $(x+8)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{2}$.

Составляем уравнение:

$$\frac{x+7}{x+8} - \frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}; \quad 2(x+3)(x+7) - 2x(x+8) = (x+8)(x+3);$$
$$2x^2 + 14x + 6x + 42 - 2x^2 - 16x - x^2 - 3x - 8x - 24 = 0; \quad x^2 + 7x - 18 = 0;$$
$$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121;$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-7 \pm 11}{2}; \quad x_1 = \frac{-7 + 11}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9.$$

1) При $x = -9$: $\frac{x}{x+3} = \frac{-9}{-9+3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ – не подходит;

2) При $x = 2$: $\frac{x}{x+3} = \frac{2}{5}$. Ответ: $\frac{2}{5}$.

№605. Обозначим за x и $(x-5)$ – знаменатель и числитель дроби, тогда $(x-7)$ и $(x+16)$ – числитель и знаменатель новой дроби. Разность дробей составляет $\frac{1}{3}$.

Составляем уравнение: $\frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} = \frac{1}{3}; \quad \frac{x-5}{x} - \frac{x-7}{x+16} - \frac{1}{3} = 0;$

$$3(x+16)(x-5) - 3x(x-7) - x(x+16); \quad 3x^2 - 15x + 48x - 240 - 3x^2 + 21x - x^2 - 16x = 0;$$
$$x^2 - 38x + 240 = 0; \quad D_1 = (-19)^2 - 1 \cdot 240 = 361 - 240 = 121;$$
$$x = \frac{19 \pm \sqrt{121}}{1} = 19 \pm 11; \quad x_1 = 19 + 11 = 30; \quad x_2 = 19 - 11 = 8.$$

1) При $x = 30$: $\frac{x-5}{x} = \frac{30-5}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ – не подходит;

2) При $x = 8$: $\frac{x-5}{x} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$. Ответ: $\frac{3}{8}$.

№606. Обозначим за x км/ч и $(x+20)$ км/ч – скорость первого и второго автомобилей, тогда $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч – время, затраченное первым автомобилем на путь из города в село, $\left(\frac{120}{x+20}\right)$ ч – время, затрачен-

ное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим

уравнение: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1; \quad 120(x+20) - 120x = x(x+20);$

$$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0; \quad x^2 + 20x + 2400 = 0;$$

$$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500; \quad x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50;$$

$$x_1 = -10 - 50 = -60 \text{ (не подходит); } x_2 = -10 + 50 = 40; \text{ тогда } x + 20 = 60.$$

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№607. Обозначим за x км/ч и $(x-32)$ км/ч – скорости мотоциклиста и велосипедиста, тогда $\left(\frac{45}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{45}{x-32}\right)$ ч – время, затраченное мотоциклистом и велосипедистом на путь из А в В. Мотоциклист был в пути на 1 ч 36 мин меньше: 1 ч 36 мин = $1\frac{3}{5}$ ч = $\frac{8}{5}$ ч. Составляем

уравнение: $\frac{45}{x-32} - \frac{45}{x} = \frac{8}{5}$; $5 \cdot 45x - 5 \cdot 45(x-32) = 8x(x-32)$;

$225x - 225x + 7200 - 8x^2 + 256x = 0$; $x^2 - 32x - 900 = 0$;

$D_1 = 16^2 - 1 \cdot (-900) = 256 + 900 = 1156$; $x = 16 \pm \sqrt{1156} = 16 \pm 34$;

$x_1 = 16 - 34 = -18$ (не подходит); $x_2 = 16 + 34 = 50$; отсюда $x - 32 = 18$.

Ответ: 18 км/ч.

№608. Обозначим за x км/ч и $(x+2)$ км/ч – скорость первого и второго лыжника, тогда $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{20}{x+2}\right)$ ч – время, затраченное пер-

вым автомобилем на путь из города в село, ч – время, затраченное на этот путь вторым автомобилем. Так как второй автомобиль пришел к месту назначения на 1 ч раньше, чем второй, составим урав-

нение: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+20} = 1$; $120(x+20) - 120x = x(x+20)$;

$120x + 2400 - 120x - x^2 - 20x = 0$; $x^2 + 20x + 2400 = 0$;

$D_1 = 10^2 - 1 \cdot (-2400) = 100 + 2400 = 2500$; $x = -10 \pm \sqrt{2500} = -10 \pm 50$;

$x_1 = -10 - 50 = -60$ (не подходит); $x_2 = -10 + 50 = 40$; тогда $x + 20 = 60$.

Ответ: 40 км/ч – скорость первого автомобиля, 60 км/ч – скорость второго автомобиля.

№ 609. Обозначим x км/ч и $(x-10)$ км/ч – скорости первого и второго автомобилей. Первый автомобиль затратил на весь путь $\left(\frac{560}{x}\right)$ ч, второй – $\left(\frac{560}{x-10}\right)$. Поскольку первый автомобиль приезжает на час

раньше второго, то $\frac{560}{x-10} - \frac{560}{x} = 1$; $560 - 560(x-10) = x(x-10)$;

$x^2 - 10x - 5600 = 0$; $D_1 = (-5)^2 + 1 \cdot (-5600) = 5625 = 75^2$; $x = 5 \pm 75$;

$x_1 = 5 - 75 = 70$ не подходит, значит $x_2 = 5 + 75 = 80$; $x - 10 = 70$.

Ответ: скорости первого и второго автомобиля равны 80 км/ч и 70 км/ч, соответственно.

№ 610. Обозначим за x км/ч и $(x + 10)$ км/ч — скорость поезда по расписанию и фактическую скорость поезда, тогда $\left(\frac{720}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{720}{x+10}\right)$ ч — время на данном участке пути по расписанию и фактическое время на этом участке.

Запишем уравнение: $\frac{720}{x} - \frac{720}{x+10} = 1$; $720(x+10) - 720x = x(x+10)$;

$x^2 - 10x - 7200 = 0$; $D_1 = 5^2 + 7200 = 7225 = 85^2$; $x = -5 \pm 85$;
 $x = -5 - 85 = -90$ не подходит, значит $x = -5 + 85 = 80$.

Ответ: скорость поезда по расписанию равна 80 км/ч.

№ 611. Обозначим за x км/ч и $(x - 2)$ скорость движения лодки по озеру и скорость лодки против течения реки. Тогда турист затратил $\left(\frac{15}{x}\right)$ ч на передвижение по озеру и $\left(\frac{6}{x-1}\right)$ — на передвижение по реке.

Поскольку по озеру он двигался на час больше, то: $\frac{15}{x} - \frac{6}{x-2} = 1$;

$15(x-2) - 6x = x(x-2)$; $x^2 - 11x + 30 = 0$; $D = 121 - 120 = 1$;

$x = \frac{11 \pm 1}{2}$; $x_1 = \frac{11-1}{2} = 5$; $x_2 = \frac{11+1}{2} = 6$.

Ответ: скорость лодки по озеру равна 5 км/ч или 6 км/ч.

№ 612. Обозначим за x км/ч и $(x + 15)$ км/ч — скорость течения реки и скорость лодки по течению; $(15 - x)$ км/ч — скорость лодки против течения. По течению лодка двигалась $\left(\frac{35}{x+15}\right)$ ч, а против

течения — $\left(\frac{25}{15-x}\right)$ ч. Запишем уравнение: $\frac{35}{x+15} = \frac{25}{15-x}$;

$35(15-x) = 25(x+15)$; $525 - 35x = 25x + 175$; $x = 2,5$.

Ответ: скорость течения реки равна 2,5 км/ч.

№ 613. Обозначим за x км/ч скорость течения реки, тогда скорость катера против течения равна $(20 - x)$ км/ч, по течению — $(x + 20)$ км/ч. Весь путь катер проплыл за 3 часа. Тогда: $\frac{22}{x+20} + \frac{36}{20-x} = 3$;

$22(20-x) + 36(x+20) = 3(20-x)(20+x)$;

$440 + 720 - 22x + 36x - 1200 + 3x^2 = 0$; $3x^2 + 14x - 40 = 0$;

$D_1 = 49 + 3 \cdot 40 = 169 = 13^2$;

$x = \frac{-7 \pm 13}{3}$; $x = \frac{-7-13}{3} = -\frac{20}{3}$ не подходит, значит $x = \frac{-7+13}{3} = 2$.

Ответ: скорость течения равна 2 км/ч.

№ 614. Пусть весь объем работы равен 1, производительности штукатуров обозначим за n_1 и n_2 , время выполнения работы каждым из штукатуров — t_1 ч и t_2 ч. Тогда $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 - t_2 = 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0$; $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$;

$$t_2 = \frac{7 \pm 13}{2}; t = \frac{7 - 13}{2} = -3 \text{ не подходит, значит}$$

$$t = \frac{7 + 13}{2} = 10, \text{ следовательно, } t_1 = 15.$$

Ответ: первый выполнил бы все работы за 15 ч, а второй — за 10 ч.

№ 615. Пусть весь объем работы равен 1, производительности труда у рабочих равны n_1 и n_2 , время выполнения всей работы первым рабочим равно t_1 ч, вторым — t_2 ч; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ \frac{(t_2 + 10)t_2}{2t_2 + 10} = 12; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 10, \\ t_2^2 - 14t_2 - 120 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $D_1 = 49 + 120 = 169 = 13^2$; $t_2 = 7 \pm 13$;

$t_2 = 7 - 13 = -6$ не подходит, значит $t_2 = 7 + 13 = 20$, следовательно, $t_1 = 30$.

Ответ: первый сделал бы всю работу за 30 дней, а второй — за 20 дней.

№ 616. Пусть весь объем работы равен 1. Производительности труда у бригад равны n_1 и n_2 , t_1 и t_2 — время выполнения всей работы каждой бригадой в отдельности; $n_1 = \frac{1}{t_1}$; $n_2 = \frac{1}{t_2}$.

Запишем систему:

$$\begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{1}{n_1 + n_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 - 5, \\ \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ \frac{(t_2 + 5)t_2}{2t_2 + 5} = 6; \end{cases} \begin{cases} t_1 = t_2 + 5, \\ t_2^2 - 7t_2 - 30 = 0; \end{cases}$$

Решим последнее уравнение: $D = 49 + 120 = 169 = 13^2$; $t_2 = \frac{7 \pm 13}{2}$;

$$t_2 = -3 \text{ не подходит, значит } t_2 = \frac{7 + 13}{2} = 10, \text{ следовательно, } t_1 = 15.$$

Ответ: первая бригада сделала бы всю работы за 15 дней, а вторая — за 10 дней.

№ 617. Обозначим за x км/ч и $(x + 4)$ км/ч — скорости первого и второго поезда. Весь путь поезда прошли за $\left(\frac{360}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{360}{x+4}\right)$ ч, соответственно. Учитывая, что первый поезд вышел на час раньше второго, записываем уравнение: $\frac{360}{x+4} = \frac{360}{x} - 1$;
 $x^2 - 4x - 1440 = 0$; $D_1 = 4 + 1440 = 1444 = 38^2$; $x = -2 \pm 38$;
 $x = -2 - 38 = -40$ не подходит, значит $x = -2 + 38 = 36$; $x + 4 = 40$.
 Ответ: скорость первого поезда равна 36 км/ч, второго — 40 км/ч.

Упражнения для повторения

№618. а) $\frac{1}{11+2\sqrt{30}} + \frac{1}{11-2\sqrt{30}} = \frac{11-2\sqrt{30}+11+2\sqrt{30}}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} =$
 $= \frac{22}{11^2 - (2\sqrt{30})^2} = \frac{22}{121-120} = 22$. Тождество доказано.

б) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2} + \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2 + (\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} =$
 $= \frac{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4}{(\sqrt{5})^2 - 4} = 18$. Тождество доказано.

№619. а) Подставим $x=5+2\sqrt{6}$, $y=5-2\sqrt{6}$:
 $\frac{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{5+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6}} = \frac{5^2 - (2\sqrt{6})^2}{10} = \frac{25-24}{10} = \frac{1}{10} = 0,1$.

а) Подставим $x=\sqrt{11}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{11}-\sqrt{3}$:
 $\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{3})^2(\sqrt{11}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{11}+\sqrt{3})(\sqrt{11}-\sqrt{3})} = \frac{11+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{3}+3+11-2\sqrt{11}\cdot\sqrt{3}+3}{(\sqrt{11})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{28}{8} = 3,5$.

№620. Обозначим за x_1 и x_2 — корни данного уравнения. Тогда по теореме Виета $x_1+x_2=10$, а по условию $x_1-x_2=6$. Получаем систему

уравнений: $\begin{cases} x_1 - x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = 10, \end{cases}$ откуда $x_1=8$, $x_2=2$.

По теореме Виета: $q=x_1x_2=8 \cdot 2=16$. Ответ: 16.

№621.

а) По условию задачи:

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2};$$

по теореме Виета: $x_1+x_2=-b$; $x_1 \cdot x_2=c$;

$$b = -\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\left(\frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{2}\right) = -\sqrt{3};$$

$$c = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{2} = \frac{(\sqrt{3})^2 - 1^2}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

Искомое уравнение: $x^2 - \sqrt{3}x + \frac{1}{2} = 0$.

б) По условию задачи: $x_1 = 2 - \sqrt{3}$; $x_2 = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$;

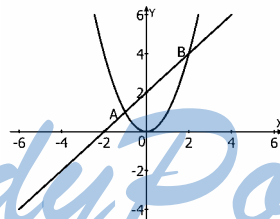
по теореме Виета: $b = -(x_1 + x_2) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}\right) =$
 $= -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3}\right) = -\left(2 - \sqrt{3} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1}\right) =$
 $= -(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}) = -4$; $c = x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 1$.

Искомое уравнение: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

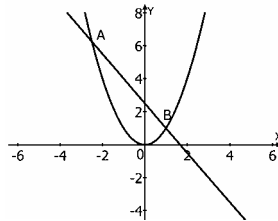
26. Графический способ решения уравнений

№622.

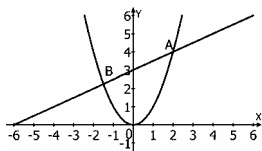
а) $x^2 = x + 2$; строим графики:
 $y = x^2$; $y = x + 2$; $x_1 = -1$; $x_2 = 2$;



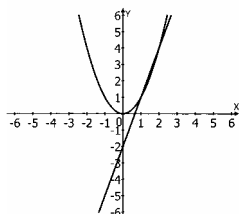
б) $x^2 + 1,5x - 2,5 = 0$; строим графики:
 $y = x^2$; $y = -1,5x + 2,5$;
 $x_1 = -2,5$; $x_2 = 1$.



№623.



a) $x^2 = 0,5x + 3$;
 1) строим графики:
 $y = x^2$ и $y = 0,5x + 3$; находим $x_1 = -1,5$; $x_2 = 2$.
 2) $x^2 - 0,5x - 3 = 0$;
 $D = (-0,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 0,25 + 12 = 12,25 = 3,5^2$; $x = \frac{0,5 \pm 3,5}{2}$;



$x_1 = 2$; $x_2 = -1,5$;
 б) $x^2 - 3x + 2 = 0$;
 1) строим графики:
 $y = x^2$ и $y = 3x - 2$; находим $x_1 = 1$; $x_2 = 2$.
 2) $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1$.

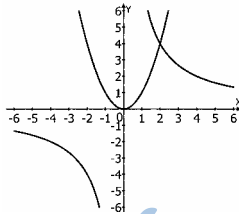
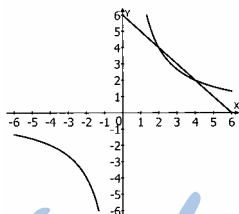
№624.

a) $\frac{8}{x} = -x + 6$; строим графики

б) $\frac{8}{x} = x^2$; строим графики

$y = \frac{8}{x}$ и $y = -x + 6$; находим: $x_1 = 2$; $x_2 = 4$;

$y = x^2$ и $y = \frac{8}{x}$; находим: $x = 2$.



№625.

a) $\frac{6}{x} = x$; строим графики

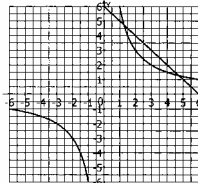
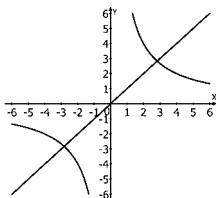
б) $\frac{6}{x} = -x + 6$; строим графики

$y = \frac{6}{x}$ и $y = x$;

$y = \frac{6}{x}$ и $y = -x + 6$; находим:

$x_1 \approx 2,5$; $x_2 \approx -2,5$;

$x_1 \approx 1,2$; $x_2 \approx 4,6$.

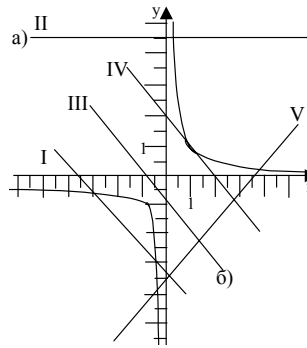


№626.

$\frac{1}{x} = ax + b$; строим графики:

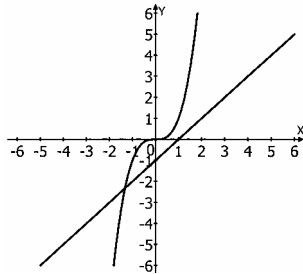
$y = \frac{1}{x}$ и $y = ax + b$.

Из рисунка определяем, что
 для I прямой: у уравнения два корня;
 для II прямой: у уравнения один корень;
 для III прямой: у уравнения нет корней;
 для IV прямой: у уравнения один корень;
 для V прямой: у уравнения два корня.

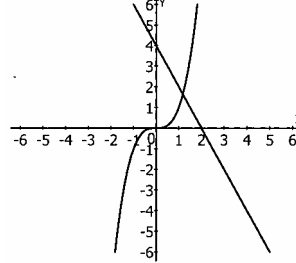


№627.

а) $x^3 - x + 1 = 0$; строим графики $y = x^3$ и $y = x - 1$; находим $x \approx -1,3$;

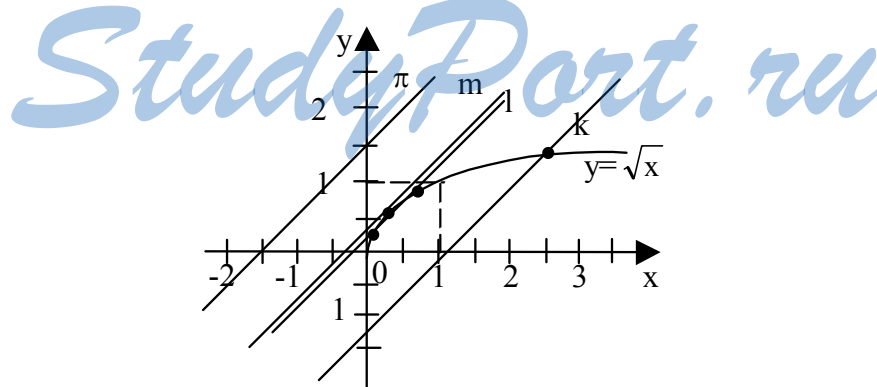


б) $x^3 + 2x - 4 = 0$; $x^3 = -2x + 4$; строим графики $y = x^3$ и $y = -2x + 4$; находим $x \approx 1,2$.

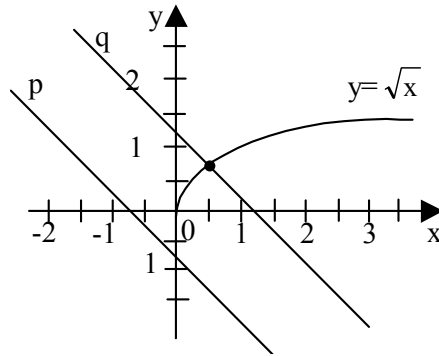


№628.

а) $\sqrt{x} = x + b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = x + b$;



б) $\sqrt{x} = -x+b$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = -x+b$;



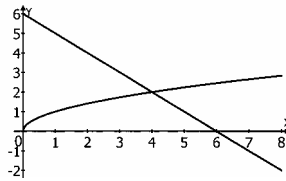
Из рисунков находим ответ:

а) При $b < 0$: у уравнения один корень – прямая k ; при $b \geq 0$: у уравнения два корня – прямая l ; один корень – прямая m ; нет корней – прямая n .

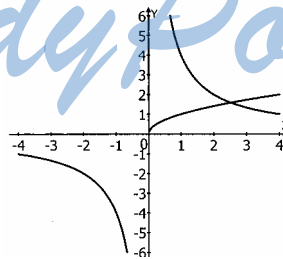
б) При $b < 0$: нет корней – прямая p ; при $b \geq 0$: у уравнения один корень – прямая q .

№629.

а) $\sqrt{x} = 6-x$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = 6-x$; находим $x \approx 4$;



б) $\sqrt{x} = \frac{4}{x}$; строим графики: $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{4}{x}$; находим $x \approx 2,5$.



Упражнения для повторения

№ 630. Обозначим за x км/ч и $(x + 0,5)$ км/ч — предполагаемую и фактическую скорости туристов, $\left(\frac{18}{x}\right)$ ч и $\left(\frac{18}{x+0,5}\right)$ ч — время про-

хождения маршрута с каждой из этих скоростей.

На основе остальных данных задачи получаем уравнение:

$$\frac{18}{x} - \frac{18}{x+0,5} = \frac{1}{2}; \quad 36(x+0,5) - 36x = x^2 + 0,5x; \quad 2x^2 + x - 36 = 0;$$

$$D = 1 + 35 \cdot 8 = 289 = (17)^2; \quad x = \frac{-1 \pm 17}{4};$$

$$x = \frac{-1-17}{4} = -4,5 \text{ — не подходит, значит, } x = \frac{-1+17}{4} = 4.$$

Ответ: предполагаемая скорость туристов равна 4 км/ч.

№ 631. Пусть x га/день — количество ежедневно засеваемых бригадой гектаров, $(x - 10)$ га/день — планируемое количество ежедневно засеваемых бригадой гектаров. Фактически всю работу выполнили за $\left(\frac{120}{x}\right)$ дней, а планировали за $\left(\frac{120}{x-10}\right)$ дней.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{120}{x-10} = \frac{120}{x} + 2; \quad \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 2;$$

$$120x - 120(x-10) = 2x(x-10); \quad x^2 - 10x - 600 = 0;$$

$$D_1 = 5^2 + 600 = 625 = 25^2; \quad x = \frac{5 \pm 25}{1};$$

$$x = 5 - 15 = -20 \text{ — не подходит, значит, } x = 5 + 25 = 30.$$

Ответ: фактически бригада ежедневно засевала 30 га.

$$\text{№632. а) } \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}\sqrt{x} - \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{x}\sqrt{y} + \sqrt{y}\sqrt{y}}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{x+y}{x-y};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + (\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} =$$

$$= \frac{(\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 + (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2}{x-y} = \frac{2x+2y}{x-y}.$$

Дополнительные упражнения к главе III

К параграфу 8

№633. а) $(x-3)(x^2+3x+9)=x(x-8)(x+9)$; $x^3-27=x(x^2+9x-8x-72)$;
 $x^3-27=x^3+9x^2-8x^2-72x$; $x^2-72x+27=0$ – квадратное уравнение;
 б) $(y+7)(y^2-7y+49)-y(y+8)(y-7)=0$; $(y^3-343)-y(y^2-7y+8y-56)=0$;
 $y^2-56y+343=0$ – квадратное уравнение;
 в) $(2x-1)(2x+1)+(x-3)^2=17$; $4x^2-1+x^2-6x+9-17=0$;
 $5x^2-6x-9=0$ – квадратное уравнение;
 г) $(4x+1)^2=2x(x-6)-1=0$; $16x^2+8x+1-2x^2+12x-1=0$; $14x^2+20x=0$;
 $7x^2+10x=0$ – квадратное уравнение.

№634. а) $y^2-36=0$; $(y-6)(y+6)=0$; $y_1=6$; $y_2=-6$;
 б) $\frac{1}{3}y^2-\frac{8}{27}=0$; $3\left(\frac{1}{3}y^2\right)=3\left(\frac{8}{27}\right)$; $y^2=\frac{8}{9}$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{8}{9}}=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$;
 в) $-0,2y^2+45=0$; $0,2y^2=45$; $y^2=\frac{45\cdot 10}{2}=225$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{225}=\pm 15$;
 г) $-\frac{3}{7}y^2+2\frac{1}{3}=0$; $\frac{3}{7}y^2=\frac{7}{3}$; $y^2=\frac{49}{9}$; $y_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{49}{9}}=\pm\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$.

№635. а) $8x^2-3x=0$; $x(8x-3)=0$; $x_1=0$; $8x_2=3$; $x_2=\frac{3}{8}$;

б) $-2x^2+5x=0$; $x(2x-5)=0$; $x_1=0$; $2x_2=5$; $x_2=\frac{5}{2}$;

в) $x^3+x=0$; $x(x^2+1)=0$;

1) $x_1=0$; 2) $x^2+1=0$ – решений не имеет, т.к. $D=-4<0$;

г) $2x^3-50x=0$; $2x(x^2-25)=0$; 1) $x_1=0$; 2) $x=25$; $x_{2,3}=\pm 5$.

№636. а) $(x+2)^2+(x-3)^2=13$; $x^2+4x+4+x^2-6x+9-13=0$;

$2x^2-2x=0$; $x(x-1)=0$; $x_1=0$; $x_2=1$;

б) $(3x-5)^2-(2x+1)^2=24$; $9x^2-30x+25-4x^2-4x-1-24=0$; $5x^2-34x=0$;

$x(5x-34)=0$; 1) $x_1=0$; 2) $5x=34$; $x_2=6,8$;

в) $(x-4)(x^2+4x+16)+28=x^2(x-25)$;

$x^3-64+28=x^3-25x^2$; $25x^2-36=0$; $x^2-\frac{36}{25}=0$;

$x^2=\frac{36}{25}$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{36}{25}}$; $x_{1,2}=\pm\frac{6}{5}=\pm 1\frac{1}{5}$;

г) $(2x+1)(4x^2-2x+1)-1=1,6x^2(5x-2)$; $8x^3+1-1=8x^3-3,2x^2$; $3,2x^2=0$; $x=0$.

№637. а) $x^2=a$; 1) если $a \geq 0$, то $x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$;

2) если $a < 0$, то уравнение не имеет корней;

б) $x^2=a^2$; $x_{1,2}=\pm\sqrt{a^2}=\pm|a|=\pm a$;

- в) $x^2+4b=0$; $x^2=-4b$; 1) если $b \leq 0$, то $x_{1,2} = \pm\sqrt{-2b}$;
 2) если $b > 0$, то уравнение не имеет корней;
 г) $x^2+9b^2=0$; $x^2=-9b^2$. Если $b \neq 0$, то уравнение не имеет корней, так как $x^2 \geq 0$ при всех x , $-b^2 < 0$. Если $b=0$, то у уравнений один корень $x=0$.

№638.

а) $x^2-16x+48=0$; $x^2-2 \cdot 8x+64-64+48=0$; $(x-8)^2=16$; $x-8 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$;

1) $x-8=4$; $x_1=12$; 2) $x-8=-4$; $x_2=4$;

б) $x^2+12x+27=0$; $x^2+2 \cdot 6x+36=36-27$; $(x+6)^2=9$; $x+6 = \pm\sqrt{9} = \pm 3$;

1) $x+6=3$; $x_1=-3$; 2) $x+6=-3$; $x_2=-9$;

в) $x^2+10x-39=0$; $x^2+2 \cdot 5x+25=25+39$; $(x+5)^2=64$; $x+5 = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;

1) $x+5=8$; $x_1=3$; 2) $x+5=-8$; $x_2=-13$;

г) $x^2-6x-55=0$; $x^2-2 \cdot 3x+9=9+55$; $(x-3)^2=64$; $x-3 = \pm\sqrt{64} = \pm 8$;

1) $x-3=8$; $x_1=11$; 2) $x-3=-8$; $x_2=-5$;

д) $x^2+7x-18=0$; $x^2+2 \cdot \frac{7}{2}x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 18 + \left(\frac{7}{2}\right)^2$;

$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$; $x + \frac{7}{2} = \pm\sqrt{\frac{121}{4}} = \pm\frac{11}{2}$;

1) $x + \frac{7}{2} = \frac{-11}{2}$; $x_1 = \frac{-11}{2} - \frac{7}{2}$; $x_1 = -9$; 2) $x + \frac{7}{2} = \frac{11}{2}$; $x_2 = \frac{11}{2} - \frac{7}{2} = 2$;

е) $x^2-11x+28=0$; $x^2-2 \cdot \frac{11}{2}x + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 28$;

$\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$; $x - \frac{11}{2} = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\frac{3}{2}$;

1) $x - \frac{11}{2} = \frac{-3}{2}$; $x_1 = \frac{-3}{2} + \frac{11}{2}$; $x_1 = 4$; 2) $x - \frac{11}{2} = \frac{3}{2}$; $x_2 = \frac{11}{2} + \frac{3}{2}$; $x_2 = 7$;

ж) $2x^2-5x+2=0$; $x^2-\frac{5}{2}x+1=0$;

$x^2-2 \cdot \frac{5}{4}x + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1$; $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$; $x - \frac{5}{4} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$;

1) $x - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$; $x = \frac{3}{4} + \frac{5}{4}$; $x_1 = 2$; 2) $x - \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$; $x = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$; $x_2 = \frac{1}{2}$;

з) $3x^2-x-70=0$; $x^2-\frac{x}{3}-\frac{70}{3}=0$;

$x^2-2 \cdot \frac{x}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{70}{3}$;

$$\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{841}{36}; x - \frac{1}{6} = \pm \sqrt{\frac{841}{36}};$$

$$1) x - \frac{1}{6} = \frac{-29}{6}; x_1 = \frac{-28}{6} = -4\frac{2}{3}; \quad 2) x - \frac{1}{6} = \frac{29}{6}; x_2 = 5.$$

№639.

a) $a^2 + 4a + 11 = (a^2 + 4a + 4) - 4 + 11 = (a+2)^2 + 7 > 0$ при всех значениях a ;

б) $\frac{x^2 - 2x + 7}{19} = \frac{(x^2 - 2x + 1) + 6}{19} = \frac{(x-1)^2}{19} > 0$ при всех значениях x ;

в) $m^2 - 4m + 51 = (m^2 - 4m + 4) - 4 + 51 = (m-2)^2 + 47 > 0$ при всех значениях m ;

г) $\frac{p^2 - 6p + 18}{p^2 + 1} = \frac{p^2 - 6p + 9 + 9}{p^2 + 1} = \frac{(p-3)^2 + 9}{p^2 + 1} > 0$, т.к. $(p-3)^2 + 9 > 0$ при

всех значениях p .

№640. а) $x^2 - 8x + 27 = (x^2 - 8x + 16) - 16 + 27 = (x-4)^2 + 11$;

$(x-4)^2 \geq 0$, следовательно, $(x-4)^2 + 11 \geq 11$ и $(x-4)^2 + 11 = 11$ при $x=4$.

б) $a^2 - 4a + 20 = (a^2 - 4a + 4) + 16 = (a-2)^2 + 16$;

$(a-2)^2 \geq 0$, следовательно, $(a-2)^2 + 16 \geq 16$ и $(a-2)^2 + 16 = 16$ при $a=2$.

К параграфу 9

№641. а) $4x^2 + 7x + 3 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 1$;

$$x = \frac{-7 \pm 1}{8}; x_1 = \frac{-7+1}{8} = -\frac{3}{4}; x_2 = \frac{-7-1}{8} = -1;$$

б) $x^2 + x - 56 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{-1+15}{2} = 7; x_2 = \frac{-1-15}{2} = -8;$$

в) $x^2 - x - 56 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225$;

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{1 \pm 15}{2}; x_1 = \frac{1+15}{2} = 8; x_2 = \frac{1-15}{2} = -7;$$

г) $5x^2 - 18x + 16 = 0$; $D_1 = (-9)^2 - 5 \cdot 16 = 81 - 80 = 1$;

$$x = \frac{9 \pm 1}{5}; x_1 = \frac{9-1}{5} = 1\frac{3}{5}; x_2 = \frac{9+1}{5} = 2;$$

д) $8x^2 + x - 75 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 8 \cdot (-75) = 1 + 2400 = 2401$;

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2401}}{2 \cdot 8} = \frac{-1 \pm 49}{16}; x_1 = \frac{-1+49}{16} = 3; x_2 = \frac{-1-49}{16} = -\frac{50}{16} = -3\frac{1}{8};$$

е) $3x^2 - 11x - 14 = 0$; $D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 121 + 168 = 289$;

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 3} = \frac{11 \pm 17}{6}; x_1 = \frac{11+17}{6} = \frac{28}{6} = 4\frac{2}{3}; x_2 = \frac{11-17}{6} = -1;$$

ж) $3x^2 + 11x - 34 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-34) = 121 + 408 = 529$;

$$x = \frac{-11 \pm 23}{6}; \quad x_1 = \frac{-11 + 23}{6} = 2; \quad x_2 = \frac{-11 - 23}{6} = -\frac{34}{6} = -5\frac{2}{3};$$

$$3) x^2 - x - 1 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 5; \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№642. а) $(5x+3)^2 = 5(x+3); 25x^2 + 30x + 9 = 5x + 15 + 5x; 25x^2 + 25x - 6 = 0;$
 $D = 25^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-6) = 625 + 600 = 1225;$

$$x = \frac{-25 \pm \sqrt{1225}}{2 \cdot 25} = \frac{-25 \pm 35}{50} = \frac{-5 \pm 7}{10}; \quad x_1 = \frac{-5 + 7}{10} = \frac{1}{5}; \quad x_2 = \frac{-5 - 7}{10} = -1\frac{1}{5};$$

б) $(3x+10)^2 = 3(x+10); 9x^2 + 60x + 100 = 3x + 30; 9x^2 + 57x + 70 = 0;$

$$D = 57^2 - 4 \cdot 9 \cdot 70 = 3249 - 2520 = 729; \quad x = \frac{-57 \pm \sqrt{729}}{2 \cdot 9} = \frac{-57 \pm 27}{18} = \frac{-19 \pm 9}{6};$$

$$x_1 = \frac{-19 + 9}{6} = -1\frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{-19 - 9}{6} = -4\frac{2}{3};$$

в) $(3x-8)^2 = 3x^2 - 8x; (3x-8)^2 - 3x + 8x = 0; (3x-8)^2 - x(3x-8) = 0;$
 $(3x-8)(3x-8-x) = 0; (3x-8)(2x-8) = 0; 2(3x-8)(x-4) = 0;$

1) $3x - 8 = 0; 3x = 8; x_1 = 2\frac{2}{3};$ 2) $x - 4 = 0; x_2 = 4;$

г) $(4x+5)^2 = 5x^2 + 4x; 16x^2 + 40x + 25 = 5x^2 + 4x; 11x^2 + 36x + 25 = 0;$
 $D_1 = 18^2 - 11 \cdot 25 = 324 - 275 = 49;$

$$x = \frac{-18 \pm \sqrt{49}}{11} = \frac{-18 \pm 7}{11}; \quad x_1 = \frac{-18 - 7}{11} = \frac{-25}{11} = -2\frac{3}{11}; \quad x_2 = \frac{-18 + 7}{11} = -1;$$

д) $(5x+3)^2 = 5x+3; (5x+3)^2 - (5x+3) = 0; (5x+3)(5x+3-1) = 0; (5x+3)(5x+2) = 0;$

1) $5x + 3 = 0; 5x = -3; x_1 = -\frac{3}{5};$ 2) $5x + 2 = 0; 5x = -2; x_2 = -\frac{2}{5};$

е) $(5x+3)^2 = (3x+5)^2; 25x^2 + 30x + 9 = 9x^2 + 30x + 25; 16x^2 - 16 = 0; x^2 = 1; x_{1,2} = \pm 1;$

ж) $(4x+5)^2 = 4(x+5)^2; 16x^2 + 40x + 25 = 4(x^2 + 10x + 25);$

$$16x^2 + 40x + 25 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 12x^2 - 75 = 0; 4x^2 - 25 = 0; (2x-5)(2x+5) = 0;$$

1) $2x - 5 = 0; 2x = 5; x_1 = \frac{5}{2} = 2,5;$ 2) $2x + 5 = 0; 2x = -5; x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5;$

з) $(2x+10)^2 = 4(x+5)^2; 4x^2 + 40x + 100 - 4(x^2 + 10x + 25) = 0;$

$$4x^2 + 40x + 100 - 4x^2 - 40x - 100 = 0; 0 = 0; \quad x - \text{любое действительное число.}$$

№643.

а) $x^2 - 2x - 5 = 0; \quad D = (-1)^2 - 1 \cdot (-5) = 6; \quad x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{6}.$

Произведем проверку:

$$(1 + \sqrt{6})^2 - 2(1 + \sqrt{6}) - 5 = 1 + 2\sqrt{6} + 6 - 2 - 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

$$(1 + \sqrt{6})^2 - 2(1 + \sqrt{6}) - 5 = 1 - 2\sqrt{6} + 6 - 2 + 2\sqrt{6} - 5 = 7 - 7 = 0;$$

б) $x^2 + 4x + 1 = 0; \quad D_1 = 2^2 - 1 \cdot 1 = 3; \quad x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}.$

Произведем проверку:

$$(-2 + \sqrt{3})^2 + 4(-2 + \sqrt{3}) + 1 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 8 - 8 = 0;$$

$$(-2 - \sqrt{3})^2 + 4(-2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} + 1 = 0;$$

$$\text{в) } 3y^2 - 4y - 2 = 0; D_1 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2) = 10; y_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}.$$

Произведем проверку:

$$3 \left(\frac{2 + \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 + \sqrt{10}}{3} - 2 = 3 \frac{4 + 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 + 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ = \frac{14}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = 0;$$

$$3 \left(\frac{2 - \sqrt{10}}{3} \right)^2 - 4 \frac{2 - \sqrt{10}}{3} - 2 = 3 \frac{4 - 4\sqrt{10} + 10}{9} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \\ = \frac{14 - 4\sqrt{10}}{3} - \frac{8 - 4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{4\sqrt{10}}{3} - \frac{8}{3} + \frac{4\sqrt{10}}{3} - 2 = \frac{14}{3} - \frac{8}{3} - \frac{6}{3} = 0.$$

$$\text{г) } 5y^2 - 7y + 1 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 29; y_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}.$$

Произведем проверку:

$$5 \left(\frac{7 + \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 + \sqrt{29}}{10} + 1 = 5 \frac{49 + 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ = \frac{78 + 14\sqrt{29}}{20} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \frac{39 + 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 + 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0;$$

$$5 \left(\frac{7 - \sqrt{29}}{10} \right)^2 - 7 \frac{7 - \sqrt{29}}{10} + 1 = 5 \frac{49 - 14\sqrt{29} + 29}{100} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = \\ = \frac{39 - 7\sqrt{29}}{10} - \frac{49 - 7\sqrt{29}}{10} + 1 = -\frac{10}{10} + 1 = 0.$$

$$\text{д) } 2y^2 + 11y + 10 = 0; D = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10 = 121 - 80 = 41; y_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{41}}{4}.$$

Произведем проверку:

$$2 \left(\frac{-11 + \sqrt{41}}{4} \right)^2 + 11 \frac{-11 + \sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{162 - 22\sqrt{41}}{8} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \\ = \frac{81 - 11\sqrt{41}}{4} + \frac{11\sqrt{41} - 121}{4} + 10 = \frac{81}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0;$$

$$2\left(\frac{-11-\sqrt{41}}{4}\right)^2 + 11\frac{-11-\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{162+22\sqrt{41}}{8} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 =$$

$$= \frac{81+11\sqrt{41}}{4} - \frac{121+11\sqrt{41}}{4} + 10 = \frac{81}{4} + \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{11\sqrt{41}}{4} - \frac{121}{4} + 10 = -10 + 10 = 0;$$

е) $4x^2 - 9x - 2 = 0$; $D = (-9)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 + 32 = 113$; $x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{8}$.

Произведем проверку:

$$4\left(\frac{9+\sqrt{113}}{8}\right)^2 - 9\frac{9+\sqrt{113}}{8} - 2 = 4\frac{81+18\sqrt{113}+113}{64} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= \frac{97+9\sqrt{113}}{8} - \frac{81+9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0;$$

$$4\left(\frac{9-\sqrt{113}}{8}\right)^2 - 9\frac{9-\sqrt{113}}{8} - 2 = 4\frac{81-18\sqrt{113}+113}{64} - \frac{81-9\sqrt{113}}{8} - 2 =$$

$$= \frac{97-9\sqrt{113}}{8} - \frac{81-9\sqrt{113}}{8} - 2 = \frac{97}{8} - \frac{9\sqrt{113}}{8} - \frac{81}{8} + \frac{9\sqrt{113}}{8} - 2 = 2 - 2 = 0.$$

№644. а) $x^2 - 2x - 2 = 0$; $D_1 = (-1)^2 - 1 \cdot (-2) = 1 + 2 = 3$; $x = 1 \pm \sqrt{3} \approx 1 \pm 1,73$;
 $x_1 \approx 1 + 1,73 = 2,73$; $x_2 \approx 1 - 1,73 = -0,73$;

б) $x^2 + 5x + 3 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 25 - 12 = 13$;

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \approx \frac{-5 \pm 3,61}{2}; \quad x_1 \approx \frac{-5 + 3,61}{2} = -\frac{1,39}{2} \approx -0,695 \approx -0,70;$$

$$x_2 \approx \frac{-5 - 3,61}{2} = -\frac{8,61}{2} \approx -4,305 \approx -4,30;$$

в) $3x^2 - 7x + 3 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 13$; $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{13}}{3 \cdot 2} \approx \frac{7 \pm 3,61}{6}$;

$$x_1 \approx \frac{7 + 3,61}{6} = \frac{10,61}{6} \approx 1,77; \quad x_2 \approx \frac{7 - 3,61}{6} \approx 0,57;$$

г) $5x^2 + 31x + 20 = 0$; $D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot 20 = 961 - 400 = 561$;

$$x = \frac{-31 \pm \sqrt{561}}{5 \cdot 2} \approx \frac{-31 \pm 23,69}{10}; \quad x_1 \approx \frac{-31 + 23,69}{10} = -\frac{7,31}{10} \approx -0,73;$$

$$x_2 \approx \frac{-31 - 23,69}{10} = -\frac{54,69}{10} \approx -5,47.$$

№645. Один из корней уравнения равен 1 по условию задачи.

$$ax^2 - 3x - 5 = 0; \quad \frac{ax^2}{a} - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0; \quad x^2 - \frac{3}{a}x - \frac{5}{a} = 0.$$

Обозначим за x_2 – корень уравнения, который может быть не равным 1.

Тогда по теореме Виета:

$$\begin{cases} 1 \cdot x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 + x_2 = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{a}, \\ 1 - \frac{5}{a} = \frac{3}{a}; \end{cases} \quad \frac{a-5}{a} = \frac{3}{a}; \quad \frac{a-5-3}{a} = 0; \quad a-8=0; \quad a=8.$$

Ответ: 8.

№646. $ax^2 - (a+c)x + c = 0$; $D = (a+c)^2 - 4ac = a^2 + c^2 - 2ac = (a-c)^2$;

$$x = \frac{a+c \pm \sqrt{a^2+c^2-2ac}}{2a} = \frac{a+c \pm |a-c|}{2a} = \frac{a+c \pm (a-c)}{2a}; \quad x_1 = \frac{a+c+a-c}{2a} = 1.$$

Таким образом, один из корней уравнения равен 1, что и требовалось доказать.

№647. $cx^2 + bx + a = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$; $ax^2 + bx + c = 0$;

$$D = (-b)^2 - 4ac = b^2 - 4ac; \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

$$\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c} = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} =$$

$$= \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{-2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = -\frac{4ac}{2c(b - \sqrt{b^2 - 4ac})} = -\frac{2a}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}, \quad \text{т.е. соот-}$$

ветствующие корни первого и второго уравнений взаимно обратны, ч.т.д. Для другой пары корней доказательство проводится аналогичным образом.

№648. а) $a^2 + 7a + 6 = a + 1$; $a^2 + 6a + 5 = 0$; $D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4$;

$$a = -3 \pm \sqrt{4} = -3 \pm 2; \quad a_1 = -3 + 2 = -1; \quad a_2 = -3 - 2 = -5;$$

б) $3x^2 - x + 1 = 2x^2 + 5x - 4$; $x^2 - 6x + 5 = 0$; $D_1 = 3^2 - 1 \cdot 5 = 4$;

$$x = 3 \pm \sqrt{4} = 3 \pm 2; \quad x_1 = 3 + 2 = 5; \quad x_2 = 3 - 2 = 1.$$

№ 649. Обозначим эти числа как n , $(n+1)$, $(n+2)$, $(n+3)$ и $(n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = (n+3)^2 + (n+4)^2;$$

$$3n^2 + 6n + 5 = 2n + 14n + 25; \quad n^2 - 8n - 20 = 0;$$

$$D_1 = 4^2 + 20 = 36 = 6^2; \quad n = 4 \pm 6; \quad n_1 = -2; \quad n_2 = 10.$$

Ответ: -2, -1, 0, 1, 2, или 10, 11, 12, 13, 14.

№ 650. Обозначим эти числа как $2n$, $(2n+2)$ и $(2n+4)$.

Исходя из условия задачи, запишем уравнение:

$$(2n)^2 + (2n+2)^2 = (2n+4)^2;$$

$$4n^2 + 4n^2 + 8n^2 - 4 = 4n^2 + 16n + 16;$$

$$n^2 - 2n - 3 = 0; \quad (n+1)(n-3) = 0; \quad n_1 = -1; \quad n_2 = 3; \quad 2n_1 = 2; \quad 2n_2 = 6.$$

Ответ: -2, 0, 2, или 6, 8, 10.

№ 651. Обозначим за x м и $(x + 5)$ м ширину и длину данного прямоугольника. Его площадь: $S = x(x + 5) = 1800 \text{ м}^2$.

Запишем уравнение: $x(x + 5) = 1800$; $x^2 + 5x - 1800 = 0$;

$$D = 5^2 + 4 \cdot 1800 = 7225 = 85^2; \quad x = \frac{-5 \pm 85}{2};$$

$x_1 = 40$; $x_2 = -45$ — не подходит; $x_1 = 40$; $x_1 + 5 = 45$.

Ответ: ширина площади равна 40 м, длина — 45 м.

№ 652. Обозначим эти числа как n и $(n + 1)$.

Запишем уравнение: $(2n + 1)^2 = n^2 + (n + 1)^2 + 112$; $2n^2 + 2n - 112 = 0$;

$$n^2 + n - 56 = 0; \quad D = 1 + 56 \cdot 4 = 225 = 15^2; \quad n_{1,2} = \frac{-1 \pm 15}{2};$$

$n_1 = 7$; $n_2 = -8$ — не подходит; $n = 7$; $n + 1 = 8$. Ответ: 7 и 8.

№ 653. Обозначим за a см и b см длину и ширину прямоугольника, т.е. стороны второго и первого квадратов. Сумма площадей квадратов $S_1 + S_2 = 116 \text{ см}^2$, периметр прямоугольника равен 28 см.

$P = 2(a + b) = 28$, значит, $a + b = 14$;

$S_1 = b^2$; $S_2 = a^2$; $a^2 + b^2 = 116$, значит, $a^2 + (14 - a)^2 = 116$;

$2a^2 - 28a + 116$; $a^2 - 14a + 40 = 0$; $D_1 = 49 - 40 = 9 = 3^2$; $a = 7 \pm 3$;

$a_1 = 7 + 3 = 10$, тогда $b_1 = 14 - 10 = 4$;

$a_2 = 7 - 3 = 4$, тогда $b_2 = 14 - 4 = 10$.

Ответ: стороны прямоугольника равны 4 см и 10 см.

№ 654. Обозначим искомую ширину как l .

В этом случае длина листа равна $(12 + 2l)$ см, а ширина — $(18 + 2l)$ см. Общая площадь фотокарточки вместе с рамкой равна 280 см^2 .

Получаем: $(12 + 2l)(18 + 2l) = 280$; $(6 + l)(9 + l) = 70$;

$l^2 + 15l - 16 = 0$; $(l - 1)(l + 16) = 0$; $l_1 = 1$; $l_2 = -16$ — не подходит.

Ответ: ширина рамки равна 1 см.

№ 655. Если n — общее число команд, то каждая команда сыграла

$(n - 1)$ матч. Тогда всего сыграно $\frac{n(n - 1)}{2}$ матчей. Составим уравнение:

$$\frac{n(n - 1)}{2} = 36; \quad n^2 - n - 72 = 0; \quad D = 1 + 72 \cdot 4 = 289 = 17^2; \quad n = \frac{1 \pm 17}{2};$$

$n_1 = 9$; $n_2 = -8$ — не подходит. Ответ: 9 команд.

№ 656. Если всего было n участников, то каждый участник сыграл

$(n - 1)$ партию, т.е. всего было сыграно $\frac{n(n - 1)}{2}$ партий.

Составим уравнение: $\frac{n(n - 1)}{2} = 45$; $n^2 - n - 90 = 0$;

$$D = 1 + 360 = 361 = 19^2; \quad n = \frac{1 \pm 19}{2}; \quad n_1 = 10; \quad n_2 = -9 \text{ — не подходит.}$$

Ответ: 10 участников.

№ 657. Обозначим за $2a$ м и a м длину и ширину ящика. Площадь дна ящика равна $2a^2$ м²; суммарная площадь поверхности боковых стенок равна $0,5(4a + 2a) \text{ м}^2 = 3a \text{ м}^2$.

Запишем уравнение: $2a^2 + 1,08 = 3a$; $2a^2 - 3a + 1,08 = 0$;

$$D = 3^2 - 8 \cdot 1,08 = 0,36 = (0,6)^2; \quad a = \frac{3 \pm 0,6}{4}; \quad a_1 = 0,9; \quad a_2 = 0,6.$$

Объем ящика $V = 2a \cdot a \cdot 0,5 = a^2$;

1) $a = 0,9$; $V = 0,81$; 2) $a = 0,6$; $V = 0,36$.

Ответ: $0,81 \text{ м}^3$ или $0,36 \text{ м}^3$.

№ 658. Обозначим за $1,5a$ см и a см длину и ширину листа. Поскольку сторона вырезанного квадрата равна 8 см, объем коробки V равен: $8 \cdot (a - 16)(1,5a - 16) \text{ см}^3$.

Запишем уравнение: $8(a - 16)(1,5a - 16) = 6080$; $3a^2 - 800 - 1008 = 0$;

$$D_1 = 40^2 + 3 \cdot 1008 = 1600 + 3024 = 4624 = 68^2;$$

$$a = \frac{40 \pm 68}{3}; \quad a_1 = -\frac{28}{3} \text{ — не подходит}; \quad a_2 = \frac{40 + 68}{3} = \frac{108}{3} = 36;$$

$$1,5a_2 = 54.$$

Ответ: ширина листа равна 36 см, длина листа равна 54 см.

№ 659.

$$a) \quad x^2 - 5\sqrt{2}x + 12 = 0; \quad D = (-5\sqrt{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 2;$$

$$x = \frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}; \quad x_1 = \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}; \quad x_2 = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $x_1 + x_2 = 5\sqrt{2}$; $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$;

2) $x_1 \cdot x_2 = 12$; $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 6(\sqrt{2})^2 = 12$;

$$б) \quad x^2 + 2\sqrt{3}x - 72 = 0; \quad D_1 = (\sqrt{3})^2 - 1 \cdot (-72) = 75;$$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{75}}{2} = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{3 \cdot 25}}{2} = \frac{-\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3}}{2};$$

$$x_1 = \frac{-\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}; \quad x_2 = \frac{-\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{2} = -6\sqrt{3}.$$

Произведем проверку: 1) $x_1 + x_2 = 2\sqrt{3}$; $-6\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$;

2) $x_1 \cdot x_2 = -72$; $(-6\sqrt{3}) \cdot 4\sqrt{3} = -24(\sqrt{3})^2 = -72$;

$$в) \quad y^2 - 6y + 7 = 0; \quad D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot 7 = 2; \quad y_{1,2} = 3 \pm \sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $y_1 + y_2 = 6$; $3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} = 6$;

2) $y_1 \cdot y_2 = 7$; $(3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) = 9 - (\sqrt{2})^2 = 7$.

$$г) \quad p^2 - 10p + 7 = 0; \quad D_1 = (-5)^2 - 1 \cdot 7 = 18; \quad p_{1,2} = 5 \pm \sqrt{18} = 5 \pm \sqrt{9 \cdot 2} = 5 \pm 3\sqrt{2}.$$

Произведем проверку: 1) $p_1 + p_2 = 10$; $5 + 3\sqrt{2} + 5 - 3\sqrt{2} = 10$.

2) $p_1 \cdot p_2 = 7$; $(5 + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 3\sqrt{2}) = 25 - 9(\sqrt{2})^2 = 25 - 18 = 7$.

№660. а) $2x^2+bx-10=0$; $x_1=5$;

$x^2+\frac{b}{2}x-5=0$; по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2=-5$;

$x_2=-1$; по теореме Виета: $x_1+x_2=4=-\frac{b}{2}$; $b=-8$;

б) $3x^2+bx+24=0$; $x_1=3$;

$x^2+\frac{b}{3}x+8=0$; по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2=8$;

$x_2=\frac{8}{3}$; по теореме Виета: $x_1+x_2=\frac{b}{3}=3+\frac{8}{3}$; $-\frac{b}{3}=\frac{17}{3}$; $b=-17$;

в) $(b-1)x^2-(b+1)x=72$; $x_1=3$;

$x^2-\frac{b+1}{b-1}x-\frac{72}{b-1}=0$; по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2=-\frac{72}{b-1}$;

$x_2=-\frac{24}{b-1}$; по теореме Виета: $x_1+x_2=\frac{b+1}{b-1}=3-\frac{24}{b-1}$;

$3b-3-24=b+1$; $b=14$; $x_2=-\frac{24}{13}$;

г) $(b-5)x^2-(b-2)x+b=0$; $x_1=\frac{1}{2}$;

$x^2-\frac{b-2}{b-5}x+\frac{b}{b-5}=0$; по теореме Виета: $x_1 \cdot x_2=\frac{b}{b-5}$;

$x_2=\frac{2b}{b-5}$; по теореме Виета: $x_1+x_2=\frac{b-2}{b-5}=\frac{1}{2}+\frac{2b}{b-5}$;

$b-5+4b=2b-4$; $b=\frac{1}{3}$; $x_2=\frac{2 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}-5}=-\frac{1}{7}$.

№ 661. $7x^2 + bx - 23 = 0$; $x^2 + = 0$;

1) Докажем, что у этого уравнения два корня:

$D = \frac{b^2}{49} - \frac{(-23) \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{23 \cdot 4}{7} = \frac{b^2}{49} + \frac{92}{7} > 0$ для всех b ,

значит, уравнение имеет два различных корня x_1 и x_2 .

2) По теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = -\frac{23}{7}$, то есть,

x_1 и x_2 противоположных знаков, ч.т.д.

№ 662. $12x^2 + 70x + a^2 + 1 = 0$.

Предположим, что $x_1 > 0$ и x_1 — корень этого уравнения.

Тогда $12x_1^2 > 0$; $70x_1 > 0$, $a^2 + 1 > 0$ при всех a . Но в правой части равенства стоит 0, следовательно, получено противоречие, следовательно, у этого уравнения нет положительных корней при любых a , что и требовалось доказать.

№ 663. $3x^2+bx+10=0$; по теореме Виета:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{10}{3}, x_1+x_2 = -\frac{b}{3}; \text{ по условию, } x_1-x_2 = 4 \frac{1}{3} = \frac{13}{3}.$$

$$x_1 = x_2 + \frac{13}{3}; \quad 2x_2 + \frac{13}{3} = -\frac{b}{3}; \quad x_2 = -\frac{b+13}{6};$$

$$x_1 = \frac{13}{3} - \frac{b+13}{6} = \frac{26-b-13}{6} = \frac{13-b}{6}; \quad -\frac{(13-b)(13+b)}{36} = \frac{10}{3};$$

$$b^2-169=120; \quad b^2=289; \quad b=\pm 17.$$

№664. $5x^2-12x+c=0$; по условию задачи: $x_1=3x_2$;

по теореме Виета: $x_1+x_2 = \frac{12}{5}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{5}$;

$$3x_2+x_2 = \frac{12}{5}; \quad x_2 = \frac{3}{5}; \quad x_1 = \frac{9}{5}; \quad \frac{c}{5} = x_1 x_2; \quad \frac{c}{5} = \frac{27}{25}; \quad c = \frac{27}{5}. \quad \text{Ответ: } \frac{27}{5}.$$

№665. $4x^2+bx-27=0$; по теореме Виета: $x_1+x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{27}{4}$;

по условию задачи: $\frac{x_1}{x_2} = -3; x_1 = -3x_2; -3x_2^2 = -\frac{27}{4}; x_2^2 = \frac{9}{4}$;

$$1) x_2 = \frac{3}{2}; \quad x_1 = -\frac{9}{2}; \quad 2) x_2 = -\frac{3}{2}; \quad x_1 = \frac{9}{2};$$

$$b = -4(x_1+x_2); \quad b_1 = -4\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{2}\right) = 12; \quad b_2 = -4\left(-\frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right) = -12.$$

Ответ: $b=12$ или $b=-12$.

№666. $5x^2+13x-6=0$; по теореме Виета: $x_1+x_2 = -\frac{13}{5}, x_1 \cdot x_2 = -\frac{6}{5}$;

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = \frac{169}{25} + \frac{12}{5} = \frac{169+60}{25} = \frac{229}{25} = \frac{916}{100} = 9,16.$$

Ответ: 9,16.

№667. $2x^2-5x+c=0$; по теореме Виета: $x_1+x_2 = \frac{5}{2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2}$;

$$x_1^2 - x_2^2 = (x_1+x_2)(x_1-x_2) = \frac{5}{2}(x_1-x_2) = 0,25; \quad x_1-x_2 = 0,1;$$

$$2x_1 = 2,6; \quad x_1 = 1,3; \quad x_2 = 1,2; \quad c = 2x_1x_2 = 2 \cdot 1,3 \cdot 1,2 = 3,12. \quad \text{Ответ: } 3,12.$$

№668. $4x^2+bx+c=0$; по условию: $x_1=0,5, x_2=c$;

по теореме Виета: $x_1+x_2 = -\frac{b}{4}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{4}$;

$$4x_1x_2 = c; \quad 2c = c; \quad c = 0; \quad 4x^2+bx=0; \quad x(4x+b)=0; \quad x_1=0; \quad x_2=0,5;$$

$$4x_2+b=0; \quad 2+b=0; \quad b=-2.$$

Ответ: $b=-2, c=0$.

№669. По теореме Виета: $x_1+x_2=-b$, $x_1 \cdot x_2=c$;
 по условию: $x_1=b$, $x_2=c$, откуда: $bc=c$; $bc-c=0$;
 $c(b-1)=0$; $c \neq 0$, $b=1$; $b+c=-b$; $1+c=-1$; $c=-2$. Ответ: $b=1$, $c=-2$.
№670. Пусть x_1 и x_2 – корни данного уравнения. По теореме Виета
 получаем: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q$.

№671. По теореме Виета: $x_1+x_2=-\frac{2}{3}$, $x_1 \cdot x_2=\frac{k}{3}$;

по условию задачи: $x_2=-\frac{2}{3}x_1$.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x_2 = -\frac{2}{3}x_1; \end{cases} \quad x_1 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}; \quad \frac{x_1}{3} = \frac{2}{3};$$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{4}{3}$; $k=3x_1x_2=3 \cdot (-2) \cdot \frac{4}{3} = (-2) \cdot 4 = -8$. Ответ: -8 .

№672. По теореме Виета: $x_1+x_2=8$, $x_1 \cdot x_2=k$;
 по условию задачи: $3x_1+4x_2=29$;
 $24-3x_2+4x_2=29$; $x_2=5$, следовательно, $x_1=3$; $k=x_1 \cdot x_2=15$. Ответ: 15 .

К параграфу 10

№673.

а) $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} = 4$; $\frac{x+1}{6} + \frac{20}{x-1} - 4 = 0$; $\frac{(x+1)(x-1)+120-4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$(x-1)(x+1)+120-24x+24=0$; $x^2-24x+143=0$; $D_1=(-12)^2-1 \cdot 143=1$;

$x=12 \pm \sqrt{1}=12 \pm 1$; $x_1=12-1=11$; $x_2=12+1=13$;

б) $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} = 2$; $\frac{x+15}{4} - \frac{21}{x+2} - 2 = 0$; $\frac{(x+1)(x-1)+120-4 \cdot 6(x-1)}{6(x-1)} = 0$;

$(x+2)(x+15)-4 \cdot 21-8(x+2)=0$; $x^2+9x-70=0$;

$D=9^2-4 \cdot 1 \cdot (-70)=81+280=361$;

$x=\frac{-9 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-9 \pm 19}{2}$; $x_1=\frac{-9+19}{2}=5$; $x_2=\frac{-9-19}{2}=-14$;

в) $\frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1$; $\frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} - 1 = 0$; $12(x+1)-8(x-1)-(x-1)(x+1)=0$;

$12x+12-8x+8-x^2+1=0$; $x^2-4x-21=0$; $D_1=(-2)^2-1 \cdot (-21)=4+21=25$;

$x=2 \pm \sqrt{25} = 2 \pm 5$; $x_1=2-5=-3$; $x_2=2+5=7$;

г) $\frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} = 3$; $\frac{16}{x-3} + \frac{30}{1-x} - 3 = 0$; $16(1-x)+30(x-3)-3(x-3)(1-x)=0$;

$16+14x-90-3x+3x^2+9-9x=0$; $3x^2+2x-65=0$;

$D_1=1^2-3 \cdot (-65)=1+195=196$;

$x=\frac{-1 \pm \sqrt{196}}{3} = \frac{-1 \pm 14}{3}$; $x_1=\frac{-1+14}{3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$; $x_2=\frac{-1-14}{3} = -5$;

$$д) \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{28}{1-x^2}; \quad \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} - \frac{28}{(1-x)(1+x)} = 0;$$

$$3(1+x)+1-x-28=0; \quad 2(x-12)=0; \quad x=12;$$

$$е) \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}; \quad \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} - \frac{20}{x^2-4} = 0;$$

$5(x+2)-3(x-2)-20=0; \quad 2x-4=0; \quad x-2=0; \quad x=2$ не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней;

$$ж) \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} = \frac{29}{(x+1)(x-2)}; \quad \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+3}{x-2} - \frac{29}{(x+1)(x-2)} = 0;$$

$$(x-2)(x+2)+(x+1)(x+3)-29=0; \quad x^2-4+x^2+3x+x+3-29=0;$$

$$2(x^2+2x-15)=0; \quad x^2+2x-15=0; \quad D_1=1^2-1 \cdot (-15)=16;$$

$$x=-1 \pm \sqrt{16} = -1 \pm 4; \quad x_1=-1+4=3; \quad x_2=-1-4=-5;$$

$$з) \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{(x+3)(x-1)}; \quad \frac{x+2}{x+3} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{4}{(x+3)(x-1)} = 0;$$

$(x-1)(x+2)-(x+1)(x+3)-4=0; \quad -3(x+3)=0; \quad x=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ обращается в ноль знаменатель одной из дробей, следовательно, уравнение не имеет корней.

№674. а) $y = \frac{2x-5}{x+3} = 0; \quad 2x-5=0; \quad 2x=5; \quad x = \frac{5}{2} = 2,5.$

Искомая точка $-(2,5;0)$.

$$б) y = \frac{(x-4)(3x-15)}{x-9} = 0; \quad (3x-15)(x-4)=0;$$

$$1) 3(x-5)=0; \quad x-5=0; \quad x_1=5; \quad 2) x-4=0; \quad x_2=4.$$

Искомые точки $-(5;0)$ и $(4;0)$.

$$в) y = \frac{x^2-5x+6}{x-2} = 0; \quad x-5x+6=0; \quad (x-2)(x-3)=0; \quad x_1=3; \quad x_2=2$$
 не подходит, так как при $x=2$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомая

точка $-(3;0)$;

$$г) y = \frac{x^3-7x^2+12x}{x-3} = 0; \quad x^3-7x^2+12x=0; \quad x(x^2-7x+12)=0;$$

1) $x_1=0;$ 2) $x^2-7x+12=0; \quad (x-4)(x-3)=0; \quad x_1=4; \quad x_2=3$ не подходит, так как при $x=3$ обращается в ноль знаменатель дроби; искомые точки $-(0;0)$ и $(4;0)$.

№675. а) $y = \frac{5x-7}{x^2+1};$

$$1) \frac{5x-7}{x^2+1} = -6; \quad \frac{5x-7}{x^2+1} + 6 = 0;$$

$$5x-7+6x^2+6=0; \quad 6x^2+5x-1=0; \quad D=5^2-4 \cdot 6 \cdot (-1)=25+24=49;$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 7}{12}; \quad x_1 = \frac{-5+7}{12} = \frac{1}{6}; \quad x_2 = \frac{-5-7}{12} = -1;$$

$$2) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0; \quad 5x-7=0; \quad x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5};$$

$$3) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,8; \quad \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{4}{5} = 0; \quad 5(5x-7) - 4(x^2+1) = 0;$$

$$4x^2 - 25x + 39 = 0; \quad D = (-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 39 = 625 - 624 = 1;$$

$$x = \frac{25 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 1}{8}; \quad x_1 = \frac{25-1}{8} = \frac{24}{8} = 3; \quad x_2 = \frac{25+1}{8} = \frac{26}{8} = 3\frac{1}{4};$$

$$4) \frac{5x-7}{x^2+1} = 0,56; \quad \frac{5x-7}{x^2+1} - \frac{14}{25} = 0;$$

$$25(5x-7) - 14(x^2+1) = 0; \quad -14x^2 + 125x - 189 = 0; \quad 14x^2 - 125x + 189 = 0;$$

$$D = 125^2 - 4 \cdot 14 \cdot 189 = 12625 - 10584 = 5041;$$

$$x = \frac{125 \pm \sqrt{5041}}{2 \cdot 14} = \frac{125 \pm 71}{28}; \quad x_1 = \frac{125+71}{28} = \frac{196}{28} = 7; \quad x_2 = \frac{125-71}{28} = \frac{27}{14} = 1\frac{13}{14};$$

$$6) y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4}; \quad 1) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 1,5; \quad \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - \frac{3}{2} = 0;$$

$$2x^2 - 4x + 12 - 3(x+4) = 0; \quad 2x^2 - 7x = 0; \quad x(2x-7) = 0; \quad x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$2) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 3; \quad \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - 3 = 0; \quad x^2 - 2x + 6 - 3(x+4) = 0; \quad x^2 - 5x - 6 = 0;$$

$$(x+1)(x-6) = 0; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 6;$$

$$3) \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} = 7; \quad \frac{x^2 - 2x + 6}{x+4} - 7 = 0; \quad x^2 - 2x + 6 - 7x - 28 = 0; \quad x^2 - 9x - 22 = 0;$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 81 + 88 = 169;$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{9 \pm 13}{2}; \quad x_1 = \frac{9+13}{2} = 11; \quad x_2 = \frac{9-13}{2} = -2.$$

$$\text{№676. a) } 2x+3 = \frac{34}{x-5};$$

$$(2x+3)(x-5) - 34 = 0; \quad 2x(x-5) + 3(x-5) - 34 = 0; \quad 2x^2 - 7x - 49 = 0;$$

$$D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-49) = 49 + 392 = 441;$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{441}}{4} = \frac{7 \pm 21}{4}; \quad x_1 = \frac{7+21}{4} = 7; \quad y_1 = 2 \cdot 7 + 3 = 17;$$

$$x_2 = \frac{7-21}{4} = -3\frac{1}{2}; \quad y_2 = 2 \cdot (-3,5) + 3 = -4.$$

Искомые точки пересечения: (7;17) и (-3,5;-4).

$$\text{б) } \frac{x^2 - 5x}{x+3} = 2x; \quad \frac{x^2 - 5x}{x+3} - 2x = 0; \quad x^2 - 5x - 2x^2 - 6x = 0;$$

$$x^2 + 11x = 0; \quad x(x+11) = 0; \quad x_1 = 0; \quad y_1 = 0; \quad x_2 = -11; \quad y_2 = 2 \cdot (-11) = -22.$$

Искомые точки пересечения: (0;0) и (-11;-22).

№677. а) $\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{1-4x^2} = 0;$

$$\frac{2x+1}{2x-1} - \frac{3(2x-1)}{7(2x+1)} + \frac{8}{(1-2x)(1+2x)} = 0; \quad 7(2x+1)^2 - 3(2x-1)^2 - 56 = 0;$$

$$7(4x^2 + 4x + 1) - 3(2x-1)^2 - 56 = 0; \quad 7(4x^2 + 4x + 1) - 3(4x^2 - 4x + 1) - 56 = 0;$$

$$16x^2 + 40x - 52 = 0; \quad 4x^2 + 10x - 13 = 0; \quad D_1 = 5^2 - 4 \cdot (-13) = 77; \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{77}}{4};$$

б) $\frac{y}{y^2-9} - \frac{1}{y^2+3y} + \frac{3}{6y+2y^2} = 0; \quad \frac{y}{(y-3)(y+3)} - \frac{1}{y(y+3)} + \frac{3}{2y(3+y)} = 0;$

$$2y^2 - 2(y-3) + 3(y-3) = 0; \quad 2y^2 + y - 3 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25;$$

$$y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}; \quad y_1 = \frac{-1+5}{4} = 1; \quad y_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{6}{4} = -1\frac{1}{2};$$

в) $\frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y}; \quad \frac{2y-1}{7y(2y+1)} + \frac{8}{3(4y^2-1)} - \frac{2y+1}{3y(y-1)} = 0;$

$$\frac{3(2y-1)^2 + 56y - 7(2y+1)^2}{3 \cdot 7y(4y^2-1)} = 0; \quad 3(4y^2-4y+1) + 56y - 7(4y^2+4y+1) = 0;$$

$$12y^2 - 12y + 3 + 56y - 28y^2 - 28y - 7 = 0; \quad 16y^2 - 16y + 4 = 0;$$

$$4y^2 - 4y + 1 = 0; \quad (2y-1)^2 = 0; \quad 2y-1 = 0; \quad y = \frac{1}{2} \text{ не подходит, так как при } y = \frac{1}{2}$$

общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, корней нет;

г) $\frac{3}{x^2-9} - \frac{1}{9-6x+x^2} = \frac{3}{2x^2+6x}; \quad \frac{3}{(x-3)(x+3)} - \frac{1}{(3-x)^2} - \frac{3}{2x(x+3)} = 0;$

$$\frac{3 \cdot 2x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)} = 0; \quad 6x(x-3) - 2x(x+3) - 3(x^2-6x+9) = 0;$$

$$6x^2 - 18x - 2x^2 - 6x - 3x^2 + 18x - 27 = 0; \quad 6x^2 - 2x^2 - 3x^2 - 6x - 27 = 0; \quad x^2 - 6x - 27 = 0;$$

$$D_1 = (-3)^2 - 1 \cdot (-27) = 36; \quad x = 3 \pm \sqrt{36} = 3 \pm 6; \quad x_1 = 3+6=9;$$

$x_2 = 3-6=-3$ не подходит, так как при $x=-3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $x=9$;

д) $\frac{9x+12}{x^3-64} - \frac{1}{x^2+4x+16} = \frac{1}{x-4}; \quad \frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)} - \frac{1}{x^2+4x+16} - \frac{1}{x-4} = 0;$

$$9x+12 - x+4 - x^2 - 4x - 16 = 0; \quad -x^2 + 4x + 12 + 4 - 16 = 0; \quad x^2 - 4x = 0; \quad x(x-4) = 0; \quad x_1 = 0;$$

$$x_2 = 4 \text{ не подходит, так как при } x=4 \text{ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень } x=0;$$

$$e) \frac{3}{8y^3+1} - \frac{1}{2y+1} = \frac{y+3}{4y^2-2y+1};$$

$$\frac{3}{(2y+1)(4y^2-2y+1)} - \frac{1}{2y+1} - \frac{y+3}{4y^2-2y+1} = 0;$$

$$3 - (4y^2-2y+1) - (2y+1)(y+3) = 0; \quad 3 - 4y^2 + 2y - 1 - 2y^2 - 6y - y - 3 = 0;$$

$$6y^2 + 5y + 1 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 1;$$

$$y = \frac{-5 \pm 1}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm 1}{12}; \quad y_1 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}; \quad y_2 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \text{ не}$$

подходит, так как при $y = -\frac{1}{2}$ общий знаменатель дробей обращается

в ноль, значит, только один корень $y = -\frac{1}{3}$;

$$ж) \frac{32}{x^3-2x^2-x+2} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x+1}; \quad \frac{32}{(x-2)(x^2-1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0;$$

$$\frac{32}{(x-2)(x-1)(x+1)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{x+1} = 0; \quad 32 + x + 1 - (x-2)(x-1) = 0;$$

$$x^2 - 4x - 31 = 0; \quad D_1 = (-2)^2 - 1 \cdot (-31) = 35; \quad x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{35};$$

$$з) \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^3-4x^2+3x-12} = 0;$$

$$\frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{x^2(x-4)+3(x-4)} = 0; \quad \frac{1}{3(x-4)} + \frac{1}{2(x^2+3)} + \frac{1}{(x-4)(x^2+3)} = 0;$$

$$2(x^2+3)+3(x-4)+6=0; \quad 2x^2+3x=0; \quad x(2x+3)=0; \quad x_1=0;$$

$$2x_2+3=0; \quad x_2 = -\frac{3}{2} = -1\frac{1}{2}.$$

№ 678. а) $\frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{3x^2-2};$

$$\frac{x\sqrt{3}+\sqrt{2}}{x\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{3}-\sqrt{2}}{x\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10x}{(x\sqrt{3}-\sqrt{2})(x\sqrt{3}+\sqrt{2})};$$

$$(x\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 + (x\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 + 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 + 3x^2 - 2x\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 2 - 10x = 0;$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0; \quad D = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1;$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 1}{6}; \quad x_1 = \frac{5-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{5+1}{6} = 1;$$

$$б) \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} = \frac{9y}{1-5y^2}; \quad \frac{1-y\sqrt{5}}{1+y\sqrt{5}} + \frac{1+y\sqrt{5}}{1-y\sqrt{5}} - \frac{9y}{(1-y\sqrt{5})(1+y\sqrt{5})} = 0;$$

$$(1-y\sqrt{5})^2 + (1+y\sqrt{5})^2 - 9y = 0; \quad 1 - 2y\sqrt{5} + 5y^2 + 1 + 2y\sqrt{5} + 5y^2 - 9y = 0;$$

$$10y^2 - 9y + 2 = 0; \quad D = (-9)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 1;$$

$$y = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 10} = \frac{9 \pm 1}{20}; \quad y_1 = \frac{9-1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; \quad y_2 = \frac{9+1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

№ 679. а) $\frac{6}{y+1} + \frac{y}{y-2} = \frac{6}{y+1} \cdot \frac{y}{y-2};$

$$\frac{6(y-2) + y(y+1)}{(y+1)(y-2)} = \frac{6y}{(y+1)(y-2)}; \quad \frac{6y-12+y^2+y-6y}{(y+1)(y-2)} = 0;$$

$$y^2 + y - 12 = 0; \quad D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49;$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}; \quad y_1 = \frac{-1-7}{2} = -4; \quad y_2 = \frac{-1+7}{2} = 3;$$

б) $\frac{2}{y-3} + \frac{6}{y+3} = \frac{2}{y-3} \cdot \frac{6}{y+3}; \quad \frac{2(y+3) + 6(y-3)}{(y-3)(y+3)} - \frac{2(y+3)}{6(y-3)} = 0;$

$$\frac{6(2y+6+6y-18) - 2(y+3)^2}{6(y-3)(y+3)} = 0; \quad \frac{12y+36+36y-108-2(y^2+6y+9)}{6(y-3)(y+3)} = 0;$$

$$48y - 72 - 2y^2 - 12y - 18 = 0; \quad -2y^2 + 36y - 90 = 0; \quad y^2 - 18y + 45 = 0;$$

$$D_1 = (-9)^2 - 1 \cdot 45 = 36; \quad y = 9 \pm \sqrt{36} = 9 \pm 6; \quad y_1 = 9 + 6 = 15;$$

$y_2 = 9 - 6 = 3$ не подходит, так как при $y = 3$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 15$.

в) $\frac{y+12}{y-4} - \frac{y}{y+4} = \frac{y+12}{y-4} \cdot \frac{y}{y+4}; \quad \frac{(y+4)(y+12) - y(y-4)}{(y-4)(y+4)} = \frac{y(y+12)}{(y-4)(y+4)};$

$$\frac{(y+4)(y+12) - y(y-4) - y(y+12)}{(y-4)(y+4)} = 0; \quad y^2 + 12y + 4y + 48 - y^2 - 12y = 0;$$

$$D_1 = (-4)^2 - 1 \cdot (-48) = 64; \quad y = 4 \pm \sqrt{64} = 4 \pm 8; \quad y_1 = 4 + 8 = 12;$$

$y_2 = 4 - 8 = -4$ не подходит, так как при $y = -4$ общий знаменатель дробей обращается в ноль, значит, только один корень $y = 12$.

№ 680. Обозначим за x км/ч и $(x - 100)$ км/ч скорости первого и второго самолетов. Тогда первый самолет затратил $\left(\frac{1800}{x}\right)$ ч, второй

$$-\left(\frac{1800}{x-100}\right) \text{ ч. } 36 \text{ мин} = \frac{3}{5} \text{ ч.}$$

Запишем уравнение: $\frac{1800}{x-100} - \frac{1800}{x} = \frac{3}{5};$

$$1800 \cdot 5x - 1800 \cdot (5x - 500) = 3x(x - 100); \quad x^2 - 100x - 300000 = 0;$$

$$D_1 = (50)^2 + 300000 = 550^2; \quad x = 50 \pm 550;$$

$$x = 50 - 550 = -500 \text{ не подходит, значит, } x = 50 + 550 = 600; \quad x - 100 = 500.$$

Ответ: скорость первого самолета равна 600 км/ч, второго — 500 км/ч.

№ 681. Обозначим первоначальную скорость поезда за x км/ч. Тогда после ее увеличения скорость будет $(x+12)$ км/ч. Первую половину пути поезд прошел за $\left(\frac{60}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{60}{x+12}\right)$ ч. $10 \text{ мин} = \frac{1}{6}$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{120}{x} = \frac{60}{x} + \frac{60}{x+12} + \frac{1}{6}$;

$$360(x+12) - 360x = x(x+12); \quad 360x + 4320 - 360x = x^2 + 12x;$$

$$x^2 + 12x - 4320 = 0; \quad D_1 = 36 + 4320 = 4356 = 66^2; \quad x = -6 \pm 66;$$

$$x = -6 - 66 = -72 \text{ не подходит, значит, } x = -6 + 66 = 60.$$

Ответ: первоначально поезд двигался со скоростью 60 км/ч.

№ 682. Обозначим за x км/ч — скорость поезда, $(x+15)$ км/ч — скорость поезда после ее увеличения. Первый участок пути поезд прошел за $\left(\frac{150}{x}\right)$ ч, второй — за $\left(\frac{450}{x+15}\right)$ ч. Весь путь поезд прошел за $\frac{600}{x}$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{150}{x} + \frac{3}{2} + \frac{450}{x+15} = \frac{600}{x}$;

$$300(x+15) + 3x(x+15) + 900x = 1200(x+15); \quad x^2 + 15x - 4500 = 0;$$

$$D = 15^2 + 4 \cdot 4500 = 18225 = 135^2;$$

$$x = \frac{-15 \pm 135}{2}; \quad x = \frac{-15 - 135}{2} = -75 \text{ не подходит, значит, } x = \frac{-15 + 135}{2} = 60.$$

Тогда всего поезд был в пути $\frac{600}{60} = 10$ (ч). Ответ: 10 часов.

№ 683. Введем следующие обозначения:

$(x-1)$ км/ч — скорость на первом переходе, x км/ч — скорость на втором переходе, $(x-2)$ км/ч — скорость на третьем переходе.

Тогда первый переход был пройден за $\left(\frac{12,5}{x-1}\right)$ ч, второй — за $\left(\frac{18}{x}\right)$ ч, третий — за $\left(\frac{14}{x-2}\right)$ ч.

Запишем уравнение, учитывая данные задачи: $\frac{14}{x-2} = \frac{18}{x} + \frac{1}{2}$;

$$28x = 36x - 72 + x^2 - 2x; \quad x^2 + 6x - 72 = 0; \quad D_1 = 9 + 72 = 81;$$

$$x = -3 \pm 9; \quad x = -3 - 9 = -12 \text{ не подходит, значит, } x = -3 + 9 = 6;$$

$$x - 1 = 5; \quad x - 2 = 4; \quad \frac{12,5}{x-1} = 2,5; \quad \frac{18}{x} = 3; \quad \frac{14}{x-2} = 3,5.$$

Ответ: первый переход прошли за 2,5 часа, второй за 3 часа, третий за 3,5 часа.

№ 684. Обозначим за x км/ч скорость автомобиля на первых двух участках пути, $(x + 10)$ км/ч — его скорость на третьем участке.

От А до В автомобиль доехал за $\left(\frac{240}{x}\right)$ ч, первую половину пути

от В до А он проехал за $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{120}{x+10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{120}{x} + \frac{120}{x+10} + \frac{2}{5} = \frac{240}{x}$;

$$x^2 + 10x - 3000 = 0; D_1 = 25 + 3000 = 55^2; x = -5 \pm 55;$$

$$x = -5 - 55 = -60 \text{ не подходит, значит; } x = -5 + 55 = 50.$$

Ответ: 50 км/ч.

№ 685. Обозначим скорость поезда на участке от А до В за x км/ч, тогда на первом участке обратного пути, равном 160 км, он шел со скоростью x км/ч, на втором — со скоростью $(x - 20)$ км/ч. На путь

от А до В он потратил $\left(\frac{400}{x}\right)$ ч, на первую часть обратного пути —

$\left(\frac{160}{x}\right)$ ч, на вторую его часть — $\left(\frac{240}{x-20}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{400}{x} + \frac{160}{x} + \frac{240}{x-20} = 11$;

$$560(x-20) + 240x = 11x(x-20); 11x^2 - 1020x + 11200 = 0;$$

$$D_1 = (-510)^2 + 11 \cdot 11200 = 260100 - 123200 = 136900 = 370^2;$$

$$x = \frac{510 \pm 370}{11}. \text{ При } x = \frac{510 - 370}{11} = \frac{140}{11}, x - 20 < 0, \text{ т.е. не подходит}$$

по смыслу задачи, значит $x = \frac{510 + 370}{11} = 80$; $x - 20 = 60$.

Ответ: 60 км/ч.

№ 686. Если x км/ч — скорость течения реки, то $(x + 55)$ км/ч — скорость теплохода по течению, $(x - 55)$ км/ч — его скорость против течения.

На весь путь теплоход потратил $5\frac{1}{2}$ ч, из них он плыл по течению

$\left(\frac{150}{x+55}\right)$ ч, против течения — $\left(\frac{150}{x-55}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{150}{55+x} + \frac{150}{55-x} = 5\frac{1}{2}$;

$$300(55-x) + 300(55+x) = 11(55^2 - x^2); x^2 - 25 = 0 \quad x = \pm 5;$$

$$x = -5 \text{ не подходит, значит } x = 5.$$

Ответ: 5 км/ч.

№ 687. Если x км/ч — скорость течения, то против течения лодка плыла со скоростью $(12 - x)$ км/ч, на лодке турист плыл $\left(\frac{25}{12-x}\right)$ ч, на плоту — $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{25}{x} - \frac{25}{12-x} = 10$;

$25(12-x) - 25x = 10x(12-x)$; $x^2 - 17x + 30 = 0$;

$D = (-17)^2 - 4 \cdot 30 = 169 = 13^2$; $x = \frac{17 \pm 13}{2}$; при $x = \frac{17+13}{2} = 15$;

$12 - x < 0$, т.е. $x = 15$ не подходит, значит, $x = \frac{17-13}{2} = 2$.

Ответ: 2 км/ч.

№ 688. Если x км/ч — скорость течения в притоке, то $(x - 1)$ — скорость течения в реке; лодка плыла вверх по реке $\left(\frac{35}{10-(x-1)}\right)$ ч, по притоку $\left(\frac{18}{10-x}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{35}{11-x} + \frac{18}{10-x} = 8$;

$35(10-x) + 18(11-x) = 8(10-x)(11-x)$; $8x^2 - 115x + 332 = 0$;

$D = (-115)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 332 = 13225 - 10624 = 2601$;

$x = \frac{115 \pm \sqrt{2601}}{16} = \frac{115 \pm 51}{16}$; если $x = \frac{115+51}{16} = \frac{166}{16} > 10$, т.е. $10 - x < 0$,

значит, $x = \frac{166}{16}$ не подходит, т.е. $\frac{115-51}{16} = 4$; $x - 1 = 3$.

Ответ: скорость течения в реке равна 3 км/ч.

№ 689. Если x км/ч — скорость плота, то $(x + 12)$ км/ч — скорость катера; катер плыл $\left(\frac{20}{x+12}\right)$ ч, плот — $\left(\frac{20}{x}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{20}{x+12} - 5\frac{1}{3} = \frac{20}{x}$;

$3 \cdot 20x + 16x(x+12) = 60(x+12)$; $x^2 + 12x - 45 = 0$;

$D_1 = 36 + 45 = 81 = 9^2$; $x = -6 \pm 9$;

$x = -6 - 9 = -15$ не подходит, значит,

$x = -6 + 9 = 3$.

Ответ: 3 км/ч.

№ 690. Обозначим за x км/ч скорость течения. Скорость лодки в неподвижной воде равна $90\text{м/мин} = 5,4\text{ км/ч}$.

На веслах рыболов плыл $\left(\frac{6}{5,4-x}\right)$ ч, без весел — $\left(\frac{6}{x}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{6}{5,4-x} - \frac{6}{x} = 4,5$; $12x + 12(5,4-x) = 9x(5,4-x)$;

$x^2 - 5,4x + 7,2 = 0$; $D_1 = (-2,7)^2 - 7,2 = 0,09 = 0,3^2$; $x = 2,7 \pm 0,3$; $x_1 = 3$; $x_2 = 2,4$
 Ответ: 3 км/ч или 2,4 км/ч.

№ 691. Если x км/ч — скорость плота, то $\left(\frac{44-27}{x}\right)$ ч — время его

движения, $(12-x)$ км/ч — скорость катера, $\left(\frac{27}{12-x}\right)$ ч — время дви-

жения катера.

Запишем уравнение: $\frac{27}{12-x} + \frac{8}{3} = \frac{44-27}{x}$;

$81x - 8x(12-x) = 51(12-x)$; $2x^2 - 57x + 153 = 0$;

$D = (-57)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 153 = 2025 = 45^2$; $x = \frac{57 \pm 45}{4}$;

при $x = \frac{57+45}{4} = 25,5$, $12-x < 0$, т.е. $x = 25,5$ не подходит, значит,

$x = \frac{57-45}{4} = 3$. Ответ: 3 км/ч.

№ 692. Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч — скорость теплохода до и после задержки в пути. До задержки он прошел $(1,5x)$ км, после

— $(225 - 1,5x)$ км; после остановки он плыл $\left(\frac{225-1,5x}{x+10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{225}{x} = \frac{225-1,5x}{x+10} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$;

$225x + 2250 = 225x + 0,5x^2 + 20x$; $x^2 + 40x - 4500 = 0$;

$D_1 = 400 + 4500 = 70^2$; $x = -20 \pm 70$; $x = -20 - 70 = -90$ не подходит, значит, $x = -20 + 70 = 50$ км/ч. Ответ: 50 км/ч.

№ 693. Если скорость первого автомобиля равна x км/ч, то до остановки второй двигался со скоростью x км/ч, после — $(x+5)$ км/ч.

Время движения первого — $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч, время движения второго до ос-

тановки — $\left(\frac{3}{4}\right)$ ч, после — $\left(\frac{220-\frac{3}{4}x}{x+5}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{120}{x} = \frac{220 - \frac{3}{4}x}{x+5} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$;

$$120x + 600 = 120x + x^2 + 5x; \quad x^2 + 20x - 2400 = 0;$$

$$D_1 = 100 + 2400 = 50^2; \quad x = -10 \pm 50;$$

$$x = -10 - 50 = -60 \text{ не подходит, значит } x = -10 + 50 = 40.$$

Ответ: 40 км/ч.

№ 694. Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч скорость автобуса до и после ее увеличения, тогда от А до В он доехал за $\frac{400}{x}$ ч, от В до точки,

где он увеличил скорость, за 2 ч, от этой точки до А за $\left(\frac{400-2x}{x+10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{400}{x} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{400-2x}{x+10}$;

$$1200x + 12000 = x^2 + 70x + 1200x; \quad x^2 + 70x - 12000 = 0;$$

$$D_1 = 35^2 + 12000 = 13225 = 115^2; \quad x = -35 \pm 115;$$

$$x = -35 - 115 = -150 \text{ не подходит, значит, } x = -35 + 115 = 80;$$

$$\frac{400-2x}{x+10} = \frac{400-160}{90} = 2\frac{2}{3}. \quad \text{Ответ: 2 часа 40 минут.}$$

№ 695. Обозначим за x км/ч скорость мотоциклиста до уменьшения скорости, $(x-10)$ км/ч — скорость после ее уменьшения. Первую часть обратного пути он проехал за $\left(\frac{100}{x}\right)$ ч, вторую — за $\left(\frac{4x-100}{x-10}\right)$ ч.

Запишем уравнение: $\frac{100}{x} + \frac{4x-100}{x-10} = 4\frac{1}{2}$;

$$200(x-10) + 8x^2 - 200x = 9x^2 - 90x; \quad x^2 - 90x + 2000 = 0;$$

$$D_1 = 45^2 - 2000 = 25 = 5^2; \quad x = 45 \pm 5; \quad x_1 = 40; \quad x_2 = 50;$$

$$4x_1 = 160; \quad 4x_2 = 200.$$

Ответ: 160 км или 200 км.

№ 696. Обозначим за x км/ч и $(x+10)$ км/ч — скорость первого и второго автомобилей. Расстояние между городами равно

$$5x + 5(x+10) = (10x + 50) \text{ км, } \frac{150}{x+10} \text{ ч — время движения второго авто-}$$

мобиля до места встречи во втором случае.

Запишем уравнение: $\frac{10x+50-150}{x} - \frac{150}{x+10} = 4,5$;

$$(10x-100)(x+10) - 150x = 4,5x(x+10),$$

$$10x^2 + 100x - 100x - 1000 - 150x = 4,5x^2 + 45x; \quad 5,5x^2 - 195x - 1000 = 0,$$

$$D = 38025 + 22000 = 60025,$$

$$x = \frac{195 \pm \sqrt{60025}}{11}, x_1 = \frac{195 - 245}{11} = -\frac{50}{11}, \text{ (не подходит)}$$

$$x_2 = \frac{195 + 245}{11} = 40 = 40, \text{ тогда } 10x + 50 = 10 \cdot 40 + 50 = 450.$$

Ответ: 450 км.

№ 697. Обозначим за x км/ч — скорость катера в стоячей воде, тогда $(x + 2)$ км/ч — скорость катера по течению, $(x - 2)$ км/ч — скорость катера против течения, расстояние между M и N равно $6(x+2)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{6(x+2)+40}{x+2} + \frac{6(x+2)-40}{x-2} = 9;$$

$$(6x-28)(x-2) + (6x-28)(x+2) = 9(x^2-4),$$

$$6x^2-12x-28x+56+6x^2+12x-28x-56 = 9x^2-36; \quad 3x^2-56x+36=0,$$

$$D = 28^2 - 3 \cdot 36 = 676, \quad x = \frac{28 \pm \sqrt{676}}{3} = \frac{28 \pm 26}{3};$$

$$x_1 = \frac{28-26}{3} = \frac{2}{3} \text{ (не подходит, т.к. тогда } x-2 < 0); \quad x_2 = \frac{28+26}{3} = 18.$$

Ответ: 18 км/ч.

№ 698. Обозначим за x км/ч — первоначальную скорость мотоцикла, тогда $\frac{36}{x}$ ч — время, за которое мотоцикл проехал первую часть

обратного пути, $\frac{5x-36}{x+3}$ ч — время движения на втором участке обратного пути.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{36}{x} + \frac{5x-36}{x+3} = 5 - \frac{1}{4},$$

$$4 \cdot 36(x+3) + 4x(5x-36) = 19x(x+3); \quad 144x+432 + 20x^2 - 144x = 19x^2 + 57x;$$

$$x^2 - 57x + 432 = 0, \quad D = 57^2 - 4 \cdot 432 = 1521,$$

$$x = \frac{57 \pm \sqrt{1521}}{2} = \frac{57 \pm 39}{2}; \quad x_1 = \frac{57+39}{2} = 48, \quad x_2 = \frac{57-39}{2} = 9.$$

Ответ: 9 км/ч или 48 км/ч.

№ 699. Обозначим за x м — длину шага сына, тогда $x + 0,2$ м — длина шага отца, сын сделал $\frac{240}{x}$ шагов, отец сделал $\frac{240}{x+0,2}$ шагов.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{240}{x} - \frac{240}{x+0,2} = 100;$$

$$240(x+0,2) - 240x = 100x(x+0,2), \quad 240x + 48 - 240x = 100x^2 + 20x,$$

$$100x^2 + 20x - 48 = 0,25x^2 + 5x - 12 = 0,$$

$$D = 25 + 1200 = 1225 = 35^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{50}; \quad x_1 = \frac{-5 + 35}{50} = 0,6, \text{ тогда } x + 0,2 = 0,8,$$

$$x_2 = \frac{-5 - 35}{50} = -\frac{4}{5} \text{ (не подходит)}. \quad \text{Ответ: } 0,6 \text{ м, } 0,8 \text{ м.}$$

№ 700. Обозначим за x количество костюмов, которое вторая бригадашила за день, тогда $(x + 10)$ костюмов в деньшила первая бригада, $\frac{160}{x+10}$ днейшила костюмы первая бригада, $\frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x}$ днейшила костюмы вторая бригада.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{160}{x+10} + 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{160}{x} - 2;$$

$$160x + 4x(x + 10) = 120(x + 10), \quad 160x + 4x^2 + 40x = 120x + 1200;$$

$$x^2 + 20x - 300 = 0, \quad D_1 = 10^2 + 300 = 400 = 20^2; \quad x = 10 \pm 20;$$

$$x_1 = -30 \text{ (не подходит); } x_2 = 10.$$

Ответ: 10 костюмов.

№ 701. Обозначим за x плановое количество пылесосов, которое в деньдолжна изготовлять бригада, тогда бригададолжна была выполнить план за $\frac{768}{x}$ дней; за первые 5 дней бригадаизготовила 5х

пылесосов, $\frac{844 - 5x}{x + 6}$ дней бригадаизготовляла ежедневно на 6 пылесосов больше нормы.

$$\text{Запишем уравнение: } 5 + \frac{844 - 5x}{x + 6} = \frac{768}{x} - 1;$$

$$6x(x+6) + (844-5x)x = 768(x+6); \quad 6x^2 + 36x + 844 - 5x^2 = 768x + 4608;$$

$$x^2 + 112x - 4608 = 0, \quad D_1 = 56^2 + 4608 = 7744, \quad x = -56 \pm \sqrt{7744} = -56 \pm 88,$$

$$x_1 = -56 - 88 = -144 \text{ (не подходит), } x_2 = -56 + 88 = 32.$$

Ответ: 32 пылесоса.

№ 702. Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое может вспахать все поле первый трактор,

тогда второй трактор может вспахать поле за $(x + 5)$ дней; $\frac{1}{x}$ —

производительность первого трактора, $\frac{1}{x+5}$ — производительность

второго, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5}$ — их совместная производительность.

$$\text{Запишем уравнение: } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} \right) \cdot 4 = \frac{2}{3}; \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6};$$

$$6(x+5) + 6x = x(x+5), x^2 - 7x - 30 = 0.$$

По теореме, обратной теореме Виета: $x_1 = -3$ (не подходит),

$$x_2 = 10, \text{ тогда } x + 5 = 15.$$

Ответ: 10 дней, 15 дней.

№ 703. Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x количество дней, за которое оба комбайна уберут поле, за $(x+9)$ дня уберет поле первый комбайн, за $(x+4)$ дней уберет поле второй

комбайн. $\left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9}\right)$ — их совместная производительность.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{x};$$

$$x(x+5) + x(x+4) = (x+4)(x+9); x^2 + 9x + x^2 + 4x = x^2 + 13x + 36, x^2 = 36;$$

$$x_1 = -6 \text{ (не подходит), } x_2 = 6; x_2 + 9 = 15; x_2 + 4 = 10.$$

Ответ: 15 дней, 10 дней.

№ 704. Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое бассейн наполнится через обе трубы, тогда за $(x+9)$ ч бассейн наполнится через первую трубу, за $(x+16)$ ч бас-

сейн наполнится через вторую трубу, $\left(\frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16}\right)$ — совместная

производительность по наполнению бассейна двух труб.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+16} = \frac{1}{x};$$

$$x(x+16) + x(x+9) = (x+9)(x+16); x^2 + 16x + x^2 + 9x = x^2 + 25x + 144; x^2 = 144;$$

$$x_1 = -12 \text{ (не подходит), } x_2 = 12. \text{ Ответ: 12 часов.}$$

№ 705. Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x ч время, за которое выполнят всю работу обе машинистки, тогда за $2 \cdot (x-1)$ ч выполнит всю работу первая машинистка, за $3 \cdot (x-1)$ ч —

вторая, их совместная производительность равна $\left(\frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)}\right)$.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{3(x-1)} = \frac{1}{x};$$

$$3x + 2x = 6(x-1); x = 6; 2 \cdot (x-1) = 10; 3 \cdot (x-1) = 15.$$

Ответ: 10 часов, 15 часов.

№ 706.

Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x часов время, за которое первый слесарь выполнит всю работу, тогда второй слесарь может выполнить всю работу за $(x-5)$ ч; совместная произво-

дительность двух слесарей равна $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right)$.

Запишем уравнение: $\frac{1}{x} \cdot 1 + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) \cdot 4 = 0,4$; $\frac{5}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{2}{5}$;

$25(x-5) + 20x = 2x(x-5)$; $25x - 125 + 20x = 2x^2 - 10x$,

$2x^2 - 55x + 125 = 0$; $D = 55^2 - 4 \cdot 2 \cdot 125 = 2025$,

$x = \frac{55 \pm \sqrt{2025}}{4} = \frac{55 \pm 45}{4}$; $x_1 = \frac{55-45}{4} = 2,5$ (не подходит, так как $x_1 - 5 < 0$),

$x_2 = \frac{55+45}{4} = 25$; $x_2 - 5 = 20$. Ответ: 25 часов, 20 часов.

№ 707. Примем объем всей работы за единицу. Обозначим за x дней время, за которое первый рабочий сможет выполнить всю работу, тогда его производительность равна $\frac{1}{x}$, производительность

второго рабочего равна $\frac{1}{12} - \frac{1}{x}$.

Запишем уравнение: $\frac{0,5}{x} + \frac{0,5}{\frac{1}{12} - \frac{1}{x}} = 25$; $0,5x + \frac{0,5 \cdot 12x}{x-12} = 25$;

$0,5x^2 - 6x + 6x = 25x - 300$; $x^2 - 50x + 600 = 0$;

$D_1 = 25^2 - 227 = 25$; $x = 25 \pm \sqrt{25} = 25 \pm 5$;

$x_1 = 25 - 5 = 20$; $x_2 = 25 + 5 = 30$.

Ответ: 20 дней или 30 дней.

№ 708.

а) $x^3 + 6 = 0$, $x^3 = -6$.

Строим графики функций

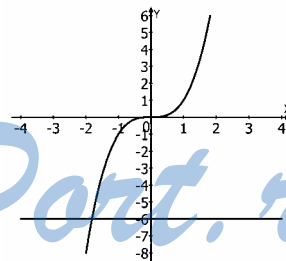
$y = -6$ и $y = x^3$.

Точка пересечения имеет абс-

циссу $x \approx -1,8$, т.е. корень

уравнения

$x = -1,8$.



б) $x^3 + x - 2 = 0$, $x^3 = -x + 2$.

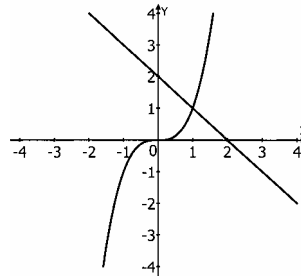
Строим графики функций

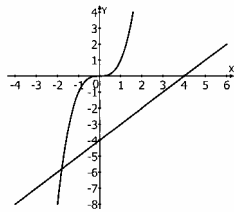
$y = x^3$ и $y = -x + 2$.

Точка пересечения имеет абс-

циссу $x = 1$, это и есть корень

данного уравнения.

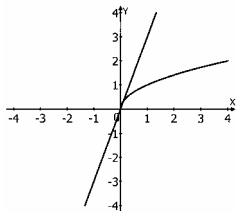




в) $x^3 - x + 4 = 0$, $x^3 = x - 4$.

Строим графики функций $y = x^3$ и $y = -4$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x \approx -1,8$, это и есть корень данного уравнения.

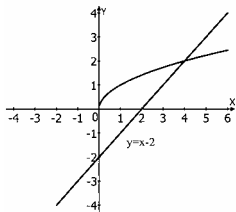


г) $\sqrt{x} = 3x$.

Строим графики функций

$y = 3x$ и $y = \sqrt{x}$.

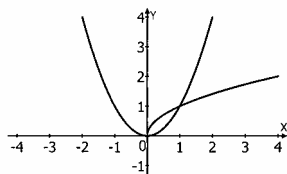
Точка пересечения имеет абсциссу $x = 0$, это и есть корень данного уравнения.



д) $\sqrt{x} = x - 2$.

Строим графики функций $y = x - 2$ и $y = \sqrt{x}$.

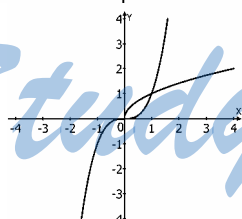
Точка пересечения имеет абсциссу $x = 4$, это и есть корень данного уравнения.



е) $\sqrt{x} = x^2$. Строим графики

функций $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

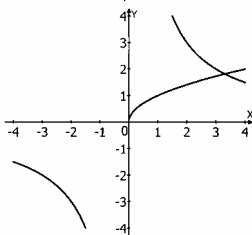
Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.



ж) $\sqrt{x} = x^3$. Строим графики

функций $y = x^3$ и $y = \sqrt{x}$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$ — корни данного уравнения.



з) $\sqrt{x} = \frac{6}{x}$. Строим графики

функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$.

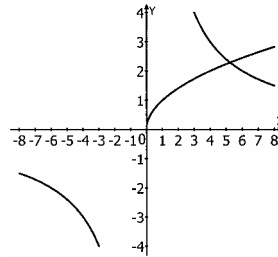
Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 3,3$ — корень данного уравнения.

и) $\sqrt{x} = \frac{12}{x}$.

Строим графики функций $y = \frac{12}{x}$ и

$y = \sqrt{x}$.

Точка пересечения имеет абсциссу $x_1 \approx 5,2$ — корень данного уравнения.



№ 709.

Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = ax + b$ при различных a и b .

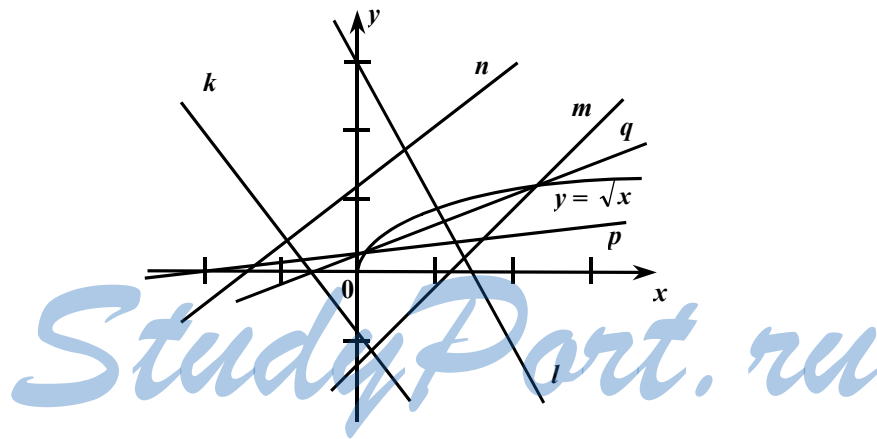
Из рисунка определяем:

если $a \leq 0, b < 0$ — нет решений (прямая k),

если $a \leq 0, b \geq 0$ — 1 решение (прямая l),

если $a > 0, b < 0$ — 1 решение (прямая m),

если $a > 0, b \geq 0$ — нет решений (прямая n), либо 2 решения (прямая q), либо 1 решение (прямая p).



ГЛАВА IV. Неравенства

§ 11. Числовые неравенства и их свойства

27. Числовые неравенства

№ 710. а) $p - q = -5$; $-5 < 0$, значит, $p < q$;

б) $p - q = 8$; $8 > 0$, значит, $p > q$; в) $p - q = 0$; $0 = 0$, значит, $p = q$.

№ 711. а) $a - b = -0,001$; $0,001 < 0$, значит, $a < b$;

б) $a - b = 0$; $0 = 0$, значит, $a = b$; в) $a - b = 4,3$; $4,3 > 0$, значит, $a > b$.

№ 712. а) нет, т.к. $3,72 > 0$; б) да, т.к. $-5 < 0$;

в) нет, т.к. из $a < b$ следует, что $a - b = 0 < 0$, что неверно.

№ 713. $3a(a + 6) = 3a^2 + 18a$;

$(3a + 6)(a + 4) = 3a^2 + 12a + 6a + 24 = 3a^2 + 18a + 24$;

$3a^2 + 18a - (3a^2 + 18a + 24) = 3a^2 + 18a - 3a^2 - 18a - 24 = -24$;

поскольку $-24 < 0$, то $3a(a + 6) < (3a + 6)(a + 4)$ при всех значениях a , а, значит, и при $a = -5$, $a = 0$ и $a = 40$ тоже.

№ 714. $4b(b + 1) = 4b^2 + 4b$;

$(2b + 7)(2b - 8) = 4b^2 - 16b + 14b - 56 = 4b^2 - 2b - 56$;

$4b^2 + 4b - (4b^2 - 2b - 56) = 4b^2 + 4b - 4b^2 + 2b + 56 = 6b + 56$.

Подставим $b = -3$: $6b + 56 = 6 \cdot (-3) + 56 = -18 + 56 = 38 > 0$.

Подставим $b = -2$: $6b + 56 = 6 \cdot (-2) + 56 = -12 + 56 = 44 > 0$.

Подставим $b = 10$: $6b + 56 = 6 \cdot 10 + 56 = 60 + 56 = 116 > 0$.

При всех этих значениях b значение первого выражения больше, чем второго. Однако, если $b = 20$, то $6b + 56 = 6 \cdot (20) + 56 = 64$, т.е. значение первого выражения меньше, чем второго, т.е. нельзя утверждать, что значение первого выражения всегда больше, чем второго.

№ 715. а) $3(a + 1) + a - 4(2 + a) = 3a + 3 + a - 8 - 4a = -5 < 0$, значит, $3(a + 1) + a < 4(2 + a)$ при всех a ;

б) $(7p - 1)(7p + 1) - 49p^2 = 49p^2 - 1 - 49p^2 = -1 < 0$, значит, $(7p - 1)(7p + 1) < 49p^2$ при всех p ;

в) $(a - 2)^2 - a(a - 4) = a^2 - 4a + 4 - a^2 + 4a = 4 > 0$, значит, $(a - 2)^2 > a(a - 4)$ при всех a ;

г) $(2a + 3)(2a + 1) - 4a(a + 2) = 4a^2 + 2a + 6a + 3 - 4a^2 - 8a = 3 > 0$,

значит, $(2a + 3)(2a + 1) > 4a(a + 2)$ при всех a .

№ 716. а) $2b^2 - 6b + 1 - 2b(b - 3) = 2b^2 - 6b + 1 - 2b^2 + 6b = 1 > 0$, значит, $2b^2 - 6b + 1 > 2b(b - 3)$; неравенство доказано.

б) $(c + 2)(c + 6) - (c + 3)(c + 5) = c^2 + 6c + 2c + 12 - c^2 - 5c - 3c - 15 = -3 < 0$;

$(c + 2)(c + 6) < (c + 3)(c + 5)$; неравенство доказано.

в) $p(p + 7) - (7p - 1) = p^2 + 7p - 7p + 1 = p^2 + 1 > 0$;

$p(p + 7) > (7p - 1)$; неравенство доказано.

г) $8y(3y - 10) - (5y - 8)^2 = 24y^2 - 80y - (25y^2 - 80y + 64) =$

$= 24y^2 - 80y - 25y^2 + 80y - 64 = -y^2 - 64 = -(y^2 + 64) < 0$, значит,

$-(y^2 + 64) < 0$; $8y(3y - 10) < (5y - 8)^2$; неравенство доказано.

№ 717.

а) $4x(x+0,25)-(2x+3)(2x-3)=4x^2+x-(4x^2-9)=4x^2+x-4x^2+9=x+9$.

При $x = -10$, $x + 9 = -1$, т.е. $4x(x + 0,25) < (2x + 3)(2x - 3)$,

значит, исходное неравенство верно не при любых x .

б) $(5x-1)(5x+1) - 25x^2 + 2 = 25x^2 - 1 - 25x^2 - 2 = -3 < 0$ при любом x ,

значит, неравенство $(5x - 1)(5x + 1) < 25x^2 + 2$ верно при любом x .

в) $(3x + 8)^2 - 3x(x + 16) = 9x^2 + 48x + 64 - 3x^2 - 48x = 6x^2 + 64$;

$6x^2 + 64 > 0$ при любом x , значит, неравенство

$(3x + 8)^2 > 3x(x + 16)$ верно при любом x .

г) $(7 + 2x)(7 - 2x) - 49 + x(4x + 1) = 49 - 4x^2 - 49 + 4x^2 + x = x$,

значит, неравенство $(7 + 2x)(7 - 2x) < 49 + x(4x + 1)$ верно при $x < 0$

и неверно при $x \geq 0$, т.е. оно верно не при любом значении x .

№ 718.

а) $a(a+b) - ab = a^2 + ab - ab = a^2 \geq 0$ при всех a , значит, $a(a + b) \geq ab$;

б) $m^2 - mn + n^2 - mn = m^2 + n^2 \geq 0$ при всех m и n , значит, $m^2 - mn + n^2 \geq mn$;

в) $2bc - (b^2 + c^2) = 2bc - b^2 - c^2 = -(b^2 - 2bc + c^2) = -(b - c)^2 \leq 0$ при всех b и c , значит, $2bc \leq (b^2 + c^2)$;

г) $a(a - b) - b(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = (a - b)^2 \geq 0$ при всех a и b ,

значит, $a(a - b) \geq b(a - b)$.

№ 719.

а) $10a^2 - 5a + 1 - (a^2 + a) = 10a^2 - 5a + 1 - a^2 - a = 9a^2 - 6a + 1 = (3a - 1)^2 \geq 0$ при всех a , значит, $10a^2 - 5a + 1 \geq a^2 + a$ при всех a ;

б) $a^2 - a - (50a^2 - 15a + 1) = a^2 - a - 50a^2 + 15a - 1 = -49a^2 + 14a - 1 = -(7a - 1)^2 \leq 0$ при всех a , значит, $a^2 - a \leq 50a^2 - 15a + 1$ при всех a .

№ 720. Обозначим за a и $\frac{1}{a}$ — положительное число и число, обратное ему.

$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a}$; так как $(a - 1)^2 \geq 0$ и $a > 0$ по условию, значит, $\frac{(a-1)^2}{a} \geq 0$, значит, $a + \frac{1}{a} \geq 2$.

№ 721. а) $\frac{c^2 + 1}{2} - c = \frac{c^2 + 1 - 2c}{2} = \frac{(c-1)^2}{2} \geq 0$, значит, $\frac{c^2 + 1}{2} \geq c$;

б) $\frac{c}{c^2 + 1} - \frac{1}{2} = \frac{2c - c^2 - 1}{2(c^2 + 1)} = -\frac{(c-1)^2}{2(c^2 + 1)}$; $(c - 1)^2 \geq 0$, $2(c^2 + 1) > 0$,

значит, $-\frac{(c-1)^2}{2(c^2 + 1)} \leq 0$ и $\frac{c}{c^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$.

№ 722. а) $a^2 - 6a + 14 = (a^2 - 6a + 9) + 5 = (a - 3)^2 + 5 > 0$;
 б) $b^2 + 70 - 16b = b^2 - 16b + 70 = (b^2 - 16b + 46) + 6 = (b - 8)^2 + 6 > 0$.

№ 723. Пусть $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0.$$

№ 724.

$$a^3 + b^3 - ab(a+b) = a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = (a^3 - a^2b) + (b^3 - ab^2) = a^2(a-b) - b^2(a-b) = (a-b)(a^2 - b^2) = (a-b)(a-b)(a+b) = (a-b)^2(a+b) > 0,$$

поскольку $(a-b)^2 > 0$ и $a+b > 0$ ($a \geq 0, b \geq 0$ и $a \neq b$).

Значит, $a^3 + b^3 > ab(a+b)$.

№ 725.

После сложения получили четыре числа: $0 + k = k; 1 + k; 2 + k; 3 + k$;
 $k(3+k) - (1+k)(2+k) = 3k + k^2 - (2+k+2k+k^2) =$
 $= 3k + k^2 - 2 - k - 2k - k^2 = -2 < 0$, значит, $k(3+k) < (1+k)(2+k)$.

Упражнения для повторения

№ 726. Подставляя $x = -\frac{1}{3}$, получаем:

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x + 2} = \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3}{-\frac{1}{3} + 2} = \frac{\frac{1}{9} + 2 + 3}{\frac{5}{3}} = \frac{46 \cdot \frac{5}{3}}{5 \cdot 9} = \frac{46 \cdot 3}{15} = 3 \frac{1}{15}.$$

№ 727.

а) $\frac{x^2 - 10x + 25}{35 - 7x} = \frac{(5-x)^2}{7(5-x)} = \frac{5-x}{7}$; б) $\frac{4x^2 - 12x + 9}{(3-2x)^2} = \frac{(2x-3)^2}{(2x-3)^2} = 1$.

№ 728. а) $\frac{5}{x} = 2 - \frac{3}{x-2}$;

$$5(x-2) = 2x(x-2) - 3x; \quad 2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0;$$

$$2x^2 - 4x - 3x - 5x + 10 = 0; \quad 2x^2 - 12x + 10 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0; \quad (x-1)(x-5) = 0; \quad x_1 = 1; x_2 = 5;$$

б) $\frac{3}{2x-1} = 5x-9$; $3 = (5x-9)(2x-1)$;

$$10x^2 - 5x - 18x + 9 - 3 = 0; \quad 10x^2 - 23x + 6 = 0;$$

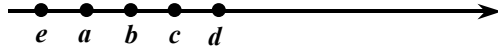
$$D = (-23)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 6 = 529 - 240 = 289;$$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 10} = \frac{23 \pm 17}{20};$$

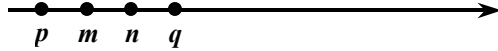
$$x_1 = \frac{23+17}{20} = \frac{40}{20} = 2; \quad x_2 = \frac{23-17}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

28. Свойства числовых неравенств

№ 729.



№ 730.



Ответ: $p < n, p < q, m < q$.

№ 731. 1) $a < b < b + 1$, значит, $a < b + 1$;

2) $a - 3 < a < b$, значит, $a - 3 < b$;

3) $a - 5 < a < b < b + 1$, значит, $a - 5 < b + 2$;

4) $a + 4$ и $b - 1$ сравнить нельзя, так как $a + 4 > a$ и $b - 1 < b$.

№ 732. а) $a - 3 > b - 3$, значит, $(a - 3) + 3 > (b - 3) + 3$, т.е. $a > b$;

так как $b > 4$, то $a > 4$, т.е. a и b — положительные;

б) $a - 8 > b - 8$, значит, $(a - 8) + 8 > (b - 8) + 8$, т.е. $a > b$;

так как $a < -12$, то $b < -12$, т.е. a и b — отрицательные;

в) $7a > 7b$, значит, $(7a) > (7b)$, т.е. $a > b$;

так как $b > \frac{1}{2}$, то $a > \frac{1}{2}$, т.е. a и b — положительные;

г) $-2a > -2b$, значит, $(-2a) < (2b)$, т.е. $a < b$;

так как $b < -\frac{1}{3}$, то $a < -\frac{1}{3}$, т.е. a и b — отрицательные.

№ 733. а) 1) $18 + (-5) > -7 + (-5)$; $13 > -12$;

2) $18 + 2,7 > -7 + 2,7$; $20,7 > -4,3$; 3) $18 + 7 > -7 + 7$; $25 > 0$;

б) 1) $5 - 2 > -3 - 2$; $3 > -5$;

2) $5 - 12 > -3 - 12$; $-7 > -15$; 3) $5 - (-5) > -3 - (-5)$; $10 > 2$;

в) 1) $(-9) \cdot 2 < 21 \cdot 2$; $-18 < 42$;

2) $(-9) \cdot (-1) > 21 \cdot (-1)$; $9 > -21$; 3) $(-9) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) > 21 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$; $3 > -7$;

г) 1) $15 : 3 > (-6) : 3$; $5 > -2$;

2) $15 : (-3) < (-6) : (-3)$; $-5 < 2$; 3) $15 : (-1) < (-6) : (-1)$; $-15 < 6$.

№ 734. а) $a + 4 < b + 4$; б) $a - 5 < b - 5$; в) $8a < 8b$; г) $3a < 3b$;

д) $-4,8a > -4,8b$; е) $-a > -b$.

№ 735. а) $-12,7a > -12,7b$; б) $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$; в) $0,07a < 0,07b$; г) $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$.

№ 736. а) $5a < 2a$; $5a - 2a = 3a < 0$, значит, $a < 0$;

б) $7a > 3a$; $7a - 3a = 4a > 0$, значит, $a > 0$;

в) $-3a < 3a$; $-3a - 3a = -6a < 0$, значит, $a > 0$;

г) $-12a > -2a$; $-12a - (-2a) = -10a > 0$, значит, $a < 0$.

№ 737. Если $c > d$, то:

а) $-7c < -7d$ по Теореме 4, на странице 148, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число.

б) $\frac{c}{8} > \frac{d}{8}$ по Теореме 4, на странице 148, о делении обеих частей

верного неравенства на одно и то же положительное число.

в) $2c+11 > 2d+11$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

г) $0,01c - 0,7 > 0,01d - 0,7$ по Теореме 4, на странице 148, об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же положительное число и по Теореме 3, на странице 148, о вычитании из обеих частей верного неравенства одного и того же числа.

д) $1-c < 1-d$ по Теореме 4 об умножении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

е) $2 - \frac{c}{2} < 2 - \frac{d}{2}$ по Теореме 4 о делении обеих частей верного неравенства на одно и то же отрицательное число и по Теореме 3 о прибавлении к обеим частям верного неравенства одного и того же числа.

№ 738. Так как $a > b$, $d < b$, $c > a$ и $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d > 0$, то

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{b}, \frac{1}{d} > \frac{1}{b}, \frac{1}{c} < \frac{1}{a}, \text{ т.е. } \frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}.$$

№ 739. а) $3 < a < 4$; $3 \cdot 5 < 5a < 4 \cdot 5$; $15 < 5a < 20$;

б) $3 < a < 4$; $-3 > -a > -4$; $-4 < -a < -3$;

в) $3 < a < 4$; $3 + 2 < a + 2 < 4 + 2$; $5 < a + 2 < 6$;

г) $3 < a < 4$; $-3 + 5 > -a + 5 > -4 + 5$; $1 < 5 - a < 2$;

д) $3 < a < 4$; $3 \cdot 0,2 + 3 < 0,2a + 3 < 4 \cdot 0,2 + 3$; $3,6 < 0,2a + 3 < 3,8$.

№ 740. Известно, что $5 < x < 8$; тогда:

а) $5 \cdot 6 < 6x < 6 \cdot 8$; $30 < 5x < 48$;

б) $-10 \cdot 5 > -10x > -10 \cdot 8$; $-80 < -10x < -50$;

в) $5 - 5 > x - 5 > 8 - 5$; $0 < x - 5 < 3$;

д) $3 \cdot 5 + 2 < 3x + 2 < 3 \cdot 8 + 2$; $17 < 3x + 2 < 26$.

№ 741. Исходя из того, что $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$, имеем:

а) $1,4 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 1,5 + 1$; $2,4 < \sqrt{2} + 1 < 2,5$;

б) $1,4 - 1 < \sqrt{2} - 1 < 1,5 - 1$; $0,4 < \sqrt{2} - 1 < 0,5$;

в) $-1,4 + 2 > 2 - \sqrt{2} > -1,5 + 2$; $0,5 < 2 - \sqrt{2} < 0,6$.

№ 742. Исходя из того, что $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, имеем:

а) $2,2 + 2 < \sqrt{5} + 2 < 2,3 + 2$; $4,2 < \sqrt{5} + 2 < 4,3$;

б) $-2,2 + 3 > 3 - \sqrt{5} > -2,3 + 3$; $0,7 < 3 - \sqrt{5} < 0,8$.

№ 743. Учитывая, что $5,1 \leq a \leq 5,2$, получаем:

а) $P = 4a$, значит, $4 \cdot 5,1 \leq 4a \leq 4 \cdot 5,2$, т.е. $20,4 \leq P \leq 20,8$;

б) $a = \frac{P}{4}$, значит, $\frac{15,6}{4} \leq \frac{P}{4} \leq \frac{15,8}{4}$, т.е. $3,9 \leq a \leq 3,95$.

№ 744. а) $5 < y$ и $y < 8$, значит, $\frac{1}{5} > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > \frac{1}{8}$, т.е. $\frac{1}{8} < \frac{1}{y} < \frac{1}{5}$;

б) $0,125 < y < 0,25$; $\frac{1}{8} < y < \frac{1}{4}$; значит, $8 > \frac{1}{y}$ и $\frac{1}{y} > 4$, т.е. $4 < \frac{1}{y} < \frac{1}{8}$.

Упражнения для повторения

№ 745. Подставляя $x = \frac{1}{4}$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{16}$.

Подставляя $x = -3$ получаем: $x^2 - 4x + 1 = (-3)^2 - 4(-3) + 1 = 9 + 12 + 1 = 22$.

Подставляя $x = 2 - \sqrt{3}$ получаем:

$$x^2 - 4x + 1 = (2 - \sqrt{3})^2 - 4(2 - \sqrt{3}) + 1 = 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 8 + 4\sqrt{3} + 1 = 4 + 3 - 8 + 1 = 0.$$

№ 746. а) $\frac{8x^2 - 3}{5} - \frac{5 - 9x^2}{4} = 2$;

$$32x^2 - 12 - 25 + 45x^2 = 20 \cdot 2; \quad 77x^2 = 77; \quad x^2 = 1; \quad x_{1,2} = \pm 1.$$

б) $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$; $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{(x + 1)(x^2 - x + 1)}$;

$$2(x + 1) - x^2 + x - 1 = 2x - 1; \quad -x^2 + x + 2 = 0; \quad x^2 - x - 2 = 0;$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9;$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}; \quad x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -\frac{2}{2} = -1; \text{ не подходит, т.к.}$$

при $x = -1$ знаменатель дроби обращается в ноль, значит, единственный корень уравнения — $x = 2$.

в) $\frac{10}{x^2 - 4} - \frac{3}{2x - 4} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{3}{2(x - 2)} = \frac{1}{2}$;

$$20 - 3(x + 2) = (x - 2)(x + 2); \quad 20 - 3x - 6 = x^2 - 4; \quad x^2 + 3x - 18 = 0;$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 9 + 72 = 81;$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-3 \pm 9}{2}; \quad x_1 = \frac{-3 + 9}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{-3 - 9}{2} = -6;$$

г) $x - \frac{x^2 - 17}{x} = \frac{5}{x}$; $x^2(x - 3) - x(x^2 - 17) = 5(x - 3)$;

$$x^3 - 3x^2 - x^3 + 17x = 5x - 15; \quad -3x^2 + 17x - 5x + 15 = 0;$$

$$-3x^2 + 12x + 15 = 0; \quad x^2 - 4x - 5 = 0; \quad D_1 = (-2)^2 - 1(-5) = 4 + 5 = 9;$$

$$x = 2 \pm \sqrt{9} = 2 \pm 3; \quad x_1 = 2 + 3 = 5; \quad x_2 = 2 - 3 = -1.$$

29. Сложение и умножение числовых неравенств

№ 747. а) $12 > -5$ (+) $9 > 7$ (\Rightarrow) $21 > 2$;
 б) $-2,5 < -0,7$ (+) $-6,5 < -1,3$ (\Rightarrow) $-9 < -2$.

№ 748. а) $5 > 2$ (\times) $4 > 3$ (\Rightarrow) $20 > 6$;

б) $8 < 10$ (\times) $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$ (\Rightarrow) $2 < 5$.

№ 749. а) Так как $a > 0$, $b > 0$, то перемножив почленно неравенства ($a > b$) и ($a > b$), получим: $a \cdot a > b \cdot b$, т.е. $a^2 > b^2$.

б) Так как $a^2 > b^2$, то вычитая из обеих частей верного неравенства $a^2 > b^2$ число b^2 , получим $a^2 - b^2 > 0$. Преобразуем левую часть неравенства: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Так как $b > 0$ и $a > 0$, то $a + b > 0$, значит, полученное произведение будет положительно только если $a - b > 0$, т.е. если $a > b$.

№ 750. а) $3 < a < 4$ (+) $4 < b < 5$ (\Rightarrow) $7 < a + b < 9$;

б) из $4 < b < 5$ следует, что $-5 < -b < -4$, тогда

$3 < a < 4$ (+) $-5 < -b < -4$ (\Rightarrow) $-2 < a - b < 0$;

в) $3 < a < 4$ (\times) $4 < b < 5$ (\Rightarrow) $12 < ab < 20$;

г) из $4 < b < 5$ следует, что $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$, тогда

$3 < a < 4$ (\times) $\frac{1}{5} < \frac{1}{b} < \frac{1}{4}$ (\Rightarrow) $\frac{3}{5} < \frac{a}{b} < 1$.

№ 751. а) $6 < x < 7$ (+) $10 < y < 12$ (\Rightarrow) $16 < x + y < 19$;

б) из $6 < x < 7$ следует, что $-7 < -x < -6$, тогда

$10 < y < 12$ (+) $-7 < -x < -6$ (\Rightarrow) $3 < y - x < 6$;

в) $6 < x < 7$ (\times) $10 < y < 12$ (\Rightarrow) $60 < xy < 84$;

г) из $6 < x < 7$ следует, что $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$, тогда

$10 < y < 12$ (\times) $\frac{1}{7} < \frac{1}{x} < \frac{1}{6}$ (\Rightarrow) $1\frac{3}{7} < \frac{y}{x} < 2$.

№ 752. а) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ (+) $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ (\Rightarrow) $3,1 < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 3,3$;

б) из $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ следует, что $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$, тогда

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ (+) $-1,5 < -\sqrt{2} < -1,4$ (\Rightarrow) $0,2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,4$.

№ 753. а) $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ (\Rightarrow) $4,6 < \sqrt{6} + \sqrt{5} < 4,8$;

б) из $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ следует, что $-2,2 > -\sqrt{5} > -2,3$, тогда

$2,4 < \sqrt{6} < 2,5$ (+) $-2,3 < -\sqrt{5} < -2,2$ (\Rightarrow) $0,1 < \sqrt{6} - \sqrt{5} < 0,3$.

№ 754. Если a — основание, а b — боковая сторона равнобедренного треугольника, то его периметр равен: $P = a + 2b$.

Если $41 \leq b \leq 43$, то умножив это неравенство на 2, получим:

$82 \leq 2b \leq 86$. Тогда сложим неравенства:

$26 \leq a \leq 28$ (+) $82 \leq 2b \leq 86$ (=) $108 \leq a + 2b \leq 114$.

Ответ: $108 \text{ мм} \leq P \leq 114 \text{ мм}$.

№ 755. а) Периметр прямоугольника со сторонами a и b равен:

$P = 2a + 2b$. Если $5,4 < a < 5,5$ и $3,6 < b < 3,7$, то умножив на 2 каж-

дое из этих неравенств получаем: $10,8 < 2a < 11$, $7,2 < 2b < 7,4$.

Тогда сложим неравенства:

$10,8 < 2a < 11$ (+) $7,2 < 2b < 7,4$ (=) $18 < 2a + 2b < 18,4$.

Ответ: $18 \text{ см} < P < 18,4 \text{ см}$.

б) Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна: $S = ab$.

Умножим исходные неравенства:

$5,4 < a < 5,5$ (\times) $3,6 < b < 3,7$ (=) $19,44 < ab < 20,35$.

Ответ: $19,44 \text{ см}^2 < S < 20,35 \text{ см}^2$.

№ 756. Если a и b — стороны прямоугольника, то его площадь рав-

на: $S = ab$. Умножим исходные неравенства: $7,5 \leq a \leq 7,6$ (\times) $5,4 \leq b \leq$

$5,5$ (=) $40,5 \leq ab \leq 41,8$, т.е. площадь S комнаты прямоугольной

формы не меньше $40,5 \text{ м}^2$, значит, это помещение подойдет.

№ 757. Обозначим за α и β — углы треугольника; найдем величину

третьего угла: $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$. Тогда

$58 \leq \alpha \leq 59$ (+) $102 \leq \beta \leq 103$ (=) $160 \leq \alpha + \beta \leq 162$;

$-162 \leq -(\alpha + \beta) \leq -160$;

$-162 + 180 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq -160 + 180$, значит, $18 \leq 180 - (\alpha + \beta) \leq 20$.

Ответ: $18^\circ \leq \gamma \leq 20^\circ$.

Упражнения для повторения

№ 758. Обозначим за a дм — длину стороны квадрата; $(a - 5)$ дм —

ширина оставшейся части листа; площадь оставшейся части листа

равна $(a(a - 5)) \text{ дм}^2$.

Запишем уравнение: $a(a - 5) = 6$; $a^2 - 5a - 6 = 0$;

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 49$;

$a = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$; $a_1 = \frac{5 + 7}{2} = 6$; $a_2 = \frac{5 - 7}{2} = -1$ (не подходит).

Ответ: $6 \times 6 \text{ дм}^2$.

№ 759.

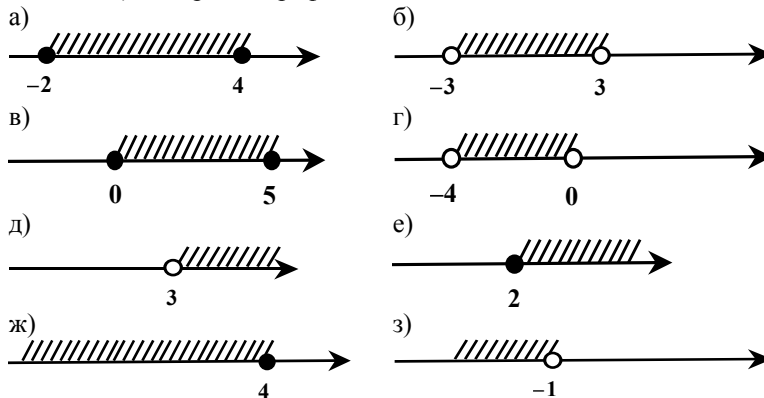
$$\left(\frac{8x}{16-9x^2} + \frac{x}{3x-4} \right) : \left(1 - \frac{4-3x}{4+3x} \right) = \left(\frac{8x}{(4-3x)(4+3x)} - \frac{x}{4-3x} \right) : \left(\frac{4+3x-4+3x}{4-3x} \right) =$$

$$= \frac{8x - 4x - 3x^2}{(4-3x)(4+3x)} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x}{4+3x} : \frac{6x}{4+3x} = \frac{x(4+3x)}{6x(4+3x)} = \frac{1}{6}.$$

§ 12. Неравенства с одной переменной и их системы

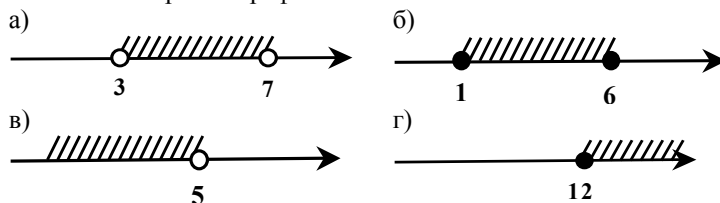
30. Числовые промежутки

№ 761. 1) Изобразим графически:

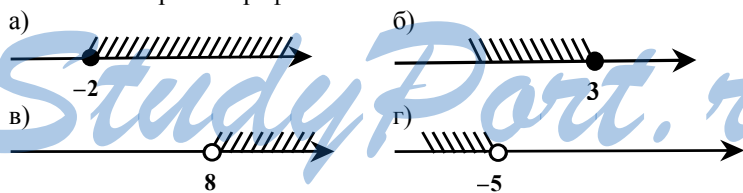


2) а) $[-2; 6]$; б) $[-1; +\infty)$; в) $(-1; 7)$; г) $(-\infty; 4]$.

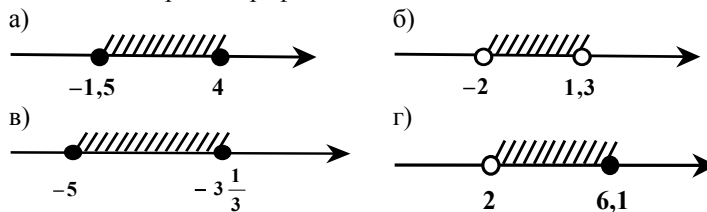
№ 762. Изобразим графически:



№ 763. Изобразим графически:



№ 764. Изобразим графически:



№ 765. а) Принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: $-3,5; -3,9$;

не принадлежат промежутку $(-4; 6,5)$: $-5; 6,5; -4,1$;

б) $-8; -5,5; -5; -6; 7,5$ принадлежат промежутку $[-8; -5]$;

-9 не принадлежит промежутку $[-8; -5]$.

№ 766. а) $-1,5; -1; 0; 3; 5,1; 6,5$; б) $5,1; 6,5$; в) $-1,6; -1,5; -1$.

№ 767. а) $\sqrt{2} \approx 1,41$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

б) $\sqrt{3} \approx 1,73$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

в) $\sqrt{5} \approx 2,24$; число принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$;

г) $\sqrt{6} \approx 2,45$; число не принадлежит промежутку $(1,5; 2,4)$.

№ 768. а) $2; 3; -1; -2,5$; б) $0,9; -0,7; -0,3$.

№ 769. а) $-3; -2; -1; 0; 1; 2$; б) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$.

№ 770. а) $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$; б) $-2; -1; 0; 1; 2$;

в) $-4; -3; -2; -1; 0; 1$; г) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$.

№ 771. а) -9 ; б) 16 ; в) 31 ; г) 7 .

№ 772. 1) принадлежит; 2) $1,99; 1,999$; 3) нет; 4) нет.

№ 773.

а) $(1; 8) \cap (5; 10) = (5; 8)$;



1 5 8 10

б) $[-4; 4] \cap [-6; 6] = [-4; 4]$;



-6 -4 4 6

в) $(5; +\infty) \cap (7; +\infty) = (7; +\infty)$;



5 7

г) $(-\infty; 10) \cap (-\infty; 6) = (-\infty; 6)$.



6 10

№ 774.

а)



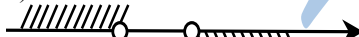
-7 -3 0 5

б)



-4 1 10 12

в)



4 10

г)



3 8

№ 775.

а) $(-3; \infty) \cap (4; +\infty) = (-3; 4)$;

$(-3; \infty) \cup (4; +\infty) = (-3; \infty)$;



-3 4

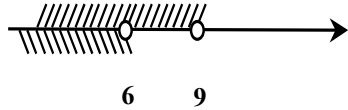
б) $(-\infty; 2) \cap [0; +\infty) = [0; 2)$;

$(-\infty; 2) \cup [0; +\infty) = (-\infty; +\infty)$;

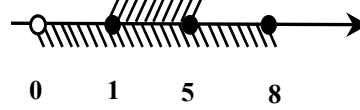


0 2

$$\begin{aligned} \text{в)} (-\infty; 6) \cap (-\infty; 9) &= (6; 9); \\ (-\infty; 6) \cup (-\infty; 9) &= (-\infty; 9); \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{г)} [1; 5] \cap (0; 8] &= [1; 5]; \\ [1; 5] \cup (0; 8] &= (0; 8]. \end{aligned}$$



Упражнения для повторения

$$\text{№ 776. а)} 1 + \frac{a-x}{x} = \frac{x+a-x}{x} = \frac{a}{x} : \frac{ax}{1} = \frac{a}{ax^2} = \frac{1}{x^2};$$

$$\text{б)} \frac{a^2-b^2}{2a^2b^2} - 1 = \frac{a^2-b^2-a^2}{a^2} : \frac{2a^2b^2}{1} = -\frac{b^2}{2a^2b^2a^2} = -\frac{1}{2a^4}.$$

№ 777.

$a^2 + 5 - 2a = a^2 - 2a + 5 = (a^2 - 2a + 1) + 4 = (a - 1)^2 + 4 > 0$ при всех a , значит, $a^2 + 5 > 2a$.

№ 778. Обозначим за x км/ч и $(x+5)$ км/ч — скорость первого и второго поездов; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения первого поезда; $\left(\frac{120}{x+5}\right)$ ч

— время движения второго поезда; 20 мин = $\frac{1}{3}$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = \frac{1}{3};$$

$$360(x+5) - 360x = x(x+5); \quad 360x + 1800 - 360x = x^2 + 5x;$$

$$x^2 + 5x - 1800 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 1(1800) = 25 + 7200 = 7225 = 85^2;$$

$$x = \frac{-5 \pm 85}{2}; \quad x_1 = \frac{-5 - 85}{2} = \frac{-90}{2} = -45 \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = \frac{-5 + 85}{2} = 40; \quad x = 40; \quad x + 5 = 45.$$

Ответ: 40 км/ч — скорость первого поезда; 45 км/ч — скорость второго поезда.

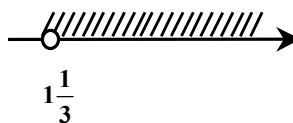
№ 779.

$$y = \frac{3x-1}{x-2} = -1; \quad \frac{3x-1}{x-2} + 1 = 0$$

$$3x - 1 + x - 2 = 0; \quad 4x = 3; \quad x = \frac{3}{4}.$$

31. Решение неравенств с одной переменной

№ 780. $5y > 2(y - 1) + 6;$
 $5y > 2y - 2 + 6; 3y > 4;$
 $y > \frac{4}{3}; y > 1\frac{1}{3};$



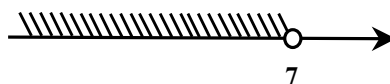
а) Да; б) нет; в) да; г) да.

№ 781.
 $12x + 4 < 7x - 1;$
 $5x < -5; x < -1;$



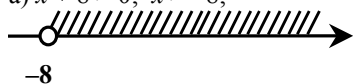
решениями данного неравенства являются числа: $-2; -1,5.$

№ 782.
 $2x < x + 7;$
 $x < 7;$

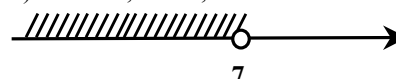


например, решениями данного неравенства будут числа: $-10; 0.$

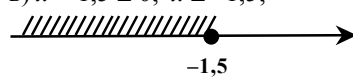
№ 783.
 а) $x + 8 > 0; x > -8;$



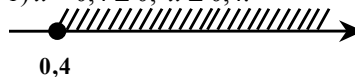
б) $x - 7 < 0; x < 7;$



в) $x + 1,5 \leq 0; x \leq -1,5;$



г) $x - 0,4 \geq 0; x \geq 0,4.$



№ 784. а) $3x > 15; x > 5; (5; +\infty);$ б) $-4x < -16; x > 4; (4; +\infty);$

в) $-x \geq -1; x \leq 1; (-\infty; 1];$ г) $11y \leq 33; y \leq 3; (-\infty; 3];$

д) $12y < 1,8; y < 0,15; (-\infty; 0,15);$

е) $27b \geq 12; b \geq \frac{12}{27}; b \geq \frac{4}{9}; \left[\frac{4}{9}; +\infty\right);$

ж) $-6x > 1,5; -x > 0,25; x < -0,25; (-\infty; -0,25);$

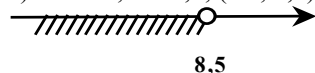
з) $15x \leq 0; x \leq 0; (-\infty; 0];$ и) $0,5y > -4; y > -8; (-8; +\infty);$

к) $2,5a > 0; a > 0; (0; +\infty);$ л) $x > 6; x > 18; (18; +\infty);$

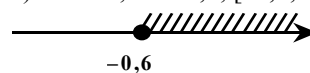
м) $-\frac{1}{7}y < -1; y > 7; (7; +\infty).$

№ 785.

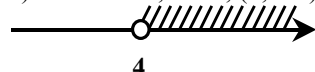
а) $2x < 17; x < 8,5; (-\infty; 8,5);$



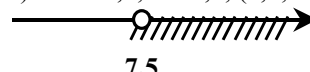
б) $5x \geq -3; x \geq -0,6; [-0,6; +\infty);$



в) $-12x < -48; x > 4; (4; +\infty);$

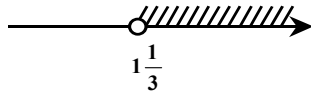


г) $-x < -7,5; x > 7,5; (7,5; +\infty);$



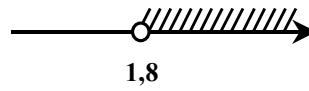
д) $30x > 40; x > \frac{4}{3};$

$x > 1\frac{1}{3}; \left(1\frac{1}{3}; +\infty\right);$

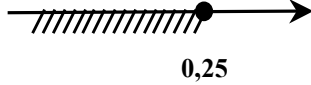


е) $-15x < 27; -x < -;$

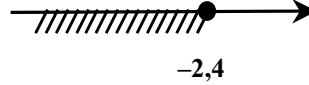
$x > 1,8; (1,8; +\infty);$



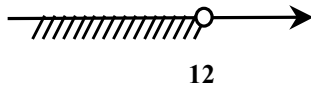
ж) $-4x \geq -1; x \leq 0,25; (-\infty; 0,25];$



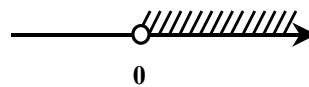
з) $10x \leq -24; x \leq -2,4; (-\infty; -2,4];$



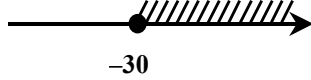
и) $\frac{1}{6}x < 2; x < 12; (-\infty; 12);$



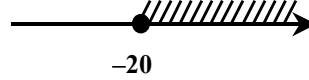
к) $-\frac{1}{3}x < 0; x > 0; (0; +\infty);$



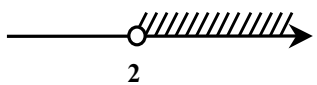
л) $0,02x \geq -0,6; x \geq -30; [-30; +\infty);$



м) $-1,8x \leq 36; x \geq -20; [-20; +\infty).$

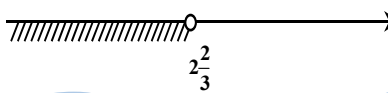


№ 786.



$5x + 1 > 11; 5x > 10; x > 2;$ например, решениями данного неравенства будут числа: 9; 11; 13.

№ 787.



$3x - 2 < 6; 3x < 6 + 2; 3x < 8;$
 $x < \frac{8}{3}; x < 2\frac{2}{3};$

$2\frac{4}{7}$ является решением данного неравенства, а 4 и $2\frac{4}{5}$ — не являются его решениями.

№ 788. а) $7x - 2,4 < 0,4; 7x < 2,4 + 0,4; x < 0,4; (-\infty; 0,4);$

б) $1 - 5y > 3; 1 - 3 > 5y; y < -\frac{2}{5}; y < -0,4; (-\infty; -0,4);$

в) $2x - 17 \geq -27; 2x \geq -27 + 17; x \geq -5; [-5; +\infty);$

г) $2 - 3a \leq 1; -3a \leq 1 - 2; 3a \geq 1; a \geq \frac{1}{3}; \left[\frac{1}{3}; +\infty\right);$

д) $17 - x > 10 - 6x; -x + 6x > 10 - 17; 5x > -7; x > -\frac{7}{5}; x > -1\frac{2}{5}; \left(-1\frac{2}{5}; +\infty\right);$

е) $30 + 5x \leq 18 - 7x; 30 - 18 \leq -7x - 5x; -12x \geq 12; x \leq -1; (-\infty; -1];$

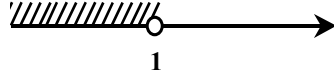
ж) $64 - 6y \geq 1 - y$; $64 - 1 \geq -y + 6y$; $5y \leq 63$; $y \leq 12,6$; $(-\infty; 12,6]$;

з) $8 + 5y \leq 21 + 6y$; $8 - 21 \leq 6y - 5y$; $-13 \leq y$; $y \geq -13$; $[-13; +\infty)$.

№ 789.

а) $11x - 2 < 9$; $11x < 9 + 2$;

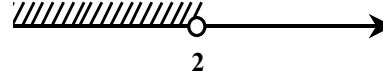
$11x < 11$; $x < 1$; $(-\infty; 1)$;



1

б) $2 - 3y > 4$; $2 + 4 > 3y$;

$3y < 6$; $y < 2$; $(-\infty; 2)$;



2

в) $17 - x \leq 11$; $17 - 11 \leq x$;

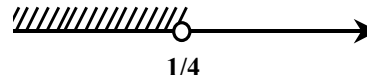
$x \geq 6$; $[6; +\infty)$;



6

г) $2 - 12x > -1$; $2 + 1 > 12x$; $12x < 3$;

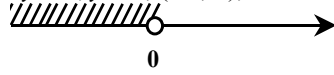
$x < \frac{1}{4}$; $(-\infty; \frac{1}{4})$;



1/4

д) $3y - 1 > -1 + 6y$; $-1 + 1 > 6y - 3y$;

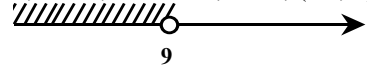
$3y < 0$; $y < 0$; $(-\infty; 0)$;



0

е) $0,2x - 2 < 7 - 0,8x$;

$0,2x + 0,8x < 7 + 2$; $x < 9$; $(-\infty; 9)$;



9

ж) $6b - 1 < 12 + 7b$; $7b - 6b > -1 - 12$;

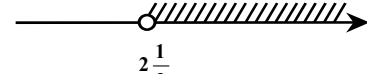
$b > -13$; $(-13; +\infty)$;



-13

з) $16x - 34 > x + 1$;

$16x - x > 1 + 34$; $15x > 35$;



2 1/3

$x > \frac{35}{15}$; $x > \frac{7}{3}$; $x > 2\frac{1}{3}$; $(2\frac{1}{3}; +\infty)$.

№ 790. а) $2x - 1 > 0$; $2x > 1$; $x > \frac{1}{2}$;

б) $21 - 3y < 0$; $-3y < -21$; $3y > 21$; $y > 7$;

в) $5 - 3c > 80$; $-3c > 80 - 5$; $-3c > 75$; $c < -25$.

№ 791. а) $2a - 1 < 7 - 1,2a$; $2a + 1,2a < 7 + 1$; $3,2a < 8$; $a < 2,5$;

б) $1,5p - 1 > 1 + 1,1p$; $1,5p - 1,1p > 1 + 1$; $0,4p > 2$; $p > 5$.

№ 792. а) $5(x - 1) + 7 \leq 1 - 3(x + 2)$; $5x - 5 + 7 \leq 1 - 3x - 6$;

$8x \leq -7$; $x \leq -\frac{7}{8}$; $(-\infty; -\frac{7}{8}]$;

б) $4(a + 8) - 7(a - 1) < 12$; $4a + 32 - 7a + 7 < 12$; $-3a < -27$; $a > 9$; $(9; +\infty)$;

в) $4(b - 1,5) - 1,2 \geq 6b - 1$; $4b - 6 - 1,2 \geq 6b - 1$; $-6,2 \geq 2b$; $b \leq -3,1$; $(-\infty; -3,1]$;

г) $1,7 - 3(1 - m) \leq -(m - 1,9)$; $1,7 - 3 + 3m \leq -m + 1,9$; $4m \leq 3,2$; $m \leq 0,8$; $(-\infty; 0,8]$;

д) $4x > 12(3x - 1) - 16(x + 1)$; $4x > 36x - 12 - 16x - 16$; $4x > 20x - 28$; $28 > 16x$;

$x < \frac{28}{16}$; $x < 1\frac{3}{4}$; $(-\infty; 1\frac{3}{4})$;

e) $a + 2 < 5(2a + 8) + 13(4 - a)$; $a + 2 < 10a + 40 + 52 - 13a$;

$4a < 90$; $a < 22,5$; $(-\infty; 22,5)$;

ж) $6y - (y + 8) - 3(2 - y) \leq 2$; $6y - y - 8 - 6 + 3y \leq 2$;

$8y \leq 16$; $y \leq 2$; $(-\infty; 2]$.

№ 793. а) $4(2 - 3x) - (5 - x) > 11 - x$; $8 - 12x - 5 + x > 11 - x$;

$-10x > 8$; $x < -0,8$; $(-\infty; -0,8)$;

б) $2(3 - z) - 3(2 + z) \leq z$; $6 - 2z - 3z - 6 \leq z$; $-6z \leq 0$; $z \geq 0$; $[0; +\infty)$;

в) $1 > 1,5(4 - 2a) + 0,5(2 - 6a)$; $1 > 6 - 3a + 1 - 3a$; $-6 > -6a$; $a > 1$; $(1; +\infty)$;

г) $2,5(2 - y) - 1,5(y - 4) \leq 3 - y$; $5 - 2,5y - 1,5y + 6 \leq 3 - y$;

$-4y + 11 \leq 3 - y$; $8 \leq 3y$; $y \geq \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; $\left[2\frac{2}{3}; +\infty\right)$;

д) $x - 2 \geq 4,7(x - 2) - 2,7(x - 1)$; $x - 2 \geq 4,7x - 9,4 - 2,7x + 2,7$;

$x - 2 \geq 2x - 6,7$; $x \leq 4,7$; $(-\infty; 4,7]$;

е) $3,2(a - 6) - 1,2a \leq 3(a - 8)$; $3,2a - 19,2 - 1,2a \leq 3a - 24$;

$2a - 3a \leq -24 + 19,2$; $a \geq 4,8$; $[4,8; +\infty)$.

№ 794.

а) $a(a - 4) - a^2 > 12 - 6a$;

$a^2 - 4a - a^2 > 12 - 6a$;

$-4a + 6a > 12$; $a > 6$; $(6; +\infty)$;



6

б) $(2x - 1)2x - 5x < 4x^2 - x$;

$4x^2 - 2x - 5x < 4x^2 - x$;

$-6x < 0$; $x > 0$; $(0; +\infty)$;



0

в) $5y^2 - 5y(y + 4) \geq 100$;

$5y^2 - 5y^2 - 20y \geq 100$;

$-20y \geq 100$; $-y \geq 5$; $y \leq -5$; $(-\infty; -5]$;



-5

г) $6a(a - 1) - 2a(3a - 2) < 6$;

$6a^2 - 6a - 6a^2 + 4a < 6$;

$-2a < 6$; $a > -3$; $(-3; +\infty)$.



-3

№ 795.

а) $0,2x^2 - 0,2(x - 6)(x + 6) > 3,6x$; $0,2x^2 - 0,2(x^2 - 36) > 3,6x$;

$0,2x^2 - 0,2x^2 + 7,2 > 3,6x$; $x < 2$; $(-\infty; 2)$;

б) $(2x - 5)^2 - 0,5x < (2x - 1)(2x + 1) - 15$;

$4x^2 - 20x + 25 - 0,5x < 4x^2 - 1 - 15$; $-20,5x < -41$; $x > 2$; $(2; +\infty)$;

в) $(12x - 1)(3x + 1) < 1 + (6x + 2)^2$; $36x^2 + 12x - 3x - 1 < 1 + 36x^2 + 24x + 4$;

$9x - 1 < 24x + 5$; $15x > -6$; $x > -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$; $\left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$;

г) $(4y - 1)^2 > (2y + 3)(8y - 1)$; $16y^2 - 8y + 1 > 16y^2 - 2y + 24y - 3$;

$-30y > -4$; $y < \frac{2}{15}$; $\left(-\infty; \frac{2}{15}\right)$.

№ 796. а) $4b(1-3b) - (b-12b^2) < 43$; $4b - 12b^2 - b + 12b^2 < 43$;

$4b - b < 43$; $3b < 43$; $b < \frac{43}{3} = 14\frac{1}{3}$; $(-\infty; 14\frac{1}{3})$;

б) $3y^2 - 2y - 3y(y-6) \geq -2$; $3y^2 - 2y - 3y^2 + 18y \geq -2$;

$16y \geq -2$; $y \geq -\frac{2}{16} = -\frac{1}{8}$; $[-\frac{1}{8}; +\infty)$;

в) $2p(5p+2) - p(10p+3) \leq 14$; $10p^2 + 4p - 10p^2 - 3p \leq 14$; $p \leq 14$; $(-\infty; 14]$;

г) $a(a-1) - (a^2+a) < 34$; $a^2 - a - a^2 - a < 34$;

$-2a < 34$; $-a < 17$; $a > -17$; $(-17; +\infty)$.

№ 797. а) $\frac{2x}{5} > 1$; $x > \frac{5}{2}$; $x > 2,5$; $(2,5; +\infty)$;

б) $\frac{x}{3} < 2$; $x < 6$; $(-\infty; 6)$; в) $\frac{6x}{7} \geq 0$; $x \geq 0$; $[0; +\infty)$;

г) $\frac{3x-1}{4} > 2$; $3x-1 > 8$; $3x > 9$; $x > 3$; $(3; +\infty)$;

д) $2 > \frac{6-x}{5}$; $10 > 6-x$; $4 > -x$; $x > -4$; $(-4; +\infty)$;

е) $\frac{2+3x}{18} < 0$; $2+3x < 0$; $3x < -2$; $x < -\frac{2}{3}$; $(-\infty; -\frac{2}{3})$;

ж) $\frac{12-7x}{42} \geq 0$; $12-7x \geq 0$; $7x \geq 12$; $x \leq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$; $(-\infty; 1\frac{5}{7}]$;

з) $\frac{1}{3}(x+15) > 4$; $\frac{1}{3}x+5 > 4$; $\frac{1}{3}x > -1$; $x > -3$; $(-3; +\infty)$;

и) $6 \leq \frac{2}{7}(x+4)$; $6 \leq \frac{2}{7}x + \frac{8}{7}$; $-\frac{2}{7}x \leq \frac{8}{7} - 6$;

$-2x \leq 8 - 42$; $-2x \leq -34$; $x \geq 17$; $[17; +\infty)$.

№ 798. а) $\frac{9x}{5} \geq 0$; $x \geq 0$; $[0; +\infty)$; б) $1 < \frac{3x}{4}$; $x > \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; $(1\frac{1}{3}; +\infty)$

в) $\frac{5+6x}{2} > 3$; $5+6x > 6$; $6x > 1$; $x > \frac{1}{6}$; $(\frac{1}{6}; +\infty)$;

г) $\frac{4x-11}{4} \leq 0$; $4x-11 \leq 0$; $4x \leq 11$; $x \leq \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$; $(-\infty; 2\frac{3}{4}]$;

д) $\frac{1}{7}x \geq 14$; $[14; +\infty)$;

е) $\frac{2}{11}(x-4) < 3$; $\frac{2}{11}x - \frac{2 \cdot 4}{11} < 3$; $2x-8 < 33$; $2x < 41$; $x < 20,5$; $(-\infty; 20,5)$.

№ 799. а) $\frac{7-2y}{6} > \frac{3y-7}{12}$; $\frac{7-2y}{6} - \frac{3y-7}{12} > 0$;

$14 - 4y - 3y + 7 > 0$; $-7y > -21$; $y < 3$;

б) $\frac{4,5-2y}{5} < \frac{2-3y}{10}$; $2(4,5-2y) < 2-3y$; $9-4y < 2-3y$; $y > 7$;

в) $5y-1 > \frac{3y-1}{4}$; $20y-4 > 3y-1$; $17y > 3$; $y > \frac{3}{17}$;

г) $\frac{5-2y}{12} < 1-6y$; $5-2y < 12-72y$; $5-12 < -72y+2y$;

$70y < 7$; $y < \frac{7}{70} = 0,1$.

№ 800. а) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} < 5$; $3x+2x < 30$; $5x < 30$; $x < 6$; $(-\infty; 6)$;

б) $\frac{3y}{2} - \frac{y}{3} \geq 2$; $9y-2y \geq 12$; $7y \geq 12$; $y \geq \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$; $\left[1\frac{5}{7}; +\infty\right)$;

в) $\frac{x}{4} - \frac{x}{2} > -3$; $x-2x > -12$; $x < 12$; $(-\infty; 12)$;

г) $y + \frac{y}{2} > 3$; $2y+y > 6$; $3y > 6$; $y > 2$; $(2; +\infty)$;

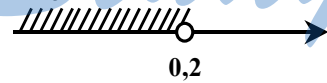
д) $\frac{2x}{5} - x \leq 1$; $2x-5x \leq 5$; $-3x \leq 5$; $x \geq -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$; $\left[-1\frac{2}{3}; +\infty\right)$;

е) $\frac{3x}{4} - 2x < 0$; $3x-8x < 0$; $-5x < 0$; $x > 0$; $(0; +\infty)$.

№ 801.

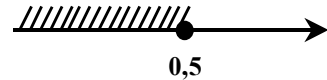
а) $\frac{13x-1}{2} < 4x$; $13x-1 < 8x$; $13x-8x < 1$; $5x < 1$;

$x < \frac{1}{5} = 0,2$; $(-\infty; 0,2)$;



б) $\frac{5-2a}{4} \geq 2a$; $5-2a \geq 8a$; $5 \geq 8a+2a$; $5 \geq 10a$;

$a \leq \frac{5}{10} = 0,5$; $(-\infty; 0,5]$;



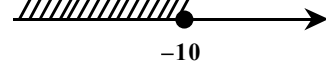
$$b) \frac{x}{4} - \frac{x}{5} \leq 2; 5x - 4x \leq 40;$$

$$x \leq 40; (-\infty; 40];$$



$$r) \frac{2y}{5} - \frac{y}{2} \geq 1; 4y - 5y \geq 10; -y \geq 10;$$

$$y \leq -10; (-\infty; -10].$$



№ 802.

$$a) \frac{3+x}{4} + \frac{2-x}{3} < 0; 9 + 3x + 8 - 4x < 0; x > 17; (17; +\infty);$$

$$b) \frac{4-y}{5} - 5y \geq 0; 4 - y - 25y \geq 0; -26y \geq -4; y \leq \frac{4}{26} = \frac{2}{13}; \left(-\infty; \frac{2}{13}\right];$$

$$b) y - \frac{2y-1}{4} \geq 1; 4y - 2y + 1 \geq 4; 2y \geq 3; y \geq 1,5; [1,5; +\infty);$$

$$r) x - \frac{x-3}{5} + \frac{2x-1}{10} \leq 4; 10x - 2x + 6 + 2x - 1 \leq 40; 10x \leq 35; x \leq 3,5; (-\infty; 3,5];$$

$$d) \frac{y-1}{2} - 1 + \frac{2y-1}{6} > y; 3y - 3 - 3 + 2y - 1 - 6y > 0; y < -10; (-\infty; -10);$$

$$e) p - \frac{p-1}{2} - \frac{p+3}{4} > 2;$$

$$4p - 2(p-1) - (p+3) > 8; 4p - 2p + 2 - p - 3 > 8; p > 9; (9; +\infty).$$

№ 803.

$$a) \frac{2a-1}{2} - \frac{3a-3}{5} > a; 10a - 5 - 6a + 6 > 10a; 4a + 1 > 10a;$$

$$1 > 6a; a < \frac{1}{6}; \left(-\infty; \frac{1}{6}\right);$$

$$b) x - \frac{2x+3}{2} \leq \frac{x-1}{4}; 4x - 4x - 6 \leq x - 1; -6 \leq x - 1; x \geq -5; [-5; +\infty);$$

$$b) \frac{5x-1}{5} + \frac{x+1}{2} \leq x; 10x - 2 + 5x + 5 \leq 10x; 5x + 3 \leq 0; 5x \leq -3; x \leq -\frac{3}{5}; \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right];$$

$$r) \frac{y-1}{2} - \frac{2y+3}{8} - y > 2; 4y - 4 - 2y - 3 - 8y > 16; -6y > 23;$$

$$y < -\frac{23}{6} = -3\frac{5}{6}; \left(-\infty; -3\frac{5}{6}\right).$$

№ 804.

а) $\frac{2a-1}{4} + \frac{a-1}{3} > 0$;

$3(2a-1) + 4(a-1) > 0$; $6a-3+4a-4 > 0$; $10a > 7$; $a > 0,7$;

б) $\frac{3b-1}{2} - \frac{1+5b}{4} < 0$;

$2(3b-1) - (1+5b) < 0$; $6b-2-2-5b < 0$; $b < 3$.

№ 805.

а) $31(2x+1) - 12x > 50x$; $62x+31-12x > 50x$; $50x+31 > 50x$; $0 < 31$;
значит, x — любое действительное число;

б) $x+4 - \frac{x}{3} < \frac{2x}{3}$; $3x+12-x < 2x$; $12 < 0$,

но $12 > 0$, значит, неравенство не имеет решений;

в) $3x+7 > 5(x+2) - (2x+1)$; $3x+7 > 5x+10-2x-1$; $3x+7 > 3x+9$; $7 > 9$,
но $7 < 9$, значит, неравенство не имеет решений;

г) $\frac{12x-1}{3} < 4x-3$; $12x-1 < 12x-9$; $-1 < -9$,

но $-1 > -9$, значит, неравенство не имеет решений.

№ 806.

а) $y = -1,5x + 7,5 = 0$; $1,5x = 7,5$; $x = 5$;

б) $y = -1,5x + 7,5 > 0$; $-1,5x > -7,5$; $x < 5$;

в) $y = -1,5x + 7,5 < 0$; $-1,5x < -7,5$; $x > 5$.

№ 807.

1) $y = 2x + 13 > 0$; $2x > -13$; $x > -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$;

2) $y = 2x + 13 < 0$; $2x < -13$; $x < -\frac{13}{2} = -6\frac{1}{2}$.

№ 808.

Выражение такого типа имеет смысл, когда корень можно извлечь корректно, так что найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно.

а) $2x-4 \geq 0$; $2x \geq 4$; $x \geq 2$;

б) $4-6a \geq 0$; $-6a \geq -4$; $a \leq \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

в) $\frac{1+3a}{25} \geq 0$; $1+3a \geq 0$; $a \geq -\frac{1}{3}$;

г) $\frac{7-5a}{8} \geq 0$; $7-5a \geq 0$; $-5a \geq -7$; $a \leq \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$;

д) $-3(1-5x) \geq 0$; $1-5x \leq 0$; $1 \leq 5x$; $x \geq \frac{1}{5}$;

е) $-(6-x) \geq 0$; $6-x \leq 0$; $x \geq 6$.

№ 809.

а) $1,6 - (3 - 2y) < 5$; $1,6 - 3 + 2y < 5$; $2y < 5 + 3 - 1,6$; $2y < 6,4$; $y < 3,2$;
наибольшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 3;
б) $8(6 - y) < 24,2 - 7y$; $48 - 8y < 24,2 - 7y$; $48 - 24,2 < -7y + 8y$;
 $23,8 < y$; $y > 23,8$;
наименьшее целое y , удовлетворяющее неравенству, — это 24;

№ 810.

а) $(2 - 2n) - (5n - 27) > 0$; $2 - 2n - 5n + 27 > 0$;

$-7n > -29$; $n < \frac{29}{7}$; $n < 4\frac{1}{7}$; при $n = 1; 2; 3; 4$;

б) $(-27,1 + 3n) + (7,1 + 5n) < 0$; $-27,1 + 3n + 7,1 + 5n < 0$;

$8n < 20$; $n < \frac{20}{8}$; $n < \frac{5}{2}$; $n < 2,5$; при $n = 1; 2$.

№ 811.

Обозначим за a см — длину неизвестной стороны прямоугольника. Периметр прямоугольника равен $2(6 + a)$ см. Периметр квадрата равен 16 см. Запишем неравенство: $2(6 + a) < 16$; $2a < 4$; $a < 2$.

Ответ: длина другой стороны прямоугольника должна быть меньше 2 см.

№ 812.

Обозначим за c дм высоту параллелепипеда, a дм и b дм — длина и ширина его основания. Объем параллелепипеда $V = abc$. Объем куба равен 9^3 (дм³). Объем параллелепипеда должен быть меньше, чем объем куба. Составляем неравенство: $12 \cdot 5 \cdot c < 9^3$; $60c < 729$; $c < 12,15$.
Ответ: высота параллелепипеда должна быть меньше 12,15 дм.

№ 813.

Обозначим за s км — расстояние, на которое могут отъехать туристы.

Тогда t и $\left(\frac{s}{20}\right)$ ч — время, затраченное на путь по течению и против течения реки. По условию суммарное время не превосходит 3 ч. Составляем неравенство:

$$\frac{s}{20} + \frac{s}{16} \leq 3; \quad 4s + 5s \leq 240; \quad 9s \leq 240; \quad s \leq \frac{240}{9} = 26\frac{2}{3}.$$

Ответ: туристы могут отъехать на расстояние не более $26\frac{2}{3}$ км.

Упражнения для повторения

№ 814. Подставляя $x = 1 - \sqrt{3}$ — получаем:

$$\frac{x^2 + x - 5}{x - 1} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2 + 1 - \sqrt{3} - 5}{1 - \sqrt{3} - 1} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3 + 1 - \sqrt{3} - 5}{-\sqrt{3}} = \frac{-3\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = 3.$$

№ 815.

$$a) \frac{x^2-4}{6} - \frac{x}{2} = \frac{x-4}{3}; \quad x^2-4-3x=2(x-4); \quad x^2-4-3x-2x+8=0;$$

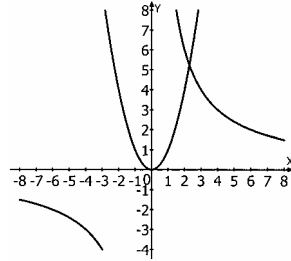
$$x^2-5x+4=0; (x-2)(x+4)=0; \quad x_1=1; x_2=4;$$

$$б) \frac{2x^2-1}{2} - x + \frac{1}{2} = 0; \quad 2x^2-1-2x+1=0; 2x^2-2x=0; 2x(x-1)=0;$$

$$1) 2x=0; x_1=0; \quad 2) x-1=0; x_2=1.$$

№ 816.

Построим график функций $y = \frac{12}{x}$; $y = x^3$:



Из графика получаем, что $x \approx 2,3$.

№ 817.

Обозначим за x км/ч — скорость данной лодки в стоячей воде, тогда ее скорость по течению реки равна $(x+3)$ км/ч; ее скорость против течения реки $(x-3)$ км/ч; $\left(\frac{30}{x+3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла

по течению реки; $\left(\frac{30}{x-3}\right)$ ч — время, которое лодка плыла против

течения реки; $5\text{ч } 20\text{ мин} = 5\frac{1}{3}$ ч.

$$\text{Запишем уравнение: } \frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} = 5\frac{1}{3}; \quad \frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} = \frac{16}{3};$$

$$90(x-3) + 90(x+3) = 16(x+3)(x-3);$$

$$90x - 270 + 90x + 270 = 16(x^2 - 9); \quad 180x = 16x^2 - 144;$$

$$4x^2 - 45x - 36 = 0; \quad D = (-45)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-36) = 2025 + 576 = 2601 = 51^2;$$

$$x = \frac{45 \pm 51}{8}; \quad x_1 = \frac{45-51}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \text{ (не подходит);}$$

$$x_2 = \frac{45+51}{8} = \frac{96}{8} = 12.$$

Ответ: 12 км/ч.

32. Решение систем неравенств с одной переменной

№ 818.

а) $\begin{cases} 6x-1 > x, \\ 4x-32 < 3x; \end{cases}$ Подставим $x = 3$: $\begin{cases} 6 \cdot 3 - 1 > 3 \\ 4 \cdot 3 - 32 < 3 \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 14 > 0, \\ -27 < 0; \end{cases}$

число 3 является решением данной системы неравенств.

б) $\begin{cases} 7x < 5x + 7, \\ 3x - 1 > 5 - x; \end{cases}$ Подставим $x = 3$: $\begin{cases} 7 \cdot 3 < 5 \cdot 3 + 7, \\ 3 \cdot 3 - 1 > 5 - 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 0 < 1, \\ 8 > 2; \end{cases}$

число 3 является решением данной системы неравенств.

в) $\begin{cases} 5x + 4 < 20, \\ 3 - 2x > -1; \end{cases}$ Подставим $x = 3$: $\begin{cases} 5 \cdot 3 + 4 < 20, \\ 3 - 2 \cdot 3 > -1; \end{cases}$ $\begin{cases} 19 < 20, \\ -3 > -1; \end{cases}$

но $-3 < -1$, значит, число 3 не является решением данной системы неравенств.

№ 819.

$$\begin{cases} 3x - 22 < 0, \\ 2x - 1 > 3; \end{cases} \begin{cases} 3x < 22, \\ 2x > 3 + 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{22}{3}, \\ 2x > 4; \end{cases} \begin{cases} x < 7\frac{1}{3}, \\ x > 2. \end{cases}$$

-2 и 0 не принадлежат $\left(2; 7\frac{1}{3}\right)$, значит, только числа 5 и 6 являются

решением этой системы неравенств.

№ 820.

а) $\begin{cases} x > 17, \\ x > 12; \end{cases}$ $x > 17; (17; +\infty)$; б) $\begin{cases} x < 1, \\ x < 5; \end{cases}$ $x < 1; (-\infty; 1)$;

в) $\begin{cases} x > 0, \\ x < 6; \end{cases}$ $0 < x < 6; (0; 6)$; г) $\begin{cases} x < -3,5, \\ x > 8; \end{cases}$ система не имеет решений;

д) $\begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 3; \end{cases}$ $-1 \leq x \leq 3; (-1; 3)$; е) $\begin{cases} x > 8, \\ x \leq 20; \end{cases}$ $8 < x \leq 20; (8; 20]$.

№ 821.

а) $\begin{cases} 2x - 12 > 0, \\ 3x < 9; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x > 12, \\ 3x < 9; \end{cases}$ $\begin{cases} x > 6, \\ x < 3; \end{cases}$ система не имеет решений;

б) $\begin{cases} 4y < -4, \\ 5 - y > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y < -1, \\ -y > -5; \end{cases}$ $\begin{cases} y < -1, \\ y < 5; \end{cases}$ $(-\infty; -1)$;

в) $\begin{cases} 3x - 10 < 0, \\ 2x > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x < 10, \\ x > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x < 3\frac{1}{3}, \\ x > 0; \end{cases}$ $\left(0; 3\frac{1}{3}\right)$;

г) $\begin{cases} 6y \geq 42, \\ 4y + 12 \leq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 7, \\ 4y \leq -12; \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 7, \\ y \leq -3; \end{cases}$ система не имеет решений.

№ 822.

$$а) \begin{cases} x - 0,8 > 0, \\ -5x < 10; \end{cases} \begin{cases} x > 0,8, \\ x > -2; \end{cases} x > 0,8; (0,8; +\infty);$$

в частности, решениями системы являются числа 5; 7; 10;

$$б) \begin{cases} 2 - x \leq 0, \\ x - 4 \leq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \leq -2, \\ x \leq 4; \end{cases} \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 4; \end{cases} [2; 4];$$

в частности, решениями системы являются числа 2,5; 3; 3,7;

$$в) \begin{cases} 1 > 3x, \\ 5x - 1 > 0; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ 5x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{5}; \end{cases} \left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3} \right);$$

в частности, решениями системы являются числа 0,25; 0,29; 0,31;

$$г) \begin{cases} 10x < 2, \\ x > 0,1; \end{cases} \begin{cases} x < 0,2, \\ x > 0,1; \end{cases} (0,1; 0,2);$$

в частности, решениями системы являются числа 0,13; 0,14; 0,17.

№ 823.

$$а) \begin{cases} 0,4x - 1 \leq 0, \\ 2,3 \geq 4,6; \end{cases} \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq 2; \end{cases} [2; 2,5];$$

$$б) \begin{cases} 0,7x - 2,1 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases} \begin{cases} 0,7 < 2,1, \\ x > \frac{3}{2}; \end{cases} \begin{cases} x < 3, \\ x > 1\frac{1}{2}; \end{cases} \left(1\frac{1}{2}; 3 \right);$$

$$в) \begin{cases} 0,3x > 4, \\ 0,2x + 1 < 6; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{40}{3}, \\ 0,2x < 5; \end{cases} \begin{cases} x > 13\frac{1}{3}, \\ x < 25; \end{cases} \left(13\frac{1}{3}; 25 \right);$$

$$г) \begin{cases} \frac{5}{6}x - 10 \leq 0, \\ 3x \leq 1\frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} \frac{5}{6}x \leq 10, \\ x \leq \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{9}; \end{cases} \begin{cases} x \leq 12, \\ x \leq \frac{4}{9}; \end{cases} \left(-\infty; \frac{4}{9} \right].$$

№ 824.

$$а) \begin{cases} 0,6x + 7,2 > 0, \\ 5,2 \geq 2,6x; \end{cases} \begin{cases} 0,6x > -7,2, \\ x \leq 2; \end{cases} \begin{cases} x > -\frac{72}{6}, \\ x \leq 2; \end{cases} \begin{cases} x > -12, \\ x \leq 2; \end{cases} (-12; 2];$$

$$б) \begin{cases} 1,5x + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} 1,5x \leq 4,5, \\ \frac{1}{9}x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq 9; \end{cases} \text{система не имеет решений};$$

$$в) \begin{cases} 0,2x < 3, \\ \frac{1}{6}x > 0; \end{cases} \begin{cases} x < 15, \\ x > 0; \end{cases} (0; 15);$$

$$г) \begin{cases} 2x - 6,5 < 0, \\ \frac{1}{3}x < -1; \end{cases} \begin{cases} 2x < 6,5, \\ x < -3; \end{cases} \begin{cases} x < 3,25, \\ x < -3; \end{cases} (-\infty; -3).$$

№ 825.

$$а) \begin{cases} 2x - 1 < 1,4 - x, \\ 3x - 2 > x - 4; \end{cases} \begin{cases} 3x < 2,4, \\ 2x > -2; \end{cases} \begin{cases} x < 0,8, \\ x > -1; \end{cases} (-1; 0,8);$$

$$б) \begin{cases} 5x + 6 \leq x, \\ 3x + 12 \leq x + 17; \end{cases} \begin{cases} 4x \leq -6, \\ 2x \leq 5; \end{cases} \begin{cases} x \leq -1,5, \\ x \leq 2,5; \end{cases} (-\infty; -1,5];$$

$$в) \begin{cases} 17x - 2 > 12x - 1, \\ 3 - 9x < 1 - x; \end{cases} \begin{cases} 5x > 1, \\ 8x > 2; \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x > \frac{1}{4}; \end{cases} \left(\frac{1}{4}; +\infty\right);$$

$$г) \begin{cases} 25 - 6x \leq 4 + x, \\ 3x + 7,7 > 1 + 4x; \end{cases} \begin{cases} 21 \leq 7x, \\ -x > -6,7; \end{cases} \begin{cases} x \geq 3, \\ x < 6,7; \end{cases} [3; 6,7).$$

№ 826.

$$а) \begin{cases} 57 - 7x > 3x - 2, \\ 22x - 1 < 2x + 47; \end{cases} \begin{cases} 57 + 1 > 3x + 7x, \\ 22x - 2x < 47 + 1; \end{cases} \begin{cases} 59 > 10x, \\ 20x < 48; \end{cases} \begin{cases} x < 5,9, \\ x < 2,4; \end{cases} (-\infty; 2,4);$$

$$б) \begin{cases} 1 - 12y < 3y + 1, \\ 2 - 6y > 4 + 4y; \end{cases} \begin{cases} 0 < 3y + 12y, \\ 2 - 4 > 4y + 6y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y > 0, \\ 10y < -2; \end{cases} \begin{cases} y > 0, \\ y < -0,2; \end{cases} \text{система не имеет решений;}$$

$$в) \begin{cases} 102 - 73z > 2z + 2, \\ 81 + 11z \geq 1 + z; \end{cases} \begin{cases} 100 > 75z, \\ 10z \geq -80; \end{cases} \begin{cases} z < \frac{4}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \begin{cases} z < 1\frac{1}{3}, \\ z \geq -8; \end{cases} \left[-8; 1\frac{1}{3}\right);$$

$$г) \begin{cases} 6 + 6,2x \geq 12 - 1,8x, \\ 2 - x \geq 3,5 - 2x; \end{cases} \begin{cases} 6,2x + 1,8x \geq 12 - 6, \\ -x + 2x \geq 3,5 - 2; \end{cases} \begin{cases} 8x \geq 6, \\ x \geq 1,5; \end{cases} 0,75; \begin{cases} x \geq 0,75, \\ x \geq 1,5; \end{cases} [1,5; +\infty).$$

№ 827.

а) $\sqrt{3 - 2x} + \sqrt{1 - x}$; найдем, когда подкоренные выражения неотри-

$$\text{цательны: } \begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 1 - x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 3 \geq 2x, \\ 1 \geq x; \end{cases} \begin{cases} x \leq 1\frac{1}{2}, \\ x \leq 1; \end{cases} (-\infty; 1];$$

б) $\sqrt{x} - \sqrt{3x-1}$; найдем, когда подкоренные выражения неотрица-

тельны: $\begin{cases} x \geq 0, \\ 3x-1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ 3x \geq 1; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq \frac{1}{3}; \end{cases} \left[\frac{1}{3}; +\infty \right);$

в) $\sqrt{6-x} - \sqrt{3x-9}$; найдем, когда подкоренные выражения неотри-

цательны: $\begin{cases} 6-x \geq 0, \\ 3x-9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} -x \geq -6, \\ 3x \geq 9; \end{cases} \begin{cases} x \leq 6, \\ x \geq 3; \end{cases} [3; 6];$

г) $\sqrt{2x+2} + \sqrt{6-4x}$; найдем, когда подкоренные выражения

неотрицательны: $\begin{cases} 2x+2 \geq 0, \\ 6-4x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ -4x \geq -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1, \\ x \leq 1,5; \end{cases} [-1; 1,5].$

№ 828. а) $\begin{cases} 5(x-2) - x > 2, \\ 1-3(x-1) < -2; \end{cases} \begin{cases} 5x-10-x > 2, \\ 1-3x+3 < -2; \end{cases} \begin{cases} 4x > 12, \\ -3x < -6; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x > 2; \end{cases} (3; +\infty);$

б) $\begin{cases} 2y - (y-4) < 6, \\ y > 3(2y-1)+18; \end{cases} \begin{cases} 2y - y + 4 < 6, \\ y > 6y - 3 + 18; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ -15 > 5y; \end{cases} \begin{cases} y < 2, \\ y < -3; \end{cases} (-\infty; -3);$

в) $\begin{cases} 7x+3 \geq 5(x-4)+1, \\ 4x+1 \leq 43-3(7+x); \end{cases} \begin{cases} 7x+3 \geq 5x-20+1, \\ 4x+1 \leq 43-21-3x; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x \geq -22, \\ 7x \leq 21; \end{cases} \begin{cases} x \geq -11, \\ x \leq 3; \end{cases} [-11; 3];$

г) $\begin{cases} 3(2-3p) - 2(3-2p) > p, \\ 6 < p^2 - p(p-8); \end{cases} \begin{cases} 6-9p-6+4p > p, \\ 6 < p^2 - p^2 + 8p; \end{cases}$

$\begin{cases} -6p > 0, \\ 8p > 6; \end{cases} \begin{cases} p < 0, \\ p > \frac{3}{4}; \end{cases}$ система не имеет решений.

№ 829. а) $\begin{cases} 2(x-1) - 3(x-2) < x, \\ 6x-3 < 17-(x-5); \end{cases} \begin{cases} 2x-2-3x+6 < x, \\ 6x-3 < 17-x+5; \end{cases}$

$\begin{cases} -2x < -4, \\ 7x < 25; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < \frac{25}{7}; \end{cases} \begin{cases} x > 2, \\ x < 3\frac{4}{7}; \end{cases} \left(2; 3\frac{4}{7} \right);$

б) $\begin{cases} 3,3-3(1,2-5x) > 0,6(10x+1), \\ 1,6-4,5(4x-1) < 2x+26,1; \end{cases} \begin{cases} 3,3-3,6+15x > 6x+0,6, \\ 1,6-18x+4,5 < 2x+26,1; \end{cases}$

$\begin{cases} 9x > 0,9, \\ -20x < 20; \end{cases} \begin{cases} x > 0,1, \\ x > -1; \end{cases} (0,1; +\infty);$

$$в) \begin{cases} 5,8(1-a) - 1,8(6-a) < 5, & \begin{cases} 5,8 - 5,8a - 10,8 + 1,8a < 5, \\ 8 - 4(2 - 5a) > -(5a + 6); \end{cases} \\ \begin{cases} -4a < 10, \\ 25a > -6; \end{cases} & \begin{cases} a > -2,5, \\ a > -0,24; \end{cases} \end{cases} \quad (-0,24; +\infty);$$

$$г) \begin{cases} x(x-1) - (x^2 - 10) < 1 - 6x, & \begin{cases} x^2 - x - x^2 + 10 < 1 - 6x, \\ 3,5 - (x - 1,5) < 6 - 4x; \end{cases} \\ \begin{cases} 5x < -9, \\ 3x < 1; \end{cases} & \begin{cases} x < -1,8, \\ x < \frac{1}{3}; \end{cases} \end{cases} \quad (-\infty; -1,8).$$

$$\text{№ 830. а) } \begin{cases} 3 - 2a < 13, \\ 5a < 17; \end{cases} \quad \begin{cases} -2a < 10, \\ a < \frac{17}{5}; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -5, \\ a < 3\frac{2}{5}; \end{cases} \quad \left(-5; 3\frac{2}{5}\right);$$

целочисленными решениями системы являются: $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;$

$$б) \begin{cases} 12 - 6x \leq 0, \\ 3x + 1 \leq 25 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} -6x \leq -12, \\ 3x + x \leq 25 - 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 2, \\ x \leq 6; \end{cases} \quad [2; 6];$$

целочисленными решениями системы являются: $2; 3; 4; 5; 6;$

$$в) \begin{cases} 2 - 6y < 14, \\ 1 < 21 - 5y; \end{cases} \quad \begin{cases} -6y < 12, \\ 5y < 20; \end{cases} \quad \begin{cases} y > -2, \\ y < 4; \end{cases} \quad (-2; 4);$$

целочисленными решениями системы являются: $-1; 0; 1; 2; 3;$

$$г) \begin{cases} 3 - 4x < 15, \\ 1 - 2x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -4x < 12, \\ -2x > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -3, \\ x < 0,5; \end{cases} \quad (-3; 0,5);$$

целочисленными решениями системы являются: $-2; -1; 0.$

$$\text{№ 831. а) } \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2 - y \geq 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 0, \\ 7,2 - 4 \geq y; \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 0, \\ y \leq 3,2; \end{cases} \quad [0; 3,2];$$

целочисленными решениями системы являются: $0; 1; 2; 3;$

$$б) \begin{cases} 12a - 37 > 0, \\ 6a \leq 42; \end{cases} \quad \begin{cases} 12a > 37, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} a > \frac{37}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 3\frac{1}{12}, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad \left(3\frac{1}{12}; 7\right);$$

целочисленными решениями системы являются: $4; 5; 6; 7;$

$$в) \begin{cases} 6 - 4b > 0, \\ 3b - 1 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -4b > -6, \\ 3b > 1; \end{cases} \quad \begin{cases} b < 1,5, \\ b > \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{3}; 1,5\right);$$

целочисленным решением системы является: $1;$

$$г) \begin{cases} 3 - 18x < 0, \\ 0,2 - 0,1x > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -18x < -3, \\ -0,1x > -0,2; \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{1}{6}, \\ x < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{6}; 2\right);$$

целочисленным решением системы является: $1.$

№ 832.

$$\text{a) } \begin{cases} 2,5a - 0,5(8 - a) < a + 1,6, & \begin{cases} 2,5a - 4 + 0,5a < a + 1,6, \\ 3a - 1,5 - 2a < a + 2,9; \end{cases} \\ 1,5(2a - 1) - 2a < a + 2,9; \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2a < 5,6, & \begin{cases} a < 2,8, \\ 0 < 4,4; \end{cases} \\ a - a < 2,9 + 1,5; \end{cases} \quad (-\infty; 2,8);$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,7(5a + 1) - 0,5(1 + a) < 3a, & \begin{cases} 3,5a + 0,7 - 0,5 - 0,5a < 3a, \\ 2a - (a - 1,7) > 6,7; \end{cases} \\ 2a - (a - 1,7) > 6,7; \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3a + 0,2 - 3a < 0, & \begin{cases} 0,2 < 0, \\ a > 5; \end{cases} \end{cases} \quad 0,2 > 0, \text{ значит, система не имеет решений.}$$

№ 833.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} < 7, & \begin{cases} 4x + 3x < 7 \cdot 12, & \begin{cases} 7x < 84, & \begin{cases} x < 12, \\ x < 6; \end{cases} \end{cases} \\ 1 - \frac{x}{6} > 0; & \begin{cases} 6 - x > 0; & \begin{cases} x, 6; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (-\infty; 6);$$

$$\text{б) } \begin{cases} y - \frac{y-1}{2} > 1, & \begin{cases} 2y - (y-1) > 2, & \begin{cases} y > 1, \\ y < 15; \end{cases} \\ \frac{y}{3} < 5; & \begin{cases} y < 15; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (1; 15);$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - x \leq 2, & \begin{cases} 3x - 1 - 2x \leq 4, & \begin{cases} x \leq 5, \\ 5x \geq 3; \end{cases} \\ 2x - \frac{x}{3} \geq 1; & \begin{cases} 6x - x \geq 1 \cdot 3; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq \frac{3}{5}; \end{cases} \quad \left[\frac{3}{5}; 5 \right];$$

$$\text{г) } \begin{cases} 2p - \frac{p-2}{5} > 4, & \begin{cases} 10p - (p-2) > 20, & \begin{cases} 9p > 18, & \begin{cases} p > 2, \\ p \leq 16; \end{cases} \\ \frac{p}{2} - \frac{p}{8} \leq 6; & \begin{cases} 4p - p \leq 48; \\ 3p \leq 48; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (2; 16].$$

№ 834.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} < 2, & \begin{cases} 3(x-1) - 2(x-3) < 2 \cdot 6, & \begin{cases} x < 9, \\ 13x > 1; \end{cases} \\ \frac{13x-1}{2} > 0; & \begin{cases} 13x - 1 > 0; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} x < 9, \\ x > \frac{1}{13}; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{13}; 9 \right);$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{3x+1}{2} < -1, & \begin{cases} 3x+1 < -2, & \begin{cases} x < -1, \\ x > -2; \end{cases} \\ \frac{x}{2} - 1 < x; & \begin{cases} x - 2 < 2x; \end{cases} \end{cases} \end{cases} \quad (-2; -1);$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} 4 - \frac{y-1}{3} \geq y, \\ \frac{7y-1}{8} \geq 6; \end{cases} \quad \begin{cases} 12 - y + 1 \geq 3y, \\ 7y - 1 \geq 48; \end{cases} \quad \begin{cases} -y - 3y \geq -13, \\ 7y \geq 49; \end{cases} \quad \begin{cases} -4y \geq -13, \\ y \geq 7; \end{cases} \\
 & \begin{cases} y \leq \frac{13}{4}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad \begin{cases} y \leq 3\frac{1}{3}, \\ y \geq 7; \end{cases} \quad 3\frac{1}{3} < 7; \text{ значит, система не имеет решений;}
 \end{aligned}$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} \frac{5a+8}{3} - a \geq 2a, \\ 1 - \frac{6-15a}{4} \geq a; \end{cases} \quad \begin{cases} 5a+8-3a \geq 6a, \\ 4-6+15a \geq 4a; \end{cases} \quad \begin{cases} 4a \leq 8, \\ 11a \geq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq 2, \\ a \geq \frac{2}{11}; \end{cases} \quad \left[\frac{2}{11}; 2 \right].$$

№ 835.

а) $-3 < 2x - 1 < 3$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 2x - 1 < 3, \\ 2x - 1 > -3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x < 4, \\ 2x > -2; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x > -1; \end{cases} \quad (-1; 2);$$

б) $-12 < 5 - x < 17$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5 - x < 17, \\ 5 - x > -12; \end{cases} \quad \begin{cases} -x < 12, \\ -x > -17; \end{cases} \quad \begin{cases} x > -12, \\ x < 17; \end{cases} \quad (12; 17);$$

в) $2 < 6 - 2y < 5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 6 - 2y < 5, \\ 6 - 2y > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < -1, \\ -2y > -4; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y > 1, \\ 2y < 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y > \frac{1}{2}, \\ y < 2; \end{cases} \quad \left(\frac{1}{2}; 2 \right);$$

г) $-1 < 5y + 4 < 19$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 5y + 4 < 19, \\ 5y + 4 > -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 5y < 15, \\ 5y > -5; \end{cases} \quad \begin{cases} y < 3, \\ y > -1; \end{cases} \quad (-1; 3).$$

№ 836.

а) $-6,5 \leq \frac{7x+6}{2} \leq 20,5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{7x+6}{2} \leq 20,5, \\ \frac{7x+6}{2} \geq -6,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x+6 \leq 41, \\ 7x+6 \geq -13; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x \leq 35, \\ 7x \geq -19; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -\frac{19}{7}; \end{cases} \\
 \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -2\frac{5}{7}; \end{cases} \quad \left[-2\frac{5}{7}; 5 \right];
 \end{aligned}$$

в частности, решениями неравенства будут: $-1,5$; 0 ; 3 ;

б) $-1 \leq \frac{4-a}{3} \leq 5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{4-a}{3} \leq 5, \\ \frac{4-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 4-a \leq 15, \\ 4-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq -11, \\ a \leq 7; \end{cases} \quad [-11; 7];$$

в частности, решениями неравенства будут: $-10; -5,5; 3$;

в) $-2 \leq \frac{3x-1}{8} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{8} \leq 0, \\ \frac{3x-1}{8} \geq -2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-1 \leq 0, \\ 3x-1 \geq -16; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x \leq 1, \\ 3x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{1}{3}, \\ x \geq -5; \end{cases} \quad \left[-5; \frac{1}{3}\right];$$

в частности, решениями неравенства будут: $-4,5; -0,1; \frac{1}{6}$;

г) $-2,5 \leq \frac{1-3y}{2} \leq 1,5$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{1-3y}{2} \leq 1,5, \\ \frac{1-3y}{2} \geq -2,5; \end{cases} \quad \begin{cases} 1-3y \leq 3, \\ 1-3y \geq -5; \end{cases} \quad \begin{cases} -3y \leq 2, \\ -3y \geq -6; \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq -\frac{2}{3}, \\ y \leq 2; \end{cases} \quad \left[-\frac{2}{3}; 2\right];$$

в частности, решениями неравенства будут: $-\frac{1}{3}; 0; 1,5$.

№ 837.

а) $-1 \leq 15x + 14 < 44$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 15x+14 < 44, \\ 15x+14 \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 15x < 30, \\ 15x \geq -15; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad [-1; 2);$$

б) $-1 \leq \frac{6-a}{3} \leq 1$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{6-a}{3} \leq 1, \\ \frac{6-a}{3} \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} 6-a \leq 3, \\ 6-a \geq -3; \end{cases} \quad \begin{cases} a \geq 3, \\ a \leq 9; \end{cases} \quad [3; 9];$$

в) $-1,2 < 1 - 2y < 2,4$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} 1-2y < 2,4, \\ 1-2y > -1,2; \end{cases} \quad \begin{cases} -2y < 1,4, \\ -2y > -2,2; \end{cases} \quad \begin{cases} y > -0,7, \\ y < 1,1; \end{cases} \quad (-0,7; 1,1);$$

г) $-2 < \frac{4x-1}{3} \leq 0$; заменим двойное неравенство на систему:

$$\begin{cases} \frac{4x-1}{3} \leq 0, \\ \frac{4x-1}{3} > -2; \end{cases} \begin{cases} 4x-1 \leq 0, \\ 4x-1 > -6; \end{cases} \begin{cases} 4x \leq 1, \\ 4x > -5; \end{cases} \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -\frac{5}{4}; \end{cases} \begin{cases} x \leq \frac{1}{4}, \\ x > -1\frac{1}{4}; \end{cases} \left(-1\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right].$$

№ 838.

$$\text{а) } \begin{cases} 3y-5 > -1, \\ 3y-5 < 1; \end{cases} \begin{cases} 3y > 4, \\ 3y < 6; \end{cases} \begin{cases} y > \frac{4}{3}, \\ y < 2; \end{cases} \begin{cases} y > 1\frac{1}{3}, \\ y < 2; \end{cases}$$

т.е. значения двучлена $3y - 5$ принадлежат $(-1; 1)$ при $1\frac{1}{3} < y < 2$;

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{5-2b}{4} \geq -2, \\ \frac{5-2b}{4} \leq 1; \end{cases} \begin{cases} 5-2b \geq -8, \\ 5-2b \leq 4; \end{cases} \begin{cases} 2b \leq 13, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \begin{cases} b \leq \frac{13}{2}, \\ 2b \geq 1; \end{cases} \begin{cases} b \leq 6\frac{1}{2}, \\ b \geq \frac{1}{2}; \end{cases}$$

т.е. значения дроби $\frac{5-2b}{4}$ принадлежат $[-2; 1]$ при $\frac{1}{2} \leq b \leq 6\frac{1}{2}$.

№ 839.

$$\text{а) } \begin{cases} x > 8, \\ x > 7, \\ x > -4; \end{cases} \quad -4 < 7 < 8, \text{ значит, } x > 8;$$

$$\text{б) } \begin{cases} y < -1, \\ y < -5, \\ y < 4; \end{cases} \quad -5 < -1 < 4, \text{ значит, } x < -5;$$

$$\text{в) } \begin{cases} m > 9, \\ m > 10, \\ m < 12; \end{cases} \quad 9 < 10 < 12, \text{ значит, } 10 < m < 12;$$

$$\text{г) } \begin{cases} q < 6, \\ q < 5, \\ q < 1; \end{cases} \quad 1 < 5 < 6, \text{ значит } q < 1.$$

№ 840.

$$\text{а) } \begin{cases} x-4 < 8, \\ 2x+5 < 13, \\ 3-x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < 12, \\ x < 4, \\ x < 2; \end{cases} \quad (-\infty; 2);$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x-1 < x+3, \\ 5x-1 > 6-2x, \\ x-5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ 7x > 7, \\ x < 5; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 4, \\ x > 1, \\ x < 5; \end{cases} \quad (1; 4).$$

№ 841.

$$\text{а) } \begin{cases} 3-2a < 13, \\ a-1 > 0, \\ 5a-35 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} -2a < 10, \\ a > 1, \\ 5a < 35; \end{cases} \quad \begin{cases} a > -5, \\ a > 1, \\ a < 7; \end{cases} \quad (1; 7);$$

$$\text{б) } \begin{cases} 6-4a < 2, \\ 6-a > 2, \\ 3a-1 < 8; \end{cases} \quad \begin{cases} -4a < -4, \\ a < 4, \\ 3a < 9; \end{cases} \quad \begin{cases} a > 1, \\ a < 4, \\ a < 3; \end{cases} \quad (1; 3).$$

Упражнения для повторения

№ 842.

Найдем, когда подкоренное выражение неотрицательно:

а) $12 - 25x \geq 0$; $-25x \geq -12$; $x \leq 0,48$;

б) $5x - 11 > 0$; $5x > 11$; $x > \frac{11}{5} = 2,2$; в) $3x - 2 \neq 0$; $3x \neq 2$; $x \neq \frac{2}{3}$.

№ 843.

$$\frac{9n^2 + 12n + 12}{n} = 9n + 12 + \frac{12}{n}; \quad n \text{ — натуральное число, значит, чтобы}$$

полученная сумма была натуральным числом, надо, чтобы число $\frac{12}{n}$

было натуральным. Число $\frac{12}{n}$ является натуральным, если n равно:

1; 2; 3; 4; 6; 12. Ответ: 1; 2; 3; 4; 6; 12.

№ 844.

а) $S = \frac{1}{2}ah$; $h = S : \frac{1}{2}a = \frac{2S}{a}$;

б) $\frac{s}{p} = 0,5m$; $\frac{p}{s} = \frac{1}{0,5m}$; $p = \frac{s}{0,5m} = \frac{2s}{m}$;

в) $s = \frac{at^2}{2}$; $t^2 = S : \frac{a}{2} = \frac{2S}{a}$; $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$.

№ 845.

Обозначим за x км/ч — скорость велосипедиста по ровной местности, тогда $(x - 5)$ км/ч — его скорость при подъеме в гору; $\left(\frac{20}{x-5}\right)$ ч

— время, ушедшее на дорогу в гору; $\left(\frac{60}{x}\right)$ ч — время, ушедшее на дорогу по ровной местности.

Запишем уравнение: $\frac{20}{x-5} + \frac{60}{x} = 6$; $20x + 60x - 300 = 6x^2 - 30x$;

$6x^2 - 30x - 80x + 300 = 0$; $3x^2 - 55x + 150 = 0$;

$D = (-55)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 150 = 3025 - 1800 = 1225 = 35^2$;

$x = \frac{55 \pm 35}{6}$; $x_1 = \frac{55 + 35}{6} = \frac{90}{6} = 15$;

$x_2 = \frac{55 - 35}{6} = \frac{20}{6} = 3\frac{1}{3}$ (не подходит, так как $x_2 - 5 < 0$).

Ответ: скорость по ровной местности 15 км/ч, в гору — 10 км/ч.

Дополнительные упражнения к главе IV

К параграфу 11

№846.

а) $m - n = (-2,7)^{15} = -(2,7)^{15} < 0 \Rightarrow m < n$;

б) $m - n = (-3,1)^{36} = (3,1)^{36} > 0 \Rightarrow m > n$;

№847.

а) $(6y - 1)(y + 2) < (3y + 4)(2y + 1)$;

$6y^2 + 11y - 2 < 6y^2 + 11y + 4$; $6 > 0$;

б) $(3y - 1)(2y + 1) > (2y - 1)(2 + 3y)$;

$6y^2 + y - 1 > 6y^2 + y - 2$; $1 > 0$.

№848.

а) $(a - 8)^2 > 0$ неверно $a = 8$ $(a - 8)^2 = 0$;

б) $a^2 + 1 > 0$ верно;

в) $-a^2 - 2 < 0$ верно;

г) $-a^2 < 0$ неверно $a = 0$ $-a^2 = 0$;

д) $(5 - a)^2 \geq 0$ верно; е) $-(a - 3)^2 \leq 0$ верно.

№849.

а) $(x + 1)^2 \geq 4x$; $x^2 + 2x + 1 \geq 4x$; $(x - 1)^2 > 0$;

б) $(3b + 1)^2 > 6b$; $9b^2 + 6b + 1 > 6b$; $9b^2 + 1 > 0$;

в) $4(x + 2) < (x + 3)^2 - 2x$; $4x + 8 < x^2 + 6x + 9 - 2x$; $x^2 + 1 > 0$;

г) $1 + (m + 2)^2 > 3(2m - 1)$; $m^2 + 4m + 4 + 1 > 6m - 3$;

$m^2 - 2m + 7 + 1 > 0$; $(m - 1)^2 + 7 > 0$.

№850.

а) $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b)$; $a^2 + b^2 + 2 - 2a - 2b \geq 0$; $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 \geq 0$;

б) $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$;

$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 + c^2 - 2c + 1 \geq 0$; $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 \geq 0$.

№851.

$$\left(\frac{a-3}{a+3} - \frac{a+3}{a-3}\right) \left(1 + \frac{3}{a}\right) = \frac{a^2 - 6a + 9 - a^2 - 6a - 9}{a^2 - 9} \cdot \frac{a+3}{a} = -\frac{12a}{(a-3)a} = -\frac{12}{a-3}.$$

Т.к. $a > 3$, то $-\frac{12}{a-3} < 0$.

№852.

$$\begin{aligned} \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} \cdot \left(\frac{1}{y^2-y} + \frac{y-3}{y^2-1}\right) &= \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2}{y} \cdot \frac{(y^2-1)y}{(y+1+y^2-3y)} = \\ &= \frac{y^2+3}{y-1} - \frac{2y^2-2}{(y-1)^2} = \frac{y^2+3-2y-2}{y-1} = \frac{(y-1)^2}{y-1} = y-1; \text{ т.к. } y > 1, \text{ то } y > 0. \end{aligned}$$

№853.

Пусть скорость катера — x км/ч, а течения — y км/ч, тогда

$$\frac{20}{x+y} + \frac{20}{x-y} \sqrt{\frac{40}{x}}; \quad 20(x-y)x + 20(x+y)x \sqrt{40(x^2-y^2)};$$

$$x^2 - yx + x^2 + yx \sqrt{2(x^2-y^2)}; \quad 2x^2 \sqrt{2x^2-2y^2}.$$

Ответ: быстрее будет пройти 20 км по течению и 20 км против.

№854.

Пусть a, b, c — стороны треугольника, тогда,

$$P = \frac{1}{2}(a+b+c) \sqrt{a}; \quad b+c-a > 0, \text{ а т.к. сторона треугольника мень-$$

ше суммы 2-х противоположных сторон, то $\frac{1}{2}P > a; \frac{1}{2}P > b; \frac{1}{2}P > c$.

№855.

Пусть стороны прямоугольника равны a и b , тогда $\begin{cases} 2(a+b) = 40 \\ a \cdot b \leq 100 \end{cases}$

$$a=20-b; \quad 20b-b^2 \leq 100; \quad 0 \leq b^2-20b+100; \quad 0 \leq (b-10)^2 \geq 0. \text{ Итого } ab \leq 100.$$

№856.

а) $x^2 + 2x + 2 > 0; (x+1)^2 + 1 > 0;$

б) $y^2 - 6y + 10 > 0; (y-3)^2 + 1 > 0;$

в) $a^2 + ab + b^2 \geq 0; (a+b)^2 - ab \geq 0;$

$(a+b)^2 \geq ab$ (известное неравенство);

г) $a^2 - ab + b^2 \geq 0; (a-b)^2 + ab \geq 0;$

$(a-b)^2 \geq -ab$ (известное неравенство).

№857.

$$(a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4; \quad \frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4,$$

т.к. $a > 0 \quad b > 0$, то $a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab; (a-b)^2 \geq 0$.

№858.

т.к. $a > b > c > d$, то $a > c$ и $b > d$.

№859.

$a + 5 > a + 1 > a - 7$, т.к. $5 > 1 > -7$.

№860.

а) $a + 5 > b + 3$; $a - b > 0 > -2$; б) $1 - a < 2 - b$; $-1 < 0 < a - b$.

№861.

а) $5a > 4b$; $a + 4(a - b) > 0$, т.к. $a - b > 0$;

б) $17a > 12b$; $5a + 12(a - b) > 0$;

в) $-4a < -2b$; $2a + 2(a - b) > 0$;

г) $-5a < -1,2b$; $3,8a + 1,2(a - b) > 0$.

№862.

а) $a + c \leq b + c$; $a \leq b + c$ $a \leq b$;

б) $ac \leq bc$, т.к. $c > 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$;

в) $ac \geq bc$, т.к. $c < 0$, то $\frac{ac}{c} \leq \frac{bc}{c}$; $a \leq b$.

№863.

если $a > b$, то: $a - 1 > b - 1$ $a > b$ верно;

$1 - a > 1 - b$ $a - b < 0$ неверно; $5 - a < 5 - b$ $a - b > 0$ верно.

№864.

а) $-0,5y$; $12(-0,5) \geq 0,5y \geq (-0,5)16$; $-6 \geq -0,5y \geq -8$;

б) $42 - 2y$; $-2 \cdot 12 + 42 \geq 42 - 2y \geq 42 - 2 \cdot 16$; $18 \geq 42 - 2y \geq 10$;

в) $\frac{1}{y} + 2$; $\frac{1}{12} + 2 \leq \frac{1}{y} + 2 \leq \frac{1}{16} + 2$; $2\frac{1}{12} \leq \frac{1}{y} + 2 \leq 2\frac{1}{16}$.

№865.

а) $a + 2b$; $0 - 3 \cdot 2 < a + 2b < 1 - 2 \cdot 2$; $-6 < a + 2b < -3$;

б) $\frac{1}{2}a - b$; $\frac{7}{2} - 14 < \frac{1}{2}a - b < \frac{10}{2} - 15$; $-10,5 < \frac{1}{2}a - b < -10$.

№866.

$\frac{10,4}{2} \leq \text{ср. линия} \leq \frac{10,5}{2}$; $5,2 \leq \text{ср. линия} < 5,25$.

№867.

а) $a + c \leq b + d$; $a - b \leq d - c$;

б) $ac \leq bd$; слева стоят два числа, которые соответственно меньше двух чисел справа, т.е. $ac \leq bd$.

№868.

т.к. ср. линия $= \frac{1}{2}(a + c)$, то $\frac{1}{2}(6,2 + 3,4) \leq \frac{1}{2}(a + c) \leq \frac{1}{2}(6,3 + 3,5)$;

$4,8 \leq \frac{1}{2}(a + c) \leq 4,9$.

К параграфу 12

№869.

- а) $-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4$; б) $-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$;
в) $5; 6; 7; 8$; г) $-3; -2; -1; 0; 1; 2$.

№870.

- а) нет; б) да: -3 .

№871.

- а) $2,5$; б) $-3,2$; в) $3,55$; г) $-0,15$.

№872.

- $40,9 \in [8; 41)$; $40,95 \in [8; 41)$;
наибольшего не существует; наименьшее 8 .

№873.

- $7,01 \in (7; 17]$; $7,005 \in (7; 17]$;
наименьшего нет, наибольшее 17

№874.

- а) наибольшее: 37 ; наименьшее: 12 ;
б) наименьшее: 8 ; наибольшего не существует;
в) нет ни наибольшего, ни наименьшего;
г) наименьшее: 3 ; наибольшего не существует.

№875.

- а) Да; б) Нет ($0; 11$); в) Да; г) Да.

№876.

- а) $\mathbf{Z} \cap (0; +\infty) = \mathbf{N}$; $\mathbf{Z} \cup (0; +\infty) = -1; -2; -3 \dots$ и $(0; +\infty)$;
б) $\mathbf{R} \cap \mathbf{Q} = 0$; $\mathbf{R} \cup \mathbf{Q} = (-\infty; +\infty)$.

№877.

- $4,99 < 5$; является $4,99 < 4,999 < 5$.

№878.

- $3,01 > 3$; является $3,01 > 3,00001 > 3$.

№879.

- а) $0,01(1-3x) > 0,02x+3,01$; $0,01-0,03x-0,02x > 3,01$; $0,05x < -3$ $x < -60$;
б) $12(1-12x) + 100x > 36-49x$; $-144x + 100x + 49x > 36-12$;
 $5x > 24$ $x > 4,8$;

- в) $(0,6y-1)-0,2(3y+1) < 5y-4$; $0,6y-0,6y-1-0,2 < 5y-4$; $2,8 < 5y$ $y > 0,56$;

- г) $\frac{2}{3}(6x+4) - \frac{1}{6}(12x-5) \leq 4-6x$; $4x + \frac{8}{3} - 2x + \frac{5}{6} \leq 4-6x$;

$$8x \leq 4-3,5 \quad x \leq \frac{1}{16};$$

- д) $(3a+1)(a-1)-3a^2 > 6a+7$; $3a^2-2a-1-3a^2-6a > 7$; $8a < -8$ $a < -1$;

- е) $15x^2 - (5x^2 - 2)(3x + 1) < 7x - 8$;

$$15x^2 - 15x^2 + x + 2 - 7x < -8; \quad 6x > 10 \quad x > \frac{5}{3}.$$

№880.

- а) $\frac{a-1}{4} - 1 > \frac{a+1}{3} + 8$; $3a - 15 > 4a + 100$; $a < -115$;
- б) $\frac{3a-1}{2} - \frac{a-1}{4} > 0$; $6a - 2 - a + 1 > 0$; $5a > 1$ $a > 0,2$;
- в) $\frac{1-2a}{4} - 2 < \frac{1-5a}{8}$; $2 - 4a - 16 < 1 - 5a$ $a < 15$;
- г) $\frac{5a}{6} - \frac{3a-1}{3} + \frac{2a-1}{2} < 1$; $5a - 6a + 2 + 6a - 3 - 6 < 0$; $5a < 7$ $a < 1,4$.

№881.

- а) $\frac{x-0,5}{4} + \frac{x-0,25}{4} + \frac{x-0,125}{8} < 0$; $2x - 1 + 2x - \frac{1}{2} + x - \frac{1}{8} < 0$;
- $5x < 1\frac{5}{8}$ $x < \frac{13}{40}$;
- б) $\frac{5-x}{3} - \frac{1-x}{2} > 1$; $10 - 2x - 3 + 3x - 6 > 0$; $x > -1$.

№882.

- а) $3(5 - 4x) + 2(14 + x) > 0$; $15 - 12x + 28 + 2x > 0$; $10x < 43$;
- $x < 4,3$ $x = 1; 2; 3; 4$;
- б) $(x+1)(x-1) - (x^2 - 3x) \leq 14$; $x^2 - 1 - x^2 + 3x \leq 14$;
- $x \leq 5$ $x = 1; 2; 3; 4; 5$.

№883.

- а) $\frac{3x-8}{12} > \frac{x-1}{4}$; $3x - 8 > 3x - 3$;
- $5 < 0$ неверно, таких значений x нет;

- б) $\frac{x+1}{3} < \frac{2x+3}{6}$; $2x + 2 < 2x + 3$;

$1 > 0$ верно при любом x .

№884.

- а) $2(4y - 1) - 5y < 3y + 5$; $8y - 2 - 5y < 3y + 5$;
- $-2 < 5$ верно при любых y ;
- б) $6(1 - y) - 8(3y + 1) + 30y > -5$; $6 - 6y - 24y - 8 + 30y > -5$;
- $-2 > -5$ верно при любых y .

№885.

- а) $3x = 9a$; $x = 3a$ при $a > 0$;
- б) $x + 2 = a$; $x = a - 2 > 0$ $a > 2$;
- в) $x - 8 = 3a + 1$; $x = 3a + 9 > 0$ $a > -3$;
- г) $2x - 3 = a + 4$; $x = \frac{1}{2}a + \frac{7}{2} > 0$ $a > -7$.

№886.

а) $10x = 3b$; $x = 0,3b < 0$ $b < 0$;

б) $x - 4 = b$; $x = b + 4 < 0$ $b < -4$;

в) $3x - 1 = b + 2$; $x = \frac{1}{3}b + 1 < 0$ $b < -3$;

г) $3x - 3 = 5b - 2$; $x = \frac{5}{3}b + \frac{1}{3} < 0$ $b < -\frac{1}{5}$.

№887.

а) $|2m - 16| = 2m - 16$;

1) $m \geq 8$ $0 = 0$ верно при всех m . 2) $m < 8$ $4m = 32$ $m = 8$.

Ответ: $m \geq 8$.

б) $\frac{|12 - 6m|}{12 - 6m} = 1$; ОДЗ: $m \neq 2$;

1) $m < 2$ $1 = 1$ верно при любых m . 2) $m > 2$ $-1 = 1$ неверно.

Ответ: $m < 2$.

в) $|m + 6| = -m - 6$;

1) $m \geq -6$; $2m = -12$; $m = -6$; 2) $m < -6$; $0 = 0$ верно при любых m .

Ответ: $m \leq 6$.

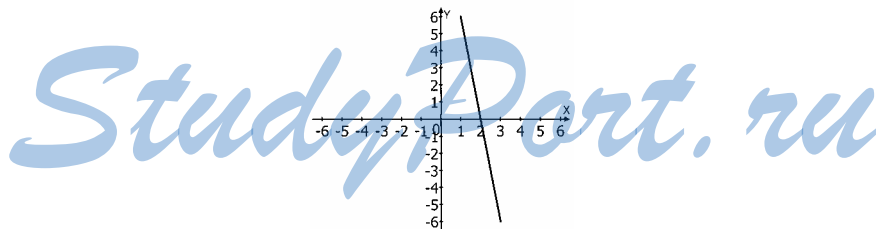
г) $\frac{|10m - 35|}{10m - 35} = -1$; ОДЗ: $m \neq 3,5$;

1) $m > 3,5$; $1 = -1$, решений нет; 2) $m < 3,5$; $-1 = -1$ верно при любых m .

Ответ: $m < 3,5$.

№888.

$y = -6x + 12$; $y < 0$ при $x > 2$; $y > 0$ при $x < 2$.



№889.

Составим уравнение в целых числах, где m — железные (кол-во); n — медные (кол-во);

$$\begin{cases} 500m + 200n = 4000 \\ m + n = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 12 - m \\ 500m + 2400 - 200m = 4000 \end{cases}$$

$300m = 1600$; $m = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$, но m — натуральное, т.е. $m = 5$ (не более).

№890.

Пусть скорость 2-го туриста x км/ч, тогда $\frac{24}{4} = \frac{24}{x} + 2$;

$$4 = \frac{24}{x}; \quad x = 6 \text{ км/ч.}$$

Ответ: более 6 км/ч.

№891.

Пусть x км/ч — скорость мотоциклиста, тогда

$$\frac{60}{x} = \frac{40}{12}; \quad x = \frac{60 \cdot 12}{40} = 18.$$

Ответ: более 18 км/ч.

№892.

$$\begin{cases} x > 3 \\ x < a \end{cases} \quad 3 < x < a, \quad \text{т.е. если } a \leq 3, \text{ то решений нет.}$$

№893.

$$\text{а) } \begin{cases} 4x > 1 \\ 5x > 0 \\ x > 9 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{4} \\ x > 0 \\ x > 9 \end{cases} \quad \text{т.е. } x > 9$$

$$\text{б) } \begin{cases} x < 0 \\ -x > -1 \\ 4x < 8 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x < 1 \\ x < 2 \end{cases} \quad \text{т.о. } x < 0$$

$$\text{в) } \begin{cases} -x < 3 \\ 2x > 10 \\ x < -10 \end{cases} \begin{cases} x > -3 \\ x > 5 \\ x < -10 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3x > -9 \\ x < -2 \\ -2x > 10 \end{cases} \begin{cases} x > -3 \\ x < -2 \\ x < -5 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет}$$

№894.

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + 1 < 0 \\ 3x - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } x^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 4 > 2x - 1 \\ 5x > 0 \end{cases} \begin{cases} -4 > -1 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{т.е. решений нет, т.к. } -4 < -1$$

$$в) \begin{cases} 6x < 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x > 0 \end{cases} \text{ очевидно, что решений нет}$$

$$г) \begin{cases} 3x+5 > 0 \\ 3x+5 < 0 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x < \frac{5}{3} \end{cases} \text{ аналогично предыдущей задаче}$$

№895.

$$а) \begin{cases} 0,3x-1 < x+0,4 \\ 2-3x < 5x+1 \end{cases} \begin{cases} 0,7x > -1,4 \\ 8x > 1 \end{cases} \begin{cases} x > -2 \\ x > \frac{1}{8} \end{cases} \quad x > \frac{1}{8}$$

$$б) \begin{cases} 2,5x-0,12 > 0,6x+0,07 \\ 1-2x > -x-4 \end{cases} \begin{cases} 1,9x > 0,19 \\ x < 5 \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{10} \\ x < 5 \end{cases} \quad x \in \left(\frac{1}{10}; 5\right)$$

$$в) \begin{cases} 2x+1,4 < \frac{3x-7}{5} \\ 2x > 3 - \frac{2x}{5} \end{cases} \begin{cases} 1,4x < -2,8 \\ 2,4 > 3 \end{cases} \begin{cases} x < -2 \\ x > 1\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{решений нет}$$

$$г) \begin{cases} 3(x-2)(x+2)-3x^2 < x \\ 5x-4 > 4-5x \end{cases} \begin{cases} 3x^2-12-3x^2-x < 0 \\ 10x > 8 \end{cases} \begin{cases} x > -12 \\ x > 0,8 \end{cases} \quad x > 0,8$$

$$д) \begin{cases} (x-4)(5x-1)-5x^2 > x+1 \\ 3x-0,4 < 2x-0,6 \end{cases} \begin{cases} 5x^2-21x+4-5x^2-x-1 > 0 \\ x < -0,2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x < 3 \\ x < -0,2 \end{cases} \quad x < -0,2$$

$$е) \begin{cases} 1 + \frac{1+x}{3} > \frac{2x-1}{6} - 2 \\ 3x - \frac{x}{4} > 4 \end{cases} \begin{cases} 18+2+2x > 2x-1 \\ 11x > 16 \end{cases} \quad x > \frac{16}{11}$$

№896.

$$а) \begin{cases} 6x(x-1)-3x(2x-1) < x \\ 0,5x-3,7 < 0,2x-0,7 \end{cases} \begin{cases} 6x^2-6x-6x^2+3x-x < 0 \\ 0,3x < 3 \end{cases} \begin{cases} x < 10 \\ -4x < 0 \end{cases}$$

$x \in (0; 10)$, т.е. $x = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$

$$б) \begin{cases} 0,7x-3(0,2x+1) \leq 0,5x+1 \\ 0,3(1-x)+0,8x \geq x+5,3 \end{cases} \begin{cases} 0,7x-0,6x-3 \leq 0,5x+1 \\ 0,3-0,3x+0,8x \geq x+5,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,4x \geq -4 \\ 0,5x \leq -5 \end{cases} \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq -10 \end{cases} \quad \text{Итого } x = -10.$$

$$B) \begin{cases} \frac{1}{3}(3x-2) + \frac{1}{6}(12x+1) > 0 \\ \frac{1}{7}(14x-21) + \frac{2}{9}(9x-6) < 0 \end{cases} \begin{cases} 6x-4+12x+1 > 0 \\ 2x-3+2x-\frac{4}{3} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 18x > 3 \\ 4x < 4\frac{1}{3} \end{cases} \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ x < 1\frac{1}{12} \end{cases} \text{ т.е. } x = 1$$

$$r) \begin{cases} 0,2(5x-1) + \frac{1}{3}(3x+1) < x+5,8 \\ 8x-7 - \frac{1}{6}(6x-2) > x \end{cases} \begin{cases} x-0,2+x+\frac{1}{3}-x < 5,8 \\ 8x-7-x+\frac{1}{3}-x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ 6x > 6\frac{2}{3} \end{cases} \begin{cases} x < 5\frac{2}{3} \\ x > 1\frac{1}{9} \end{cases} \text{ т.е. } x = 2; 3; 4; 5.$$

№897.

a) $-9 < 3x < 18; -3 < x < 6;$

б) $1 < \frac{2x-1}{2} < 2; 2 < 2x-1 < 4 \quad \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2};$

в) $3 \leq 5x-1 \leq 4; 4 \leq 5x \leq 5; \quad \frac{4}{5} \leq x \leq 1;$

г) $0 \leq \frac{1-x}{3} \leq 1; 0 \leq 1-x \leq 3; -1 \leq -x \leq 2; -2 \geq x \geq 1.$

№898.

a) $-1 < 2x-4 < 5; 3 < 2x < 9; x \in (1,5; 4,5);$

б) $0 \leq \frac{x-5}{2} \leq 5; 0 \leq x-5 \leq 10; x \in [5; 15];$

в) $-1 < -\frac{1}{3}x+8 < 1; -9 < -\frac{1}{3}x < -7; x \in (21; 27);$

г) $-6 \leq -2,5x+6 \leq -2; -12-2,5x \leq -8; x \in [20; 30].$

№899.

a) $\begin{cases} 3(y-1)-4(y+8) < 5(y+5) \\ 1,2(1+5y)-0,2 < 5(1-3y)-3y \end{cases} \begin{cases} 3y-4y-5y < 25+3+32 \\ 6y+15y+3y < 5+0,2-1,2 \end{cases}$

$$\begin{cases} -6y < 60 \\ 24y < 4 \end{cases} \begin{cases} y > -10 \\ y < \frac{1}{6} \end{cases} \text{ но } y > 0, \text{ т.о. } x \in \left(0; \frac{1}{6}\right);$$

$$\text{б) } \begin{cases} 15(y-4) - 14(y-3) < y(y-9) - y^2 \\ \frac{5-y}{3} - y > 14 - \frac{2-y}{6} \end{cases} \begin{cases} 15y - 14y - y^2 + y^2 + 9y < 60 - 42 \\ 10 - 2y - 6y > 84 - 2 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10y < 18 \\ 9y < -72 \end{cases} \begin{cases} y < 1,8 \\ y < -8 \end{cases} \text{ положительных решений нет}$$

$$\text{в) } \begin{cases} (2y-1)(3y+2) - 6y(y-4) < 48 \\ \frac{y-1}{8} - \frac{6y+1}{4} - 1 < 0 \end{cases} \begin{cases} 6y^2 + y - 6y^2 + 24y < 48 + 2 \\ y - 1 - 12y - 2 - 8 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25y < 50 \\ 11y > -11 \end{cases} \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases} \text{ но т.к. } y > 0, \text{ то } y \in (0; 2)$$

№900.

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{5y-1}{6} - \frac{2y-1}{2} > 0 \\ 1 - \frac{y+4}{3} < 0 \end{cases} \begin{cases} 5y-1-6y+3 > 0 \\ 3-y-4 < 0 \end{cases} \begin{cases} y < 2 \\ y > -1 \end{cases}$$

но т.к. $y < 0$, то $y \in (-1; 0)$

$$\text{б) } \begin{cases} (y+6)(5-y) + y(y-1) > 0 \\ 0,3y(10y+20) - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases} \begin{cases} 30 - y - y^2 + y^2 - y > 0 \\ 3y^2 + 6y - 3y^2 + 30 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y < 30 \\ 6y > -30 \end{cases} \begin{cases} y < 15 \\ y > -5 \end{cases} \text{ но т.к. } y < 0, \text{ то } y \in (-5; 0)$$

№901.

Примем весь путь за 1, а скорость поезда на 2-й половине за x , тогда максимальная скорость на 2-м участке:

$$\frac{1}{2 \cdot 60} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{72}; \quad 36x + 2160 = 60x; \quad 24x = 2160; \quad x = 90.$$

Ответ: $x \in (60; 90]$.

№902.

Примем скорость туристов за x км/день, тогда:

$$\begin{cases} (x+5)6 > 90 \\ (x-5)8 < 90 \end{cases} \begin{cases} 6x > 60 \\ 8x < 130 \end{cases} \begin{cases} x > 10 \\ x < 16,25 \end{cases}$$

т.о. скорость их более 10 км/день и менее 16,25 км/день.

ГЛАВА V. Степень с целым показателем

§ 13. Степень с целым показателем и ее свойства

33. Определение степени с целым отрицательным показателем

№ 903.

а) $10^{-6} = \frac{1}{10^6}$; б) $9^{-2} = \frac{1}{9^2}$; в) $a^{-1} = \frac{1}{a}$; г) $x^{-20} = \frac{1}{x^{20}}$;

д) $(ab)^{-3} = \frac{1}{(ab)^3}$; е) $(a+b)^{-4} = \frac{1}{(a+b)^4}$.

№ 904.

а) $\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$; б) $\frac{1}{6^7} = 6^{-7}$; в) $\frac{1}{x^7} = x^{-7}$; г) $\frac{1}{y^{10}} = y^{-10}$; д) $\frac{1}{7} = 7^{-1}$.

№ 905.

а) $8 = 2^3$; $4 = 2^2$; $2 = 2^1$; $1 = 2^0$; $\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$;

б) $\frac{1}{125} = 5^{-3}$; $\frac{1}{25} = 5^{-2}$; $\frac{1}{5} = 5^{-1}$; $1 = 5^0$; $5 = 5^1$; $25 = 5^2$; $125 = 5^3$.

№ 906.

а) $\frac{1}{81} = 3^{-4}$; $\frac{1}{27} = 3^{-3}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$;

$1 = 3^0$; $3 = 3^1$; $9 = 3^2$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$;

б) $100 = 10^2$; $10 = 10^1$; $1 = 10^0$; $0,1 = 10^{-1}$;

$0,01 = 10^{-2}$; $0,001 = 10^{-3}$; $0,0001 = 10^{-4}$.

№ 907.

а) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$; б) $(-3)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$;

в) $(-1)^{-9} = \left(-\frac{1}{1}\right)^9 = -\left(\frac{1}{1}\right)^9 = -1$; г) $(-1)^{-20} = \left(-\frac{1}{1}\right)^{20} = 1^{20} = 1$;

д) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7^2 = 49$; е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8}$;

ж) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$; з) $\left(-2\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{12}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$;

и) $0,01^{-2} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-2} = 100^2 = 10000$; к) $1,125^{-1} = \left(1\frac{1}{8}\right)^{-1} = \left(\frac{9}{8}\right)^{-1} = \frac{8}{9}$.

№ 908.

$$\text{a) } -10^{-4} = -\frac{1}{10^4}; \quad \text{б) } -0,2^{-3} = -\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -5^3 = -125;$$

$$\text{в) } (-0,8)^{-2} = \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16};$$

$$\text{г) } (-0,5)^{-5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^5 = -(2)^5 = -32;$$

$$\text{д) } -(-0,2)^{-3} = -\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} = -\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}; \quad \text{е) } -(-3)^{-2} = -\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = -\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}.$$

№ 909.

$$\text{a) } (-4)^{-3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\left(\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}; \quad \text{б) } 2,5^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5};$$

$$\text{в) } \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}; \quad \text{г) } \left(1\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64};$$

$$\text{д) } -0,4^{-4} = -\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} = -\left(\frac{5}{2}\right)^4 = -\frac{625}{16} = -39\frac{1}{16};$$

$$\text{е) } -\left(2\frac{1}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = -\left(\frac{2}{5}\right)^2 = -\frac{4}{25}.$$

№ 910.

$$\text{a) } 9^{-5} = \frac{1}{9^5} > 0; \quad \text{б) } 2,6^{-4} = \left(\frac{13}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{13}\right)^4 = \frac{5^4}{13^4} = \frac{625}{28561} > 0;$$

$$\text{в) } (-7,1)^{-6} = \left(-7\frac{1}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{71}{10}\right)^{-6} = \left(-\frac{10}{71}\right)^6 = \left(\frac{10}{71}\right)^6 = \frac{10^6}{71^6} > 0;$$

$$\text{г) } (-3,9)^{-3} = \left(-3\frac{9}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{39}{10}\right)^{-3} = \left(-\frac{10}{39}\right)^3 = -\frac{10^3}{39^3} < 0.$$

№ 911.

а) Верно; б) верно; в) верно.

№ 912.

$$\text{a) } (-7)^{-2} = \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}; \quad \text{б) } 8^{-1} = \frac{1}{8}; \quad \text{в) } 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}; \quad \text{г) } (-9)^0 = 1.$$

№ 913.

$$\text{a) } -x^p = -(-1)^{-2} = -(1)^{-2} = -1; \quad \text{б) } -x^p = -(0,5)^{-2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = -(2)^2 = -4;$$

$$\text{в) } -x^p = -2^{-1} = -\left(\frac{1}{2}\right)^1 = -\frac{1}{2}; \quad \text{г) } -x^p = -(0,5)^{-5} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -(2)^5 = -32.$$

№ 914.

$$\text{а) } x^n = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}; \quad x^{-n} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9};$$

$$\text{б) } x^n = (-1,5)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8} = -3\frac{3}{8};$$

$$x^{-n} = (-1,5)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}.$$

№ 915.

$$\text{а) } 8 \cdot 4^{-3} = 8 \cdot \frac{1}{4^3} = 8 \cdot \frac{1}{64} = \frac{1}{8}; \quad \text{б) } -2 \cdot 10^{-5} = -2 \cdot \frac{1}{10^5} = -\frac{2}{10^5} = -\frac{2}{100000};$$

$$\text{в) } 18 \cdot (-9)^{-1} = 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = -\frac{18}{9} = -2; \quad \text{г) } 10 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = 10 \cdot (-5) = -50;$$

$$\text{д) } 3^{-2} + 4^{-1} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36};$$

$$\text{е) } 2^{-3} - (-2)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16};$$

$$\text{ж) } 0,5^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 2^2 + 3 = 4;$$

$$\text{з) } 0,3^0 + 0,1^{-4} = 1 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 1 + 10^4 = 10001;$$

$$\text{и) } (-2,1)^0 - (-0,2)^{-3} = 1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = 1 + 5^3 = 126.$$

№ 916.

$$\text{а) } 6 \cdot 12^{-1} = 6 \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } -4 \cdot 8^{-2} = -4 \cdot \frac{1}{8^2} = -4 \cdot \frac{1}{64} = -\frac{4}{64} = -\frac{1}{16};$$

$$\text{в) } 6^{-1} - 3^{-2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{3^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{1}{18};$$

$$\text{г) } 1,3^0 - 1,3^{-1} = 1 - \left(1\frac{3}{10}\right)^{-1} = 1 - \left(\frac{13}{10}\right)^{-1} = 1 - \frac{10}{13} = \frac{3}{13};$$

$$\text{д) } 12 - \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 12 - 6 = 6; \quad \text{е) } 25 + 0,1^{-2} = 25 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 25 + 10^2 = 125.$$

№ 917.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 3x^{-5} &= 3\left(\frac{1}{x}\right)^5 = \frac{3}{x^5}; & \text{б)} \quad x^{-4}y &= \left(\frac{1}{x^4}\right)^4 y = \frac{y}{x^4}; \\ \text{в)} \quad 5ab^{-7} &= 5a\left(\frac{1}{b}\right)^7 = \frac{5a}{b^7}; & \text{г)} \quad 5(ab)^{-7} &= 5\left(\frac{1}{ab}\right)^7 = \frac{5}{a^7b^7}; \\ \text{д)} \quad x^{-1}c^{-3} &= \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{1}{c}\right)^3 = \frac{1}{xc^3}; & \text{е)} \quad -9yz^{-8} &= -9y\left(\frac{1}{z}\right)^8 = -\frac{9y}{z^8}; \\ \text{ж)} \quad 2(x+y)^{-4} &= 2 \cdot \frac{1}{(x+y)^4} = \frac{2}{(x+y)^4}; \\ \text{з)} \quad 10x^{-1}(x-y)^{-3} &= 10 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{(x-y)^3} = \frac{10}{x(x-y)^3}. \end{aligned}$$

№ 918.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{3}{b^2} &= 3b^{-2}; & \text{б)} \quad \frac{x}{y} &= xy^{-1}; & \text{в)} \quad \frac{2a^8}{c^5} &= 2a^8c^{-5}; & \text{г)} \quad \frac{a^5}{7b^3} &= a^5 \cdot 7^{-1}b^{-3}; \\ \text{д)} \quad \frac{1}{x^2y^3} &= x^{-2}y^{-3}; & \text{е)} \quad \frac{(a+b)^2}{b^4c^4} &= (a+b)^2b^{-4}c^{-4}; \\ \text{ж)} \quad \frac{2a}{(a-2)^2} &= 2a(a-2)^{-2}; & \text{з)} \quad \frac{(c+b)^2}{2(a-b)^4} &= 2^{-1}(c+b)^2 \cdot (a-b)^{-4}. \end{aligned}$$

№ 919.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad a^{-2} + b^{-2} &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{a^2}{a^2b^2} + \frac{b^2}{a^2b^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2b^2}; \\ \text{б)} \quad xy^{-1} + xy^{-2} &= \frac{x}{y} + \frac{x}{y^2} = \frac{xy + x}{y^2}; \\ \text{в)} \quad (a + b^{-1})(a^{-1} - b) &= \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} - b\right) = \frac{(ab+1)(1-ab)}{ab} = \frac{1-a^2b^2}{ab}; \\ \text{г)} \quad (x-2y^{-1})(x^{-1}+2y) &= \left(x - \frac{2}{y}\right)\left(\frac{1}{x} + 2y\right) = \left(\frac{xy-2}{y}\right)\left(\frac{1+2xy}{x}\right) = \frac{(xy-2)(1+2xy)}{xy}. \end{aligned}$$

№ 920.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad (a^{-1} + b^{-1})(a + b)^{-1} &= \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a+b}\right) = \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}; \\ \text{б)} \quad (a-b)^{-2}(a^2 - b^2) &= \frac{1}{(a-b)^2} \cdot \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) = \frac{(b^2 - a^2)}{a^2b^2} \cdot \frac{1}{(b-a)^2} = \\ &= \frac{(b-a)(b+a)}{a^2b^2(b-a)^2} = \frac{a+b}{a^2b^2(b-a)}. \end{aligned}$$

Упражнения для повторения

№ 921.

а) $8,175 \approx 8,2$;

абсолютная погрешность равна: $|8,2 - 8,175| = |0,025| = 0,025$;

б) $0,4361 \approx 0,4$;

абсолютная погрешность равна: $|0,4 - 0,4361| = |-0,0361| = 0,0361$;

в) $52,25 \approx 52,3$;

абсолютная погрешность равна: $|52,3 - 52,25| = |0,05| = 0,05$.

№ 922.

Обозначим за x км/ч — скорость туриста по проселочной дороге,

$1,4x$ км/ч — его скорость при движении по шоссе; $\left(\frac{25}{x}\right)$ ч — время,

которое турист двигался по проселочной дороге; $\left(\frac{28}{1,4x}\right)$ ч — его вре-

мя движения по шоссе; 3 ч 36 мин $= 3\frac{3}{5}$ ч. Составляем уравнение:

$$\frac{28}{1,4x} + \frac{25}{x} = 3\frac{3}{5}; \quad \frac{20}{x} + \frac{25}{x} = \frac{18}{5};$$

$$100 + 125 = 18x; \quad 18x = 225; \quad x = 12,5.$$

Ответ: $12,5$ км/ч.

№ 923.

а) $(2x - 1)(2x + 1) - 4x(x + 6) < x - 6$; $4x^2 - 1 - 4x^2 - 24x < x - 6$;

$$-25x < -5; \quad -5x < -1; \quad x > \frac{1}{5};$$

б) $(6x - 1)^2 - 12x(5 + 3x) < 8,2$; $36x^2 - 12x + 1 - 60x - 36x^2 < 8,2$;

$$-72x < 7,2; \quad x > -0,1.$$

№ 924.

$$-5x - 10,15 < 0; \quad 5x > -10,15; \quad x > -2,03;$$

т.е. функция $y = -5x - 10,15$ принимает отрицательные значения на промежутке $(-2,03; +\infty)$.

34. Свойства степени с целым показателем

№ 925.

а) $3^{-4} \cdot 3^6 = 3^{-4+6} = 9$; б) $2^4 \cdot 2^{-3} = 2^{4-3} = 2$;

в) $10^8 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-6} = 10^{8-5-6} = 10^{-3} = \frac{1}{1000}$;

г) $2^{10} : 2^{12} = 2^{10-12} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$; д) $5^3 : 5^{-3} = 5^{3-(-3)} = 5^6 = 15625$;

е) $3^{-4} : 3 = 3^{-4-1} = 3^{-5} = \frac{1}{243}$; ж) $(2^{-4})^{-1} = 2^{(-4)(-1)} = 2^4 = 16$;

з) $(5^2)^{-2} \cdot 5^3 = 5^{-4} \cdot 5^3 = 5^{-4+3} = \frac{1}{5}$; и) $3^{-4} \cdot (3^{-2})^{-4} = 3^{-4} \cdot 3^8 = 3^{-4+8} = 81$.

№ 926.

а) $5^{-15} \cdot 5^{16} = 5^{-15+16} = 5$; б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4+3} = 3$;

в) $4^{-8} : 4^{-9} = 4^1 = 4$; г) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{2-4} = 3 = 5^2 = 25$;

д) $(2^{-2})^{-3} = 2^{(-2)(-3)} = 2^6 = 64$; е) $(0,1^{-3})^{-1} = 0,1^3 = 0,001$.

№ 927.

Пусть a — произвольное число, отличное от нуля.

$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$, значит, $a^n \cdot a^{-n} = a^n \left(\frac{1}{a}\right)^n = 1$, ч.т.д.

№ 928.

Пусть a и b — произвольные числа, отличные от нуля.

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, значит, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, ч.т.д.

№ 929.

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^1 = 1\frac{1}{3}$;

в) $0,01^{-2} = \left(\left(\frac{1}{10}\right)^2\right)^{-2} = 10^4 = 10000$; г) $\left(1\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}$;

д) $0,002^{-1} = \left(\frac{2}{1000}\right)^{-1} = \left(\frac{1000}{2}\right)^1 = 500$;

е) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} = \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = -\left(\frac{2}{3}\right)^5 = -\frac{32}{243}$.

№ 930.

Пусть a и b — произвольные положительные числа, $a > b$.

$a^{-1} - b^{-1} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$. Так как $a > 0$, $b > 0$, $b - a < 0$ и $ab > 0$,

то $a^{-1} - b^{-1} < 0$, т.е. $a^{-1} < b^{-1}$, ч.т.д.

№ 931.

а) $27 \cdot 3^{-4} = 3^3 \cdot 3^{-4} = \frac{1}{3}$;

б) $(3^{-1})^5 \cdot 81^2 = 3^{-5} \cdot (3^4)^2 = 3^{-5} \cdot 3^8 = 3^3 = 27$;

в) $9^{-2} : 3^{-6} = (3^2)^{-2} : 3^{-6} = 3^{-4} : 3^{-6} = 3^{-4} \cdot 3^6 = 3^2 = 9$;
 г) $81^3 : (9^{-2})^{-3} = (3^4)^3 : ((3^2)^{-2})^{-3} = 3^{12} : 3^{12} = 3^{12} \cdot 3^{-12} = 3^0 = 1$.

№ 932.

а) $\frac{1}{16} \cdot 2^{10} = 2^{-4} \cdot 2^{10} = 2^6 = 64$; б) $32 \cdot (2^{-4})^2 = 2^5 \cdot 2^{-8} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$;
 в) $8^{-1} \cdot 4^3 = 2^{-3} \cdot 2^6 = 2^3 = 8$; г) $4^5 \cdot 16^{-2} = 2^{10} \cdot 2^{-8} = 2^2 = 4$.

№ 933.

m — целое число: а) $5^m \cdot 5^{m+1} \cdot 5^{1-m} = 5^{m+m+1+1-m} = 5^{m+2}$;
 б) $(5^m)^2 \cdot (5^{-3})^m = 5^{2m} \cdot 5^{m(-3)} = 5^{2m} \cdot 5^{-3m} = 5^{2m-3m} = 5^{-m}$;

в) $625 : 5^{4m-2} = \frac{5^4}{1} : \frac{5^{4m}}{5^2} = \frac{5^4}{1} \cdot \frac{5^2}{5^{4m}} = \frac{5^6}{5^{4m}} = 5^{6-4m}$.

№ 934.

а) $8^{-2} \cdot 4^3 = (2^3)^{-2} \cdot (2^2)^3 = 2^{3(-2)} \cdot 2^{2 \cdot 3} = 2^{-6} \cdot 2^6 = 1$;

б) $9^{-6} \cdot 27^5 = (3^2)^{-6} \cdot (3^3)^5 = 3^{-12} \cdot 3^{15} = 27$;

в) $10^0 : 10^{-3} = 1 : 10^{-3} = 10^3 = 1000$;

г) $125^{-4} : 25^{-5} = (5^3)^{-4} : (5^2)^{-5} = 5^{-12} : 5^{-10} = 5^{-12} \cdot 5^{10} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$;

д) $\frac{2^{-21}}{4^{-5} \cdot 4^{-6}} = \frac{2^{-21}}{(2^2)^{-5} \cdot (2^2)^{-6}} = \frac{2^{-21}}{2^{-10} \cdot 2^{-12}} = 2^{-21+22} = 2$;

е) $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}} = \frac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}} = \frac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}} = \frac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$;

ж) $\frac{3^{-10} \cdot 9^8}{(-3)^2} = \frac{3^{-10} \cdot (3^2)^8}{3^2} = \frac{3^{-10} \cdot 3^{16}}{3^2} = \frac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$;

з) $\frac{5^{-5} \cdot 25^{10}}{125^3} = \frac{5^{-5} \cdot (5^2)^{10}}{(5^3)^3} = \frac{5^{-5} \cdot 5^{20}}{5^9} = \frac{5^{15}}{5^9} = 5^6 = 15625$.

№ 935.

а) $125^{-1} \cdot 25^2 = \frac{25^2}{125} = \frac{(5^2)^2}{5^3} = \frac{5^4}{5^3} = 5$;

б) $16^{-3} \cdot 4^6 = \frac{4^6}{(4^2)^3} = 1$; в) $(6^2)^6 : 6^{14} = \frac{6^{12}}{6^{14}} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$;

г) $12^0 : (12^{-1})^2 = 1 : \left(\frac{1}{12}\right)^2 = 1 : \frac{1}{144} = 1 \cdot 144 = 144$;

д) $\frac{(2^3)^5 \cdot (2^{-6})^2}{4^2} = \frac{2^{15} \cdot 2^{-12}}{(2^2)^2} = \frac{2^3}{2^4} = \frac{1}{2}$;

е) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 9^4}{(3^3)^2} = \frac{3^{-6} \cdot (3^2)^4}{3^6} = \frac{3^2}{3^6} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

№ 936.

$$1) x^{-3} \cdot x^{-7} = x^{-3-7} = x^{-10}; \quad 2) x^7 \cdot x^{-17} = x^{7-17} = x^{-10}; \quad 3) x^{-40} \cdot x^{30} = x^{-40+30} = x^{-10}.$$

№ 937.

$$a) (a^4)^3 = a^{12}; \quad б) a^{12} = a^{(-6)(-2)} = (a^{-6})^{-2}.$$

№ 938.

$$a) x^{10} : x^{12} = x^{10} \cdot x^{-12} = x^{10-12} = x^{-2}; \quad б) x^0 : x^{-5} = 1 \cdot x^5 = x^5;$$

$$в) x^{n-1} : x^{-8} = x^{n-1-(-8)} = x^{7+n}; \quad г) x^6 : x^{n+2} = x^{6-(n+2)} = x^{6-n-2} = x^{4-n}.$$

№ 939.

$$a) 1,5ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b = 9a^{-1}b^{-2} = \frac{9a^{-1}}{b^2} = \frac{9}{ab^2};$$

$$б) \frac{3}{4} m^{-2} n^4 \cdot 8m^3 n^{-2} = \frac{8 \cdot 3}{4} mn^2 = 6mn^2;$$

$$в) 0,6c^2 d^4 \cdot \frac{1}{3} c^{-2} d^{-4} = \frac{1}{5} c^0 d^0 = \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{5};$$

$$г) 3,2x^{-1} y^{-5} \cdot \frac{5}{8} xy = \frac{16}{5} \cdot \frac{5}{8} \cdot x^0 y^{-4} = \frac{2}{y^4};$$

$$д) \frac{1}{2} p^{-1} q^{-3} \cdot \frac{1}{6} p^2 q^{-5} = \frac{1}{12} pq^{-8} = \frac{p}{12} \cdot \frac{1}{q^8} = \frac{8}{12q^8};$$

$$e) 3\frac{1}{3} a^5 b^{-18} \cdot 0,6a^{-1} b^{20} = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{5} a^4 b^2 = 2a^4 b^2.$$

№ 940.

$$a) 0,2a^{-2}b^4 \cdot 5a^3b^{-3} = ab;$$

$$\text{подставим } a = -0,125, b = 8: ab = (-0,125) \cdot 8 = -1;$$

$$б) \frac{1}{27} a^{-1} b^{-5} \cdot 81a^2 b^4 = 3ab^{-1} = \frac{3a}{b};$$

$$\text{подставим } a = \frac{1}{7}, b = \frac{1}{14}: \frac{3a}{b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{7}}{\frac{1}{14}} = \frac{1}{14} : \frac{1}{14} = 3 \cdot 2 = 6.$$

№ 941.

$$a) 1,6x^{-1} y^{12} \cdot 5x^3 y^{-11} = 8x^2 y;$$

$$\text{подставим } x = -0,2, y = 0,7: 8x^2 y = 8 \cdot (-0,2)^2 \cdot 0,7 = 8 \cdot 0,04 \cdot 0,7 = 0,224;$$

$$б) \frac{5}{6} x^{-3} y^3 \cdot 30x^3 y^{-4} = 25x^0 y^{-1} = \frac{25}{y};$$

$$\text{подставим } x = 127, y = \frac{1}{5}: \frac{25}{y} = \frac{25}{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} : \frac{1}{5} = 125.$$

№ 942.

$$a) (a^{-1}b^{-1})^2 = a^{(-1)(-2)} \cdot b^{(-1)(-2)} = a^2 b^2; \quad б) (x^3 y^{-1})^2 = x^6 \cdot y^{(-1)2} = x^6 y^{-2};$$

$$в) (0,5a^{-3}b^5)^{-12} = 0,5^{-12} a^{36} b^{-60} = (2^{-1})^{-12} a^{36} b^{-60} = 2^{12} a^{36} b^{-60};$$

$$\Gamma) (-2m^5n^{-3})^2 = 4m^{10} \cdot n^{(-3) \cdot 2} = 4m^{10}n^{-6};$$

$$\Delta) \left(\frac{1}{3}p^{-2}q^2\right)^{-3} = (3^{-1})^{-3}p^6q^{-6} = 12p^6q^{-6};$$

$$\text{e)} (-0,5x^{-3}y^4)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 (x^{-3})^3(y^4)^3 = (-2^{-1})^3 x^{-9}y^{12} = -2^{-3}x^{-9}y^{12} = -0,125x^{-9}y^{12}.$$

№ 943.

$$\text{a)} (6a^{-5}b)^{-1} = 6^{-1}a^5b^{-1} = \frac{1}{6}a^5b^{-1}; \quad \text{б)} \left(\frac{3}{4}a^{-1}b^{-3}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 a^2b^6 = \frac{16}{9}a^2b^6;$$

$$\text{в)} \left(\frac{7}{8}p^{-6}q\right)^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^{(-6)(-1)}q^{-1} = \frac{8}{7} \cdot p^6q^{-1};$$

$$\text{г)} (-0,3x^{-5}y^4)^{-2} = \left(-\frac{3}{10}\right)^{-2} x^{10}y^{-8} = \frac{100}{9}x^{10}y^{-8}.$$

№ 944.

$$\text{a)} 0,0001x^{-4} = 10^{-4}x^{-4} = (10x)^{-4}; \quad \text{б)} 32y^{-5} = 2^5(y^{-1})^5;$$

$$\text{в)} 0,0081a^8b^{-12} = (0,3a^2b^{-3})^4; \quad \text{г)} 10^n x^{-2n} y^{3n} = (10x^{-2}y^3)^n.$$

№ 945.

$$\text{a)} \frac{12x^{-5}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{38x^{-9}} = \frac{12x^{-5}y}{38x^{-9}y^{-6}} = \frac{1}{3}x^4y^7;$$

$$\text{б)} \frac{63a^2}{2b^{-5}} \cdot \frac{18b^2}{7a} = 9 \cdot 9 a^2 a^{-1} b^2 b^5 = 81ab^7;$$

$$\text{в)} \frac{5x^{-1}y^3}{3} \cdot \frac{9x^6}{y^{-2}} = 5 \cdot 3x^{-1}x^6y^3y^2 = 15x^5y^3y^2 = 25x^5y^5;$$

$$\text{г)} \frac{16p^{-1}q^{32}}{5} \cdot \frac{25p^6}{64q^{-8}} = \frac{5}{4}p^{-1}p^6q^2q^8 = \frac{5}{4}p^5q^{10}.$$

№ 946.

$$\text{a)} \frac{13x^{-2}}{y} \cdot \frac{y^{12}}{39x^{-3}} = \frac{1}{3}y^{12}y^{-1}x^{-2}x^{-3} = \frac{1}{3}xy^{11};$$

$$\text{б)} \frac{5a^5}{b^{-7}} \cdot \frac{7b^{-3}}{25a} = \frac{7}{5}a^4b^{-3}b^7 = \frac{7}{5}a^4b^4;$$

$$\text{в)} \frac{p}{3c^{-2}} \cdot \frac{15c}{p^{-2}} = \frac{15}{3}pp^2cc^2 = 5p^3c^3;$$

$$\text{г)} \frac{26x^{17}}{y^{-8}} \cdot \frac{y}{13x^{25}} = 2x^{17}x^{-25}yy^8 = 2y^9x^{-8}.$$

№ 947.

$$а) (0,25x^{-4}y^{-3})^2 \cdot \left(\frac{x^{-3}}{4y^2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 x^{-8}y^{-6}x^9y^6 \cdot 4^3 = 4x;$$

$$б) \left(\frac{a^{-3}b^4}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{a^{-2}b^3}\right)^{-3} = \frac{a^{-3}b^4}{9} \cdot \left(\frac{a^{-2}b^3}{3}\right)^3 = \frac{a^{-3}b^4 \cdot a^{-6}b^9}{9 \cdot 3^3} = \frac{a^{-9}b^{13}}{3^5} = \frac{a^{-9}b^{13}}{243};$$

$$в) \left(\frac{c^{-4}}{10a^5b^2}\right)^{-2} \cdot (5a^5bc^2)^{-2} = \left(\frac{10a^5b^2}{c^{-4}}\right) \cdot \left(\frac{1}{5a^3bc^2}\right)^2 = \frac{100a^{10}b^4}{c^{-8} \cdot 25a^6b^2c^4} =$$

$$= \frac{4a^4b^2}{c^{-4}} = 4a^4b^2c^4;$$

$$г) \left(\frac{x^2y^{-3}}{6z}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^2y^{-2}}{9z}\right)^2 = \left(\frac{6z}{x^2y^{-3}}\right)^3 \cdot \frac{x^4y^{-4}}{81z^2} = \frac{6^3z^3 \cdot x^4y^{-4}}{x^6y^{-9} \cdot 81z^2} = \frac{8}{3}zx^{-2}y^5.$$

№ 948.

$$а) \left(\frac{2x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 12xy^5 = \left(\frac{3y^{-2}}{2x^{-1}}\right)^2 \cdot 12xy^5 = \frac{9y^{-4}}{4x^{-2}} \cdot \frac{12xy^5}{1} = \frac{9 \cdot 12}{4} \cdot y \cdot x^3 = 27x^3y;$$

$$б) 4a^7b^{-1} \cdot \left(\frac{ab}{5}\right)^{-1} = \frac{4a^7b^{-1}}{1} \cdot \frac{5}{ab} = 20a^6b^{-2};$$

$$в) (2a^{-2}b^3)^2 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-6} = \frac{4a^{-4}b^6 \cdot b^6}{a^6} = 4a^{-10}b^{12};$$

$$г) \left(\frac{2x^2}{y^3}\right)^{-2} \cdot (x^{-1}y)^3 = \frac{y^3}{2x^2} \cdot x^{-3}y^3 = \frac{1}{2}y^6x^{-3}x^{-2} = \frac{1}{2}x^{-5}y^6.$$

Упражнения для повторения**№ 949.**

а) Приближенное значение длины отрезка AB равно 7 см.

Найдем абсолютную погрешность: $|7,2 - 7| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{7} \approx 0,029 = 2,9\%$.

б) Приближенное значение длины отрезка MN равно 0 см.

Найдем абсолютную погрешность: $|0,2 - 0| = 0,2$ см;

найдем относительную погрешность: $\frac{0,2}{0,2} = 1 = 100\%$.

№ 950.

Обозначим за x км/ч и $(1,5x)$ км/ч — скорость туристов на подъеме и спуске; тогда на подъеме они затратили $\frac{9}{x}$ ч, а на спуске — $\frac{9}{1,5x}$ ч.

По условию суммарное время равно 5 ч. Запишем уравнение:

$$\frac{9}{x} + \frac{9}{1,5x} = 5; \quad \frac{9}{x} + \frac{6}{x} = 5; \quad \frac{15}{x} = 5; \quad x = 3.$$

Ответ: 3 км/ч.

№ 951.

а) $\frac{2a-5}{a-1} = 2$; $2a-5 = 2a-2$; $-5=2$, но $-5 \neq 2$, значит, не существует значение a , при котором значение исходного выражения равно 2.

б) $\frac{5a+7}{3a-11} = 2$; $5a+7 = 6a-22$; $-6a+5a = -22-7$; $a = 29$;

итак, значение исходного выражения равно 2 при $a = 29$.

№ 952.

$$\text{а) } \begin{cases} \frac{2x-x-1}{5-3} > 3, & \begin{cases} 6x-5x+5 > 15, \\ 3,6x < 1+2,6x; \end{cases} & \begin{cases} x > 10, \\ x < 1; \end{cases} \end{cases}$$

система не имеет решений;

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{2-6x}{5} < 0, & \begin{cases} 15x+5-4+12x < 0, \\ 4,2x-2,2x < 5; \end{cases} & \begin{cases} 27x+1 < 0, \\ 2x < 5; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{1}{27}, \\ x < 2,5; \end{cases} \quad x < -\frac{1}{27}; \quad \left(-\infty; -\frac{1}{27}\right).$$

№ 953.

$$\text{а) } \frac{4\sqrt{5}-\sqrt{30}}{3} = \frac{\sqrt{80}-\sqrt{30}}{3};$$

$\sqrt{80} > \sqrt{30}$, т.к. $80 > 30$, значит, $\frac{4\sqrt{5}-\sqrt{30}}{3} > 0$;

$$\text{б) } \frac{-6}{\sqrt{70}-2\sqrt{8}} = -\frac{6}{\sqrt{70}-\sqrt{32}};$$

$\sqrt{70} > \sqrt{32}$, т.к. $70 > 32$, значит, $-\frac{6}{\sqrt{70}-2\sqrt{8}} < 0$.

35. Стандартный вид числа

№ 954.

- а) $1,2 \cdot 10^9$ — порядок числа равен 9;
б) $3,6 \cdot 10^3$ — порядок числа равен 3;
в) $2,7 \cdot 10^{-3}$ — порядок числа равен -3;
г) $6,3 \cdot 10^{-1}$ — порядок числа равен -1;
д) $4,42 \cdot 10^5$ — порядок числа равен 5;
е) $9,28 \cdot 10^{-4}$ — порядок числа равен -4.

№ 955.

- а) $52\,000\,000 = 5,2 \cdot 10^7$; б) $2\,180\,000\,000 = 2,18 \cdot 10^6$;
в) $675\,000\,000 = 6,75 \cdot 10^8$; г) $40,44 = 4,044 \cdot 10$;
д) $0,00281 = 2,81 \cdot 10^{-3}$; е) $0,0000035 = 3,5 \cdot 10^{-6}$.

№ 956.

- а) $45 \cdot 10^3 = 4,5 \cdot 10^4$; б) $117 \cdot 10^5 = 1,17 \cdot 10^7$;
в) $0,74 \cdot 10^6 = 7,4 \cdot 10^5$; г) $0,06 \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^3$.

№ 957.

- а) $1\,024\,000 = 1,024 \cdot 10^6$; б) $6\,000\,000 = 6 \cdot 10^6$;
в) $21,56 = 2,156 \cdot 10$; г) $0,85 = 8,5 \cdot 10^{-1}$;
д) $0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$; е) $0,000282 = 2,82 \cdot 10^{-4}$;
ж) $508 \cdot 10^{-7} = 5,08 \cdot 10^{-5}$; з) $0,042 \cdot 10^2 = 4,2 \cdot 10^0 = 4,2$.

№ 958.

$6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^{21}$. Значит, в стандартном виде масса Земли равна $6 \cdot 10^{21}$ т.

$0,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,0017 = 1,7 \cdot 10^{-21}$. Значит, в стандартном виде масса атома водорода равна $1,7 \cdot 10^{-21}$ т.

№ 959.

- а) $3,8 \cdot 10^3$ т = $3,8 \cdot 10^3 \cdot 10^6$ г = $3,8 \cdot 10^9$ г;
б) $1,7 \cdot 10^{-4}$ км = $1,7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^2$ см = $1,7 \cdot 10$ см;
в) $8,62 \cdot 10^{-1}$ кг = $8,62 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}$ т = $8,62 \cdot 10^{-4}$ т;
г) $5,24 \cdot 10^5$ см = $5,24 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2}$ м = $5,24 \cdot 10^3$ м.

№ 960.

- а) $2,85 \cdot 10^8$ см = $2,85 \cdot 10^8 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}$ км = $2,85 \cdot 10^3$ км;
б) $4,6 \cdot 10^{-2}$ м = $4,6 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \cdot 10$ мм = $4,6 \cdot 10$ мм;
в) $6,75 \cdot 10^{15}$ г = $6,75 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$ т = $6,75 \cdot 10^9$ т;
г) $1,9 \cdot 10^{-2}$ т = $1,9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3$ кг = $1,9 \cdot 10$ кг.

№ 961.

- а) $(3,25 \cdot 10^2) \cdot (1,4 \cdot 10^3) = 3,25 \cdot 1,4 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 4,55 \cdot 10^{2+3} = 4,55 \cdot 10^5$;
б) $(4,4 \cdot 10^{-3}) \cdot (5,2 \cdot 10^4) = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 4,4 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3+4} = 22,88 \cdot 10 = 2,288 \cdot 10^2$.

№ 962.

а) $(9,9 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-1}) = 9,9 : 1,2 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^{2+1} = 8,25 \cdot 10^3$;

б) $(1,23 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-2}) = 1,23 : 4,8 \cdot 10^{-3+2} = 0,25625 \cdot 10^{-1} = 2,5625 \cdot 10^{-2}$.

№ 963.

а) $(2,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (8,4 \cdot 10^4) = 2,5 \cdot 8,4 \cdot 10^{-3+4} = 21 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10 \cdot 10 = 2,1 \cdot 10^2$;

б) $(3,6 \cdot 10^5) : (2,4 \cdot 10^2) = 3,6 : 2,4 \cdot 10^{5-2} = 1,5 \cdot 10^3$.

№ 964.

Если v — скорость света, $t = 2,8 \cdot 10^6$, то путь

$$S = v \cdot t = 3 \cdot 10^5 \cdot 2,8 \cdot 10^6 = 3 \cdot 2,8 \cdot 10^{5+6} = 8,4 \cdot 10^{11} \text{ км.}$$

Ответ: $8,4 \cdot 10^{11}$ км.

№ 965.

Порядок массы Земли больше порядка массы Марса, значит, масса Земли больше массы Марса; получаем:

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}} = \frac{1,9}{6,4} \cdot 10^{24-23} \approx 0,93 \cdot 10 = 9,3.$$

Ответ: масса Земли в $\approx 9,3$ раза больше.

№ 966.

Порядок массы Венеры меньше порядка массы Юпитера, значит, масса Венеры меньше массы Юпитера; найдем их отношение:

$$\frac{1,9 \cdot 10^{27}}{4,87 \cdot 10^{24}} = \frac{1,9}{4,87} \cdot 10^{27-24} \approx 0,4 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^2.$$

Ответ: масса Венеры в $\approx 4 \cdot 10^2$ раз меньше.

№ 967.

Масса плиты есть плотность, умноженная на объем:

$$7,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 \cdot 6 \cdot 10^{-1} \cdot 2,5 \cdot 10^{-1} = 140,4 \cdot 10 = 1,404 \cdot 10^3 \text{ кг.}$$

Ответ: $1,404 \cdot 10^3$.

Упражнения для повторения

№ 968.

Обозначим за x км/ч и $(1,2x)$ км/ч — скорость поезда по расписанию и его фактическую скорость; $\left(\frac{120}{x}\right)$ ч — время движения поезда по

расписанию; $\left(\frac{120}{1,2x}\right)$ ч — фактическое время движения поезда.

$$\text{Составляем уравнение: } \frac{120}{x} - \frac{100}{x} = \frac{1}{4}; \quad \frac{20}{x} = \frac{1}{4}; \quad x = 80; \quad 1,2x = 96.$$

Ответ: со скоростью 96 км/ч.

№ 969.

$$1,5x^{-3}y^2 \cdot 6,2x^4y^{-1} = 1,5 \cdot 6,2x^{-3}x^4y^2y^{-1} = 9,3xy;$$

а) подставим $x = 5,5$; $y = 0,84$: $9,3xy = 9,3 \cdot 5,5 \cdot 0,84 = 42,966$;

б) подставим $x = -0,6$; $y = -3,2$: $9,3xy = 9,3 \cdot (-0,6) \cdot (-3,2) = 17,856$.

№ 970.

а) $\left(\frac{8a^{-2}}{b^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^{-2}}{16a^{-3}}\right)^2 = \frac{8^3 a^{-6} b^{-4}}{b^{-9} \cdot 16^2 \cdot a^{-6}} = \frac{8b^5}{4} = 2b^5$;

б) $\left(-\frac{9x^4}{2y^3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4y^4}{27x^5}\right)^{-2} = \left(-\frac{2y^3}{9x^4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{27x^5}{4y^4}\right)^2 = -\frac{2^3 y^9}{9^3 x^{12}} \cdot \frac{27x^{10}}{4^2 y^8} =$
 $= -\frac{8y^9(3 \cdot 9)^2 x^{10}}{4^2 y^8 9^3 x^{12}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{9y}{x^2 \cdot 9} = -\frac{1}{2} x^{-2} y$.

№ 971.

а) $\frac{2}{3}\left(3x - \frac{1}{2}\right) + x > 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - 10x\right)$; $2x - \frac{1}{3} + x > 1 - \frac{1}{6} + 5x$;

$-2x > \frac{7}{6}$; $x < -\frac{7}{12}$; $\left(-\infty; -\frac{7}{12}\right)$;

б) $2(3y - 1) - \frac{1}{2}(4y + 1) \leq \frac{2}{3}(y - 3) + \frac{1}{3}$;

$6y - 2 - 2y - \frac{1}{2} \leq \frac{2}{3}y - 2 + \frac{1}{3}$; $\frac{10}{3}y \leq \frac{5}{6}$; $y \leq \frac{1}{4}$; $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

№ 972.

Данное выражение имеет смысл, если подкоренные выражения неотрицательны и знаменатель дроби отличен от нуля.

Запишем систему неравенств: $\begin{cases} x \geq 0, \\ x - 1 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq 1; \end{cases} x \geq 1$;

при этом, если $x \geq 1$, то знаменатель отличен от нуля.

Ответ: $x \geq 1$.

§ 14. Приближенные вычисления**36. Запись приближенных вычислений****№ 973.**

а) запись $m = 4,96 \pm 0,08$ означает, что:

$4,96 - 0,08 \leq m \leq 4,96 + 0,08$, т.е. $4,88 \leq m \leq 5,04$;

б) запись $x = 0,379 \pm 0,021$ означает, что:

$0,379 - 0,021 \leq x \leq 0,379 + 0,021$, т.е. $0,358 \leq x \leq 0,400$;

в) запись $y = 6482 \pm 35$ означает, что:

$$6482 - 35 \leq y \leq 6482 + 35, \text{ т.е. } 6447 \leq y \leq 6517;$$

г) запись $n = 89000 \pm 3000$ означает, что:

$$89000 - 3000 \leq n \leq 89000 + 3000, \text{ т.е. } 86000 \leq n \leq 92000.$$

№ 974.

а) $y = 73 \pm 1; 73 - 1 \leq y \leq 73 + 1; 72 \leq y \leq 74;$

б) $y = 3,9 \pm 0,2; 3,9 - 0,2 \leq y \leq 3,9 + 0,2; 3,7 \leq y \leq 4,1;$

в) $y = 6,5 \pm 0,1; 6,5 - 0,1 \leq y \leq 6,5 + 0,1; 6,4 \leq y \leq 6,6;$

г) $y = 20,48 \pm 0,15; 20,48 - 0,15 \leq y \leq 20,48 + 0,15; 20,33 \leq y \leq 20,63.$

№ 975.

Если $c = 299\,792\,458 \pm 1,2$, то $299\,792\,458 - 1,2 \leq c \leq 299\,792\,458 + 1,2$, т.е. $299\,792\,456,8 \leq c \leq 299\,792\,459,2$.

№ 976.

а) Абсолютная погрешность приближенного значения 47,62 не превышает 0,01;

б) абсолютная погрешность приближенного значения 13,5 не превышает 0,01;

в) абсолютная погрешность приближенного значения 4,3725 не превышает 0,0001;

г) абсолютная погрешность приближенного значения 0,00681 не превышает 0,00001;

д) абсолютная погрешность приближенного значения 62 не превышает 1;

е) абсолютная погрешность приближенного значения 250 не превышает 1;

ж) абсолютная погрешность приближенного значения 8,4 не превышает 0,1;

з) абсолютная погрешность приближенного значения 8,400 не превышает 0,001.

№ 977.

а) $x \approx 3,34$, точность равна 0,01; б) $x \approx 162,3$, точность равна 0,1;

в) $x \approx 0,073$, точность равна 0,001; г) $x \approx 1680$, точность равна 1;

д) $x \approx 0,02$, точность равна 0,01; е) $x \approx 0,020$, точность равна 0,001.

№ 978.

а) $x \approx 4,8 \cdot 10^4$, тогда $x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 0,1 \cdot 10^4; x = 4,8 \cdot 10^4 \pm 10^3$.

Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 .

б) $x \approx 2,164 \cdot 10^6$, тогда $x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 0,001 \cdot 10^6; x = 2,164 \cdot 10^6 \pm 10^3$.

Абсолютная погрешность приближенного значения величины x не превышает 10^3 .

№ 979. а) $y \approx 1,27 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,01.

б) $y \approx 1,27 \cdot 10^{-8}$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,01.

в) $y \approx 1,490 \cdot 10^5$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,001.

г) $y \approx 2,3162 \cdot 10^{-4}$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,0001.

д) $y \approx 0,006 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-5}$, тогда относительная погрешность приближенного значения y не превышает 1.

е) $y \approx 7,5 \cdot 10^0$, относительная погрешность приближенного значения y не превышает 0,1.

№ 980. а) $\rho \approx 2,6 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1.

б) $\rho \approx 9,12 \cdot 10$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,01.

в) $\rho \approx 5,20 \cdot 10^3$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,01.

г) $\rho \approx 6,0 \cdot 10^2$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1.

д) $\rho \approx 1,7 \cdot 10^{-2}$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 0,1.

е) $\rho \approx 5 \cdot 10^{-3}$, относительная погрешность приближенного значения ρ не превышает 1.

№ 981. По условию масса Солнца M (в кг) равна $1,990 \cdot 10^{30}$, тогда $M = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 0,001 \cdot 10^{30} = 1,990 \cdot 10^{30} \pm 10^{27}$ кг.

Масса Земли m (в кг) равна $5,976 \cdot 10^{24}$, тогда $m = 5,976 \cdot 10^{24} \pm 0,001 \cdot 10^{24} = 5,976 \pm 10^{21}$ кг.

Абсолютная погрешность приближенного значения массы Солнца не превышает 10^{27} кг; абсолютная погрешность приближенного значения массы Земли не превышает 10^{21} кг.

№ 982. По условию масса электрона m (в кг) равна $0,91 \cdot 10^{-27}$, тогда $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \pm 0,1 \cdot 10^{-28}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-28} \pm 10^{-29}$ кг.

Абсолютная погрешность приближенного значения массы электрона не превышает 10^{-29} кг. Относительная погрешность приближенного значения массы электрона не превышает 0,1.

Упражнения для повторения

№ 983.

а) $376\,000 = 3,76 \cdot 10^5$; б) $12\,000\,000 = 1,2 \cdot 10^7$;
в) $0,000085 = 8,5 \cdot 10^{-5}$; г) $0,00169 = 1,69 \cdot 10^{-3}$.

№ 984.

а) $(3,14 \cdot 10^3) \cdot (2,1 \cdot 10^5) = 6,594 \cdot 10^{3+5} = 6,594 \cdot 10^8$;
б) $(1,96 \cdot 10^{-2}) : (2,45 \cdot 10^{-3}) = 0,8 \cdot 10^{-2+3} = 0,8 \cdot 10 = 8$.

№ 985.

Решим систему:

$$\begin{cases} 0,2(4-5x) + 0,5x < 2x - 0,5(4-3x), & \begin{cases} 0,8 - x + 0,5x < 2x - 2 + 1,5x, \\ 1,5(3-2x) + 0,5 > 12 - 0,1(10-5x); & \begin{cases} 4,5 - 3x + 0,5 > 12 - 1 + 0,5x; \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x < -2,8, \\ -3,5x > 6; \end{cases} \begin{cases} x > 0,7, \\ x < -\frac{12}{7}; \end{cases} \text{ система решения не имеет.}$$

№ 986.

$$\begin{aligned} \sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) - (\sqrt{2}+1)^2 &= \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} - \left[(\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} + 1^2 \right] = \\ &= \sqrt{18} - 6 - 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 3\sqrt{2} - 9 - 2\sqrt{2} = \sqrt{2} - 9. \end{aligned}$$

№ 987.

$$\begin{aligned} a^2 > 14a - 50; \quad a^2 - 14a + 50 > 0; \\ a^2 - 14a + 50 &= (a^2 - 14a + 49) + 1 = (a - 7)^2 + 1 > 0 \text{ при всех } a. \end{aligned}$$

37. Действия над приближенными значениями

№ 988.

а) $x \approx 0,9071$, $y \approx 6,52$; $x + y \approx 0,9071 + 6,52 = 7,4271 \approx 7,43$;
б) $x \approx 7,8$, $y \approx 4,725$; $x + y \approx 7,8 + 4,725 = 12,525 \approx 12,5$;
в) $x \approx 2,134$, $y \approx 11,27$; $x + y \approx 2,134 + 11,27 = 13,404 \approx 13,40$;
г) $x \approx 19$, $y \approx 31,8$; $x + y \approx 19 + 31,8 = 50,8 \approx 51$.

№ 989.

а) $a \approx 5,64$, $b \approx 2,3415$; $a - b \approx 5,64 - 2,3415 = 3,2985 \approx 3,30$;
б) $a \approx 42,609$, $b \approx 38,6$; $a - b \approx 42,609 - 38,6 = 4,009 \approx 4,0$;
в) $a \approx 23,40$, $b \approx 1,9165$; $a - b \approx 23,40 - 1,9165 = 21,4835 \approx 21,48$;
г) $a \approx 6,385$, $b \approx 0,29$; $a - b \approx 6,385 - 0,29 = 6,095 \approx 6,10$.

№ 990.

а) $x \approx 34,12$, $y \approx 19,6$; $x + y \approx 34,12 + 19,6 = 53,72 \approx 53,7$;
 $x - y \approx 34,12 - 19,6 = 14,52 \approx 14,5$;
б) $x \approx 4,1608$, $y \approx 1,09$; $x + y \approx 4,1608 + 1,09 = 5,2508 \approx 5,25$;
 $x - y \approx 4,1608 - 1,09 = 3,0708 \approx 3,07$.

№ 991.

$$a \approx 26,1042, b \approx 8,98, c \approx 3,65;$$

$$a - b + c \approx 26,1042 - 8,98 + 3,65 = 20,7742 \approx 20,77.$$

№ 992.

$$x \approx 9,1, y \approx 8,89, z \approx 0,8517;$$

$$x + y - z \approx 9,1 + 8,89 - 0,8517 = 17,1383 \approx 17,1.$$

№ 993.

Приближенное значение массы масла равно:

$$1,63 - 0,706 = 0,924 \approx 0,92 \text{ кг.}$$

Ответ: 0,92 кг.

№ 994.

Приближенное значение периметра четырехугольника равно:

$$3,26 + 6,12 + 7,50 + 4,325 = 21,205 \approx 21,21 \text{ м.}$$

Ответ: 21,21 м.

№ 995.

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 5,26 + 3,815 + 4,70 = 13,775 \approx 13,78 \text{ Ом.}$$

Ответ: 13,78 Ом.

№ 996.

Приближенное значение свободной от строений площади участка равно: $600 - 56,5 - 16,3 = 527,2 \approx 527 \text{ м}^2$.

Ответ: 527 м^2 .

№ 997.

Приближенное значение разности масс этих планет равно:

$$5,976 \cdot 10^{21} - 4,88 \cdot 10^{21} = 1,096 \cdot 10^{21} \approx 1,10 \cdot 10^{21} \text{ т.}$$

Ответ: масса Земли на $1,10 \cdot 10^{21}$ т больше массы Венеры.

№ 998.

$$\text{а) } ab = 2,2 \cdot 10^3 \cdot 3,41 \cdot 10^4 = 7,502 \cdot 10^7 \approx 7,5 \cdot 10^7;$$

$$\text{б) } ab = 1,154 \cdot 10^8 \cdot 6,9 \cdot 10^{-5} = 7,9626 \cdot 10^3 \approx 8,0 \cdot 10^3;$$

$$\text{в) } ab = 8,42 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 10^5 = 82,6002 \cdot 10^1 = 8,26002 \cdot 10^2 \approx 8,26 \cdot 10^2;$$

$$\text{г) } ab = 7,605 \cdot 10^{-2} \cdot 1,8 \cdot 10^{-3} = 13,689 \cdot 10^{-5} = 1,3689 \cdot 10^{-4} \approx 1,4 \cdot 10^{-4}.$$

№ 999.

$$\text{а) } x : y = (8,75 \cdot 10^6) : (5,4 \cdot 10^4) = 8,75 : 5,4 \cdot 10^{6-4} = 1,62037 \cdot 10^2 \approx 1,6 \cdot 10^2;$$

$$\text{б) } x : y = (4,3 \cdot 10^5) : (6,95 \cdot 10^2) =$$

$$= 4,3 : 6,95 \cdot 10^{5-2} = 0,618705 \cdot 10^3 = 6,18705 \cdot 10^2 \approx 6,2 \cdot 10^2.$$

№ 1000.

$$ab = 8,3 \cdot 10^4 \cdot 3,12 \cdot 10^6 =$$

$$= 8,3 \cdot 3,12 \cdot 10^{4+6} = 25,896 \cdot 10^{10} = 2,5896 \cdot 10^{11} \approx 2,6 \cdot 10^{11};$$

$$\frac{a}{b} = \frac{8,3 \cdot 10^4}{3,12 \cdot 10^6} = \frac{8,3}{3,12} \cdot 10^{-2} \approx 2,6603 \cdot 10^{-2} \approx 2,7 \cdot 10^{-2}.$$

№ 1001.а) Стандартный вид чисел p и q :

$$p \approx 4,65 \cdot 10^1 \text{ и } q \approx 7,2 \cdot 10^{-1}, \text{ тогда}$$

$$p \cdot q = 4,65 \cdot 10^1 \cdot 7,2 \cdot 10^{-1} = 33,48 = 3,348 \cdot 10^1 \approx 3,3 \cdot 10^1;$$

б) стандартный вид чисел p и q :

$$p \approx 6,38 \cdot 10^{-2} \text{ и } q \approx 1,84 \cdot 10^1, \text{ тогда}$$

$$p \cdot q = 6,38 \cdot 10^{-2} \cdot 1,84 \cdot 10^1 = 11,7392 \cdot 10^{-1} = 1,17392 \cdot 10^0 \approx 1,17.$$

№ 1002.а) Стандартный вид чисел x и y :

$$x \approx 1,828 \cdot 10^1 \text{ и } y \approx 5,4 \cdot 10^{-1}, \text{ тогда}$$

$$x : y = (1,828 \cdot 10^1) : (5,4 \cdot 10^{-1}) = 1,828 : 5,4 \cdot 10^{1+1} =$$

$$= 0,3385 \cdot 10^2 \approx 3,4 \cdot 10^1;$$

б) стандартный вид чисел x и y :

$$x \approx 3,6 \cdot 10^{-1} \text{ и } y \approx 2,38 \cdot 10^{-2}, \text{ тогда}$$

$$x : y = (3,6 \cdot 10^{-1}) : (2,38 \cdot 10^{-2}) = 3,6 : 2,38 \cdot 10^{-1+2} =$$

$$= 1,5126 \cdot 10^1 \approx 1,5 \cdot 10.$$

№ 1003.а) Стандартный вид чисел x и y :

$$x \approx 2,05 \cdot 10^0 \text{ и } y \approx 1,2 \cdot 10^0, \text{ тогда}$$

$$x \cdot y = 2,05 \cdot 1,2 \cdot 10^0 = 2,46 \approx 2,5;$$

$$\frac{x}{y} = \frac{2,05 \cdot 10^0}{1,2 \cdot 10^0} \approx 1,7083 \cdot 10^0 \approx 1,7;$$

б) Стандартный вид чисел x и y :

$$x \approx 6 \cdot 10^{-1} \text{ и } y \approx 7,5 \cdot 10^0, \text{ тогда}$$

$$x \cdot y = 6 \cdot 10^{-1} \cdot 7,5 = 45 \cdot 10^{-1} = 4,5 \cdot 10^0 \approx 5;$$

$$\frac{x}{y} = \frac{6 \cdot 10^{-1}}{7,5 \cdot 10^0} = 0,8 \cdot 10^{-1} \approx 8 \cdot 10^{-2}.$$

№ 1004.

Приближенное значение площади комнаты равно:

$$5,85 \cdot 3,75 = 21,9375 = 2,19375 \cdot 10^1 \approx 2,19 \cdot 10^1 = 21,9 \text{ м}^2.$$

Ответ: 21,9 м².**№ 1005.**

Приближенное значение площади участка равно:

$$254 \cdot 194 = 2,54 \cdot 10^2 \cdot 1,94 \cdot 10^2 = 4,9276 \cdot 10^4 \approx 4,93 \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 4,93 \text{ га}.$$

Ответ: 4,93 га.

№ 1006.

Приближенное значение расстояния от наблюдателя равно:

$$332 \cdot 4,7 = 3,32 \cdot 10^2 \cdot 4,7 \cdot 10^0 = 15,604 \cdot 10^2 =$$

$$= 1,5604 \cdot 10^3 \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ м} = 1,6 \text{ км}.$$

Ответ: 1,6 км.

№ 1007.

а) В стандартном виде длина стороны квадрата равна $c \approx 6,29 \cdot 10^0$ м.

Приближенное значение периметра квадрата равно:

$$6,29 \cdot 10^0 \cdot 4 = 25,16 \cdot 10^0 = 2,516 \cdot 10^1 \approx 2,52 \cdot 10^1 = 25,2 \text{ м.}$$

б) В стандартном виде длина стороны квадрата равна $c \approx 8,5 \cdot 10^{-1}$ м.

Приближенное значение периметра квадрата равно:

$$8,5 \cdot 10^{-1} \cdot 4 = 34 \cdot 10^{-1} = 3,4 \cdot 10^0 = 3,4 \text{ м.}$$

№ 1008.

Приближенное значение ширины площадки равно:

$$\frac{150}{16,3} = \frac{1,50 \cdot 10^2}{1,63 \cdot 10^1} = 0,9202 \cdot 10^1 = 9,202 \cdot 10^0 \approx 9,2 \text{ м.}$$

№ 1009.

Объем есть произведение массы на плотность, так что приближенное значение объема пластинки равно:

$$\frac{325}{8,9} = \frac{3,25 \cdot 10^2}{8,9 \cdot 10^0} \approx 0,3652 \cdot 10^2 = 3,652 \cdot 10^1 \approx 3,7 \cdot 10^1 = 37 \text{ см}^3.$$

Ответ: 37 см^3 .

№ 1010.

Приближенное значение периметра прямоугольника равно:

$$2 \cdot (15,4 + 8,7) = 48,2 \text{ см.}$$

Приближенное значение площади прямоугольника равно:

$$15,4 \cdot 8,7 = 133,98 = 1,3398 \cdot 10^2 \approx 1,3 \cdot 10^2 \text{ см}^2.$$

Ответ: $48,2 \text{ см}$; $1,3 \cdot 10^2 \text{ см}^2$.

№ 1011.

а) Стандартный вид чисел x и y :

$x \approx 4,624 \cdot 10$, $y \approx 2,52 \cdot 10$; вычисляем:

$$\begin{aligned} xy - 5y &= 4,624 \cdot 10 \cdot 2,52 \cdot 10 - 5 \cdot 2,52 \cdot 10 = 11,65248 \cdot 10^2 - 126 = \\ &= 1,165248 \cdot 10^3 - 0,126 \cdot 10^3 = 1,039 \cdot 10^3 \approx 1,04 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

б) Стандартный вид чисел x и y :

$$x \approx 10,20 \text{ и } y \approx 2,08; \text{ вычисляем: } \frac{x+y}{x-y} = \frac{10,20+2,08}{10,20-2,08} = \frac{12,28}{8,12} \approx$$

$$\approx 0,1512 \cdot 10^1 = 1,512 \cdot 10^0 \approx 1,51.$$

№ 1012.

Подставим $x \approx 3,7$: $x^2 - 2x \approx (3,7 \cdot 10^0) - 2 \cdot 3,7 = 13,69 \cdot 10^0 - 7,4 = 6,29 \approx 6,3$.

№ 1013.

а) Примем $\pi \approx 3,1416$, тогда площадь круга равна:

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (8,3 \cdot 10^0)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 68,89 \cdot 10^0 = \\ &= 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,889 \cdot 10 = 21,64248 \cdot 10^1 \approx 2,2 \cdot 10^2 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Ответ: $2,2 \cdot 10^2 \text{ см}^2$.

б) Примем $\pi \approx 3,1416$. В стандартном виде $r \approx 2,51 \cdot 10$ м, тогда приближенное значение площади круга равно:

$$\pi r^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot (2,51 \cdot 10)^2 = 3,1416 \cdot 10^0 \cdot 6,3001 \cdot 10^2 = 19,792394 \cdot 10^2 \approx 1,98 \cdot 10^3 \text{ м}^2.$$

Ответ: $1,98 \cdot 10^3 \text{ м}^2$.

№ 1014.

Приближенное значение площади участка равно:

$$112 \cdot 348 = 1,12 \cdot 10^2 \cdot 3,48 \cdot 10^2 = 3,8976 \cdot 10^4 \approx 3,90 \cdot 10^4 \text{ м}^2 = 3,90 \text{ га}.$$

При урожайности с 1 га в 18 т, т.е. $1,8 \cdot 10$ т в стандартном виде, приближенное значение урожая будет равно:

$$1,8 \cdot 10 \cdot 3,90 \cdot 10^0 = 7,02 \cdot 10^1 \approx 7,0 \cdot 10^1 = 70 \text{ т.} \quad \text{Ответ: } 70 \text{ т.}$$

Упражнения для повторения

№ 1015.

$$\text{а) } (x^2-9) \left(\frac{2x}{x-3} - 1 \right) = (x^2-9) \left(\frac{2x-x+3}{x-3} \right) = \frac{(x-3)(x+3)(x+3)}{x-3} = (x+3)^2;$$

подставим $x = -3,1$:

$$(x+3)^2 = (-3,1+3)^2 = (-0,1)^2 = 0,01;$$

$$\text{б) } \frac{7b-7a}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b+a} \right) = \frac{7(a-b)}{a^2+b^2} \cdot \left(\frac{a^2+ab-ab+b^2}{(a-b)(a+b)} \right) = -\frac{7}{a+b};$$

подставим $a = -10,1$; $b = 12,2$:

$$-\frac{7}{a+b} = -\frac{7}{(-10,1)+12,2} = -\frac{7}{2,1} = -\frac{70}{21} = -3\frac{1}{3}.$$

№ 1016.

$$\begin{aligned} & (\sqrt{35}-6)(\sqrt{35}+6) - (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = (\sqrt{35})^2 - 6^2 - ((\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2) = \\ & = 35 - 36 - 2 + 2\sqrt{6} - 3 = -6 + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} + 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}(\sqrt{6}-2) < 0, \end{aligned}$$

т.к. $b > 4$, значит, $\sqrt{6} > \sqrt{4} = 2$, т.е. $\sqrt{6}-2 > 0$.

№ 1017. Рассмотрим разность этих выражений:

$$3\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} + \sqrt{20} - 2\sqrt{7} - \sqrt{20} = \sqrt{18} - \sqrt{28} < 0,$$

т.к. $18 < 28$, значит, $\sqrt{18} < \sqrt{28}$, т.е. $\sqrt{18} - \sqrt{28} < 0$.

Таким образом, $3\sqrt{2} + \sqrt{20} < 2\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$.

№ 1018.

Обозначим за x км/ч — собственную скорость лодки; тогда $(x+2)$ км/ч

и $(x-2)$ км/ч — скорость лодки по и против течения; $\left(\frac{44}{x+2} \right)$ ч —

время движения лодки по течению реки, $\left(\frac{36}{x-2}\right)$ ч — затраченное

время на путь против течения. Составляем уравнение:

$$\frac{44}{x+2} + \frac{36}{x-2} = 4;$$

$$44(x-2) + 36(x+2) = 4(x+2)(x-2); \quad 44x - 88 + 36x + 72 = 4(x^2 - 4);$$

$$4x^2 - 80x + 16 - 16 = 0; \quad 4x^2 - 80x = 0; \quad 4x(x-20) = 0;$$

$$1) x = 0 \text{ (не подходит); } 2) x - 20 = 0; \quad x = 20.$$

Ответ: 20 км/ч.

№ 1033.

$$а) -0,2x + 4 = 0; \quad -0,2x = -4; \quad x = 20;$$

т.е. функция обращается в ноль при $x = 20$;

$$б) -0,2x + 4 > 0; \quad -0,2x > -4; \quad x < 20;$$

т.е. функция обращается в ноль при $x < 20$;

$$в) -0,2x + 4 < 0; \quad -0,2x < -4; \quad x > 20;$$

т.е. функция обращается в ноль при $x > 20$.

№ 1034.

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{3} \geq \frac{x}{5} + \frac{1-x}{15}, & \begin{cases} 3(2x+1) - 5x \geq 3x+1-x, \\ 8x-2x-10 < 18x-x+5; \end{cases} \\ \frac{2x}{3} - \frac{x+5}{6} < \frac{3x}{2} - \frac{x-5}{12}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+3-5x \geq 2x+1, & \begin{cases} -x \geq -2, \\ -11x < 15; \end{cases} & \begin{cases} x \leq 2, \\ 11x > -15; \end{cases} & \begin{cases} x \leq 2, \\ x > -1\frac{4}{11}; \end{cases} & \left(-1\frac{4}{11}; 2\right]. \end{cases}$$

№ 1035.

а) Так как $b > 4$, то $6 - \sqrt{2} > 0$, и равенство $\sqrt{40-12\sqrt{2}} = 6 - \sqrt{2}$ будет

верным, если $\left(\sqrt{40-12\sqrt{2}}\right)^2 = \left(6 - \sqrt{2}\right)^2$.

Возведем обе части равенства в квадрат, слева получаем $40 - 12\sqrt{2}$, а справа $36 + 2 - 12\sqrt{2} = 38 - 12\sqrt{2}$, $\neq 40 - 12\sqrt{2}$, поэтому данное равенство неверно.

Равенство $\sqrt{40-12\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 6$ неверно, поскольку $\sqrt{40-12\sqrt{2}} \geq 0$, а $\sqrt{2} - 6 < 0$.

б) Так как $\sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ и $\sqrt{5-2\sqrt{6}} \geq 0$, то равенство

$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ неверно.

Равенство $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ будет верным, если

$$\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)^2.$$

Возведем в квадрат обе части равенства,

в левой части получим $5 - 2\sqrt{6}$,

а в правой $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{6} = 5 - 2\sqrt{6} \equiv 5 - 2\sqrt{6}$,

т.е. данное равенство верно.

StudyPort.ru

Дополнительные упражнения к главе V

К параграфу 13

№1036.

а) $10 \cdot x^{-3} = 10 \cdot (0,1)^{-3} = 10 \cdot 1000 = 10000$;

б) $xy^{-4} = 200 \cdot 5^{-4} = \frac{200}{625} = \frac{8}{25}$.

№1037.

а) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^4\right)^{-1} = \left((0,6)^4\right)^{-1} = 0,6^{-4}$; б) $\left((1,25)^3\right)^{-1} = \left(\left(\frac{5}{4}\right)^3\right)^{-1} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = 0,8$;

в) $\left((1000)^{-2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-2} = 0,001^{-2}$; г) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} = 2,5^{-4}$.

№1038.

а) $5^{-3} \vee 7^{-3}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \vee \left(\frac{1}{7}\right)^3$; $7^3 > 5^3$ т.о. $5^{-3} > 7^{-3}$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \vee \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$; $2^5 < 3^5$ т.о. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$;

в) $(-2)^0 \vee (-2)^{-2}$ $1 \vee \frac{1}{2^2}$; $1 > \frac{1}{4}$, т.о. $(-2)^0 > (-2)^{-2}$;

г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \vee \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$; $\left(\frac{3}{2}\right)^2 > -\left(\frac{4}{3}\right)$ т.о. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

№1039. а) $-0,25^{-2} \cdot 100 = -4^2 \cdot 100 = -1600$;

б) $0,01(-0,5)^{-3} = \frac{1}{100} \cdot (-2^3) = -0,08$;

в) $(0,2)^{-4}(-1,6) = -1,6 \cdot 5^4 = -1000$; г) $0,1^{-1} + 1,1^0 = 10 + 1 = 11$;

д) $3\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - 0,5 = \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} = 7$;

е) $-4^{-1} \cdot 5 + 2,5^2 = -\frac{5}{4} + \frac{25}{4} = 5$;

№1040. а) $\frac{am^{-2}}{a^{-1}b} = \frac{a \cdot a}{m^2b} = \frac{a^2}{m^2b}$; б) $\frac{(a+b)b}{b^{-1}(a-b)} = \frac{(a+b)b^2}{a-b}$;

в) $\frac{2a^{-1}b^2}{(a+b)^{-2}} = \frac{2b^2(a+b)^2}{a}$.

№1041.

$$\text{a) } xy^{-2} - x^{-2}y = \frac{x}{y^2} - \frac{y}{x^2} = \frac{x^3 - y^3}{x^2y^2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} + \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{xy + y^2}{x^2};$$

$$\text{в) } mn(n-m)^{-2} - n(m-n)^{-1} = \frac{mn}{(n-m)^2} - \frac{n}{m-n} = \frac{mn + n^2 - mn}{(n-m)^2} = \frac{n^2}{(n-m)^2}$$

$$\text{г) } (x^{-1} + y^{-1})(x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = \frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}.$$

№1042.

$$\text{a) } \frac{x^{-1} + y^{-1}}{(x+y)^2} = \frac{x+y}{xy(x+y)^2} = \frac{1}{xy(x+y)};$$

$$\text{б) } \frac{ab^{-1} - a^{-1}b}{a^{-1} - b^{-1}} = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{ab}{b-a} = -(a+b).$$

№1043.

$$\text{a) } 0,3a^{-2}b^3 \cdot 1,5a^2b^{-1} = 0,45 \cdot a^{-2+2}b^{3-1} = 0,45b^2;$$

$$\text{б) } 6^{-1}x^2y^{-1} \cdot 1,5xy^{-2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^3 \cdot y^{-1-2} = \frac{1}{4}x^3y^{-3} = \frac{1}{4}\left(\frac{x}{y}\right)^3;$$

$$\text{в) } 1,2xy^{-2} \cdot 4x^{-1}y = 4,8x^{1-1}y^{-2+1} = 4,8 \cdot \frac{1}{y};$$

$$\text{г) } (-0,2m^2n^3)^{-3} \cdot 0,1m^6n^9 = -5^3 \cdot m^{-3 \cdot 2+6} \cdot (-0,1) \cdot n^{-3 \cdot 3+9} = -12,5;$$

$$\text{д) } a^{-2}b^5(3ab)^{-1} = \frac{1}{3}a^{-1-2}b^{-1+5} = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^4}{a^3};$$

$$\text{е) } 6,1x^{-3}y(0,1xy^{-1})^{-1} = 6,1 \cdot 10x^{-3-1}y^{1+1} = 61 \frac{y^2}{x^4}.$$

№1044.

$$\text{a) } 100^n = (10^2)^n = 10^{2n}; \quad \text{б) } 0,1 \cdot 100^{n+3} = 10^{-1} \cdot 10^{2n+6} = 10^{2n+5};$$

$$\text{в) } (0,01)^n \cdot 10^{2-2n} = (10^{-2})^n \cdot 10^{2-2n} = 10^{-2n+2-2n} = 10^{2-4n}.$$

№1045.

$$\text{a) } \frac{25^n}{5^{2n-1}} = 5^{2n-2n+1} = 5; \quad \text{б) } \frac{6^n}{2^{n-1} \cdot 3^{n+1}} = 2^{n-n+1} \cdot 3^{n-n-1} = \frac{2}{3}.$$

№1046.

$$\text{a) } x^{-2} + x^{-1} + x = x(1 + x^{-2} + x^{-3}); \quad \text{б) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-1}(1 + x^2 + x^{-1});$$

$$\text{в) } x^{-2} + x^{-1} + x = x^{-2}(1 + x + x^3).$$

№1047.

$$\text{a) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-4}(1 + a^{-2}); \quad \text{б) } a^{-6} + a^{-4} = a^{-6}(1 + a^2).$$

№1048.

$$a) \frac{x^5 + x^{12}}{x^{-5} + x^{-12}} = (x^5 + x^{12}) : \left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{12}} \right) = \frac{(x^5 + x^{12})(x^{17})}{x^5 + x^{12}} = x^{17};$$

$$б) \frac{a^5 + a^6 + a^7}{a^{-5} + a^{-6} + a^{-7}} = \frac{a^5(1 + a + a^2)}{a^{-7}(1 + a + a^2)} = a^{12}.$$

№1049.

$$a) 2^n + 2^n = 2 \cdot 2^n = 2^{n+1}; \quad б) 2 \cdot 3^n + 3^n = 3 \cdot 3^n = 3^{n+1}.$$

№1050.

$$a) \frac{3^{n+1} - 3^n}{2} = 3^n \frac{(3-1)}{2} = 3^n;$$

$$б) \frac{2^n + 2^{-n}}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(2^{2n} + 1)}{4^n + 1} = \frac{2^{-n}(4^n + 1)}{4^n + 1} = \frac{1}{2^n}.$$

№1051.

$$a) \frac{2^m 3^{n-1} - 2^{m-1} 3^n}{2^m 3^n} = \frac{2^{m-1} 3^{n-1} (2-3)}{2^m 3^n} = -\frac{1}{6};$$

$$б) \frac{5^{n+1} 2^{n-2} + 5^{n-2} 2^{n-1}}{10^{n-2}} = \frac{2^{n-2} \cdot 5^{n-2} (5^3 + 2)}{10^{n-2}} = 127;$$

$$в) \frac{5^m 4^n}{5^m 2^{2n} + 5^m \cdot 2^{2n-1}} = \frac{5^m 2^{2n}}{2^{2n-1} \cdot 5^{m-2} (2+5^2)} = \frac{5^2 + 2}{5^2 + 2} = 1;$$

$$г) \frac{21^n}{3^{n-1} 7^{n+1} + 3^n 7^n} = \frac{7^n 3^n}{3^{n-1} 7^n (7+3)} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

№1052.

$$a) 1 \text{ час} = 60 \text{ мин} = 60^2 \text{ сек} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ сек.}$$

$$б) 1 \text{ сутки} = 24 \text{ часа} = 24 \cdot 3,6 \cdot 10^3 \text{ сек} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ сек.}$$

$$в) 1 \text{ год} = 365 \text{ дней} = 365 \cdot 8,64 \cdot 10^4 \text{ сек} = 3,1536 \cdot 10^7 \text{ сек.}$$

$$г) 1 \text{ век} = 100 \text{ лет} = 100 \cdot 3,1536 \cdot 10^7 \text{ сек} = 3,1536 \cdot 10^9 \text{ сек.}$$

№1053.

$$a) (3,4 \cdot 10^{15})(7 \cdot 10^{-12}) = 23,8 \cdot 10^3 = 2,38 \cdot 10^4;$$

$$б) (8,1 \cdot 10^{-23})(2 \cdot 10^{21}) = 16,2 \cdot 10^{-2} = 1,62 \cdot 10^{-1};$$

$$в) (9,6 \cdot 10^{-12}) : (3,2 \cdot 10^{-15}) = 3 \cdot 10^{-12-(-15)} = 3 \cdot 10^3;$$

$$г) (4,42 \cdot 10^{11}) : (5,1 \cdot 10^{-7}) = \frac{442}{51} \cdot 10^{9-(-8)} = 8 \frac{34}{51} \cdot 10^{17} = 8 \frac{2}{3} \cdot 10^{17} \approx 8,67 \cdot 10^{17}.$$

№1054.

$$a) 8,7 \cdot 10^4 + 5,6 \cdot 10^4 = (8,7 + 5,6)10^4 = 1,43 \cdot 10^5;$$

$$б) 3,6 \cdot 10^3 + 4,71 \cdot 10^2 = (36 + 4,71)10^2 = 4,071 \cdot 10^3;$$

$$в) 9,3 \cdot 10^{-3} - 8,4 \cdot 10^{-3} = (9,3 - 8,4)10^{-3} = 9 \cdot 10^{-4};$$

$$г) 2,26 \cdot 10^5 - 1,3 \cdot 10^4 = (22,6 - 1,3)10^4 = 2,13 \cdot 10^5.$$

№1055.

а) $1000 \cdot x = 10^3 \cdot x$, т.е. порядок: $3 + 15 = 18$;

б) $0,0001x = 10^{-4}x$, т.е. порядок: $15 - 4 = 11$;

в) $\frac{x}{10^{20}} = x \cdot 10^{-20}$, т.е. порядок: $15 - 20 = -5$;

г) $\frac{x}{10^{-15}} = x \cdot 10^{15}$, т.е. порядок: $15 + 15 = 30$.

№1056. $x \cdot y$: порядок: $7 + 9 = 16$; $\frac{x}{y} = y \cdot x^{-1}$, т.е. порядок: $9 - 7 = 2$.

№1057. $2,07 \cdot 10^5 \cdot 1,495 \cdot 10^8 = 3,09465 \cdot 10^{13}$ км.

№1058. $\frac{1}{4,2 \cdot 10^3} = \frac{1}{42} \cdot 10^{-2} \approx 0,024 \cdot 10^{-2} = 2,4 \cdot 10^{-4}$.

№1059.

а) $2,5 \cdot 10^2 \text{ Мг} = 2,5 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \text{ г} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ г}$.

б) $3,1 \cdot 10^{10} \text{ мг} = 3,1 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 3,1 \cdot 10^7 \text{ кг}$.

в) $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ гл} = 1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 \text{ л} = 1,5 \text{ л}$.

г) $5 \cdot 10^6 \text{ Н} = 5 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} \text{ Мн} = 5 \text{ Мн}$.

д) $7 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 7 \cdot 10^7 \cdot 10^6 \text{ мкм} = 7 \cdot 10^{13} \text{ мкм}$.

е) $8,4 \cdot 10^{-4} \text{ ккал} = 8,4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \text{ кал} = 8,4 \cdot 10^{-1} \text{ кал}$.

К параграфу 14**№1060.**

а) $x \approx 15,63$, абсолютная погрешность $\leq 0,01$;

б) $x \approx 0,3861$, абсолютная погрешность $\leq 0,0001$;

в) $x \approx 176,1$, абсолютная погрешность $\leq 0,1$;

г) $x \approx 4,00116$, абсолютная погрешность $\leq 0,00001$.

№1061.

а) $x \approx 6,24 \cdot 10^5$, абсолютная погрешность $\leq 10^3$;

относительная погрешность $\leq \frac{10^3}{6,24 \cdot 10^5} = \frac{1}{624}$;

б) $x \approx 1,127 \cdot 10^{-5}$, абсолютная погрешность $\leq 0,001 \cdot 10^{-5} = 10^{-8}$;

относительная погрешность $\leq \frac{10^{-8}}{1,127 \cdot 10^{-5}} = \frac{1}{1127}$;

в) $x \approx 9,111 \cdot 10^{11}$, относительная погрешность $\leq \frac{1}{9111}$;

г) $x \approx 3,6 \cdot 10^{-2}$, относительная погрешность $\leq \frac{1}{36}$.

№1062.

$(4,88 \pm 0,01) \cdot 10^{21}$, т.о. абсолютная погрешность $\leq 10^{19}$,

относительная погрешность $\leq \frac{1}{488}$.

№1063.

а) $a + b \approx 64,32$; $a - b \approx 38,96$; б) $a + b \approx 85,5$; $a - b \approx 34,7$;
в) $a + b \approx 6,63$; $a - b \approx 6,06$; г) $a + b \approx 8,22$; $a - b \approx 7,80$.

№1064.

$a + b - c \approx 6,184 + 21,1785 - 1,8 \approx 25,6$.

№1065.

$ab \approx 2,15 \cdot 10^5 \cdot 7,11 \cdot 10^3 \approx 1,53 \cdot 10^9$;

$\frac{a}{b} \approx \frac{2,15 \cdot 10^5}{7,11 \cdot 10^3} \approx 0,302 \cdot 10^2 = 3,02 \cdot 10$.

№1066.

а) $xy \approx 0,6 \cdot 7,5 = 4,5$; $\frac{x}{y} \approx \frac{0,6}{7,5} \approx 0,1$;

б) $xy \approx 15,94 \cdot 0,8 \approx 12$; $\frac{x}{y} \approx \frac{15,94}{0,8} \approx 20$.

№1067.

$P = 2(a + b) \approx 2(15,4 + 8,7) = 48,2$ м.

$S = ab \approx 15,4 \cdot 8,7 \approx 1,3 \cdot 10^2$ м².

№1068.

$S = \frac{1}{2} ab \approx \frac{1}{2} 2,3 \cdot 6,7 \approx 7,7$ м.

№1069.

$25\text{м} - 5,6\text{м} - 0,75\text{м} \approx 1,9 \cdot 10^1$ м.

№1070.

$\frac{600\text{м}^2}{27\text{м}} = \frac{200}{9} \text{м} \approx 2 \cdot 10^1$ м.

№1071.

а) $x + y \approx 9,26 \cdot 10^4 + 7,1 \cdot 10^3 \approx (92,6 + 7,1) \cdot 10^3 \approx 10^5$;

б) $x + y \approx 6,4 \cdot 10^5 + 4,25 \cdot 10^6 \approx (6,4 + 42,5)10^5 = 4,9 \cdot 10^6$;

в) $x + y \approx 3,705 \cdot 10^2 + 4,6 \cdot 10^{-4} \approx (3705000 + 4,6)10^{-4} \approx 3,7 \cdot 10^2$;

г) $x + y \approx 9,38 \cdot 10^{-3} + 8,673 \cdot 10^{-1} \approx (9,38 + 867,3)10^{-3} = 8,77 \cdot 10^{-1}$.

№1072.

а) $x - y \approx 7,58 \cdot 10^5 - 2,4 \cdot 10^3 \approx (758 - 2,4)10^3 \approx 7,6 \cdot 10^5$;

б) $x - y \approx 2,4 \cdot 10^4 - 1,06 \cdot 10^2 \approx (240 - 1,06)10^2 \approx 2,4 \cdot 10^4$;

в) $x - y \approx 6,8 \cdot 10^{-2} - 3,5 \cdot 10^{-3} \approx (68 - 3,5)10^{-3} \approx 6,5 \cdot 10^{-2}$;

г) $x - y \approx 5,381 \cdot 10^{-1} - 1,2 \cdot 10^{-2} \approx (53,81 - 1,2)10^{-2} \approx 5,26 \cdot 10^{-1}$.

№1073.

$$x-y+z \approx 8,35 \cdot 10^2 - 4,1 \cdot 10^3 + 6,3 \cdot 10^2 = (8,35 - 41 + 6,3)10^2 \approx -2,6 \cdot 10^3.$$

№1074.

$$7,35 \cdot 10^{19} + 5,9 \cdot 10^{21} = (597,6 + 7,35)10^{19} \approx 605 \cdot 10^{19} = 6,05 \cdot 10^{21}.$$

$$5,976 \cdot 10^{21} - 7,35 \cdot 10^{19} = (597,6 - 7,35)10^{19} \approx 5,903 \cdot 10^{21}.$$

№1075.

$$8,16 \cdot 10^3 \cdot 1,852 \text{ км} \approx 1,51 \cdot 10^4 \text{ км}.$$

№1076.

$$S_1 = \pi R^2 \approx \pi 32,5^2 \approx \pi \cdot 1,06 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

$$S_2 = \pi r^2 \approx 20,2^2 \pi \approx \pi \cdot 4,08 \cdot 10^2 \text{ мм}^2.$$

$$S_1 - S_2 = 1,06 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 - 0,408 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 \approx 0,66 \cdot 10^3 \pi \text{ мм}^2 = 6,6 \cdot 10^2 \pi \text{ мм}^2$$

StudyPort.ru

Задачи повышенной трудности

№1077.

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} \vee \frac{x^2 + y^2}{x + y}; \quad x + y \vee \frac{x^2 + y^2}{x + y}; \quad (x + y)^2 \vee x^2 + y^2;$$

$$x^2 + 2xy + y^2 > x^2 + y^2, \text{ т.о. } \frac{x^2 - y^2}{x - y} > \frac{x^2 + y^2}{x + y}.$$

№1078.

$$\text{а) } \frac{x^4 + a^2x^2 + a^4}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2)^2 - a^2x^2}{x^3 + a^3} = \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{x^3 + a^3} =$$

$$= \frac{(x^2 + a^2 - ax)(x^2 + a^2 + ax)}{(x + a)(x^2 - ax + a^2)} = \frac{x^2 + ax + a^2}{x + a};$$

$$\text{б) } \frac{8a^{n+2} + a^{n-1}}{16a^{n+4} + 4a^{n+2} + a^n} = \frac{a^{n-1}(8a^3 + 1)}{a^n(16a^4 + 4a^2 + 1)} =$$

$$= \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a((4a^2 + 1)^2 - 4a^2)} = \frac{(2a+1)(4a^2 - 2a + 1)}{a(2a + 4a^2 + 1)(4a^2 + 1 - 2a)} = \frac{2a+1}{a(4a^2 + 2a + 1)}.$$

№1079.

$$\begin{cases} x + y + z + u = 5 \\ y + z + u + v = 1 \\ z + u + v + x = 2 \\ u + v + x + y = 0 \\ v + x + y + z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - v = 4 \\ y - x = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y - 4 - v = -1 \\ z - y = 2 \\ u - z = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z - 3 - v = 2 \\ u - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + v \\ y = 3 + v \\ z = 5 + v \\ u - 5 - v = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} u - v = 1 \\ 3v + u = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} 4v = -8; \\ 3v + u = -7 \end{cases}$$

$$v + z + u + 3 + v = 1 \quad 2v + u + 5 + v = -2$$

Итого: $v = -2; u = -1; x = 2; y = 1; z = 3.$

№1080. $x^4 - 5x^3 - 4x^2 - 7x + 4 = 0; (x^2 - 2)^2 = 5x^3 + 7x.$

Т.к. слева уравнения стоит число неотрицательное, то

$5x^3 + 7x \geq 0$, т.е. $x(5x^2 + 7) \geq 0$, т.о. т.к. $5x^2 + 7 > 0$, значит $x \geq 0$.

№1081. $\frac{5}{14} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 3}{84} = \frac{30}{84}; \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 7}{84} = \frac{35}{84}$, т.о. нам необходимо

найти дробь со знаменателем 84 и числителем от 30 до 35 и кратным

32, т.о. это $\frac{32}{84} = \frac{8}{21}$.

№1082.

$$54^{35} + 28^{21} \quad 4^2 = 16 \quad 6 \cdot 4 = 24 \quad 4^2 = 16 \text{ и т.д.}$$

т.о. число 54 в четной степени заканчивается 6, а в нечетной 4.

$$8^2 = 64 \quad 4 \cdot 8 = 32 \quad 2 \cdot 8 = 16 \quad 6 \cdot 8 = 48 \text{ и т.д.}$$

т.е. 28 в степени $4n + 1$ заканчивается 8; в $4n + 2$ заканчивается 2; в $4n + 3$ заканчивается 6. ($n \in \mathbb{N}$), а значит $54^{35} + 28^{21}$ заканчивается $4 + 8 = 12$ (т.е. 2). Ответ: 2.

$$\text{№1083. } x^2 - 2x + y^2 - 4y + 5 = 0; (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 0;$$

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$, т.е. сумма квадратов равна нулю тогда и только тогда, когда каждый из них равен 0. т.е. $x = 1, y = 2$.

№1084.

$$x^2 - 2x - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} - 13 = 0 \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{x} + x\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x} + x\right) - 15 = 0; \left(\frac{1}{x} + x - 5\right)\left(\frac{1}{x} + x + 3\right) = 0;$$

произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, т.е.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + x - 5 = 0 \\ \frac{1}{x} + x + 3 = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 5x + 1 = 0 & D = 25 - 4 = 21 \\ x^2 + 3x + 1 = 0 & D = 9 - 4 = 5 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}; \quad x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

№1085. а) $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = A$ возведем в квадрат

$$x + 2\sqrt{x-1} + x - 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2 - 4(x-1)} = A^2; \quad 2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = A^2;$$

$$2x + 2|x-2| = A^2 \quad \text{т.к. } x \in [1; 2], \text{ то } 2x - 2x + 4 = A^2, \text{ т.е. } A = 2.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{7-4\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \text{т.к. } 2 > \sqrt{3}$$

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \sqrt{4-3} = 1.$$

№1086.

$$\text{Ошибка: } \left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2; \quad 4 - \frac{9}{2} \not\equiv 5 - \frac{9}{2}$$

необходимо было извлекать корень так: $4 - \frac{9}{2} = \pm\left(5 - \frac{9}{2}\right)$, т.о. $9 = 9$.

$$\begin{aligned} \text{№1087. } x^8 + x^4 + 1 &= (x^8 + 2x^4 + 1) - x^4 = (x^4 + 1)^2 - x^4 = \\ &= (x^4 + 1 - x^2)(x^4 + 1 + x^2) = ((x^2 + 1)^2 - 3x^2)((x^2 + 1)^2 - x^2) = \\ &= (x^2 + 1 - x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 + x \cdot \sqrt{3}x)(x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x). \end{aligned}$$

№1088.

$$\begin{aligned} \frac{\left(p^2 - \frac{1}{q^2}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q^2 - \frac{1}{p^2}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^{p-q}} &= \quad \begin{array}{l} q \neq 0 \quad p \neq 0 \\ \text{ОДЗ: } q + \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq -1 \\ q - \frac{1}{p} \neq 0 \quad pq \neq 1 \end{array} \\ &= \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^p \left(p + \frac{1}{q}\right)^p \left(p - \frac{1}{q}\right)^{q-p}}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q + \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^{p-q}} = \frac{\left(p - \frac{1}{q}\right)^q \left(p + \frac{1}{q}\right)^p}{\left(q - \frac{1}{p}\right)^q \left(q - \frac{1}{p}\right)^p} = \\ &= \frac{(pq - 1)^q (pq + 1)^p P^{q+p}}{q^q q^p (qp - 1)^q (pq + 1)^p} = \left(\frac{p}{q}\right)^{q+p}. \end{aligned}$$

№1089.

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} = \frac{acx + da - da + bc}{acx + da} = 1 + \frac{bc - da}{acx + da}.$$

Пусть $bc - da = A$, $ac = B$, $da = C$, тогда:

$$\begin{aligned} \frac{y_3 - y_1}{y_3 - y_2} \cdot \frac{y_4 - y_1}{y_4 - y_2} &= \frac{1 + \frac{a}{bx_3 + c} - 1 - \frac{a}{bx_1 + c}}{1 + \frac{a}{bx_3 + c} - 1 - \frac{a}{bx_2 + c}} \cdot \frac{1 + \frac{a}{bx_4 + c} - 1 - \frac{a}{bx_1 + c}}{1 + \frac{a}{bx_4 + c} - 1 - \frac{a}{bx_2 + c}} = \\ &= \frac{A \cdot \frac{bx_1 + c - bx_3 - c}{(bx_3 + c)(bx_1 + c)} \cdot A \cdot \frac{bx_1 + c - bx_4 - c}{(bx_4 + c)(bx_1 + c)}}{A \cdot \frac{bx_2 + c - bx_3 - c}{(bx_3 + c)(bx_2 + c)} \cdot A \cdot \frac{bx_2 + c - bx_4 - c}{(bx_4 + c)(bx_2 + c)}} = \\ &= \frac{(bx_1 - bx_3)(bx_3 + c)(bx_2 + c)(bx_4 + c)(bx_1 + c)(bx_2 - bx_4)}{(bx_3 + c)(bx_1 + c)(bx_2 - bx_3)(bx_1 - bx_4)(bx_4 + c)(bx_2 + c)} = \\ &= \frac{x_1 - x_3}{x_2 - x_3} \cdot \frac{x_2 - x_4}{x_1 - x_4} = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} \cdot \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2}. \end{aligned}$$

№1090.

$$x^2 - y^2 = 69; \quad (x - y)(x + y) = 69 \cdot 1 = 23 \cdot 3.$$

Т.о. т.к. x и y натуральные, то решениями будут решения 4-х систем.

$$\begin{cases} x - y = 69 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = -68 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in \mathbf{N};$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 69 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 70 \\ 2y = 68 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 35 \\ y = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 23 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = -20 \end{cases} \quad \text{решений нет, т.к. } y \in \mathbf{N};$$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 23 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 26 \\ 2y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 13 \\ y = 10 \end{cases}$$

Ответ: (13; 10); (35; 34).

№1091.

$$\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+3)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} = \quad \text{т.к. } 3 > \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} + 3 + 3 - \sqrt{2} = 6.$$

№1092.

$$\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}; \quad (a+c)(b+d) \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd};$$

$$ab + ad + cb + cd \geq ab + cd + 2\sqrt{abcd}; \quad ad + cb \geq 2\sqrt{abcd};$$

$$a^2d^2 + c^2b^2 + 2abcd \geq 4abcd; \quad a^2d^2 - 2abcd + c^2b^2 \geq 0; \quad (ad - cb)^2 \geq 0.$$

№1093.

Пусть $n + \sqrt{2}m$ — 1-ое число; $p + \sqrt{2}q$ — 2-ое;

$$p + \sqrt{2}q + n + \sqrt{2}m = (p+n) + \sqrt{2}(m+q) = a + b\sqrt{2} \quad \text{если} \quad \begin{cases} p-n = a \\ m+q = b \end{cases}$$

С разностью аналогично, только $\begin{cases} p-n = a \\ q-m = b \end{cases}$

$$(p + \sqrt{2}q)(n + \sqrt{2}m) = \sqrt{2}(mp + qn) + (pn + 2qm)$$

$$\frac{p + \sqrt{2}q}{n + \sqrt{2}m} = \frac{(p + \sqrt{2}q)(n - \sqrt{2}m)}{n^2 - 2m} = \sqrt{2} \frac{qn - mp}{n^2 - 2m} + \frac{pn - 2qm}{n^2 - 2m} =$$

$$\begin{cases} \frac{qn - mp}{n^2 - 2m} = b \\ \frac{pn - 2qm}{n^2 - 2m} = a \end{cases} = a + \sqrt{2}b$$

№1095. $x^2 + x + m = 0$ по теореме Виета.

$$\left. \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases} \right\} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 \\ 2x_1 x_2 = 2m \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 1 - 2m = 13; \quad m = -6.$$

№1096.

$x^2 + px + 1 = 0$ по теореме Виета $D = p^2 - 4 > 0$;

$p \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = p^2 \\ 2x_1 x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = p^2 - 2 = 254; \quad p = \pm 16.$$

№1097.

$x^2 + (a-1)x - 2a = 0$ по теореме Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - a \\ x_1 x_2 = -2a \end{cases} \begin{cases} x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 = 1 + a^2 - 2a \\ 2x_1 x_2 = -4a \end{cases}$$

$x_1^2 + x_2^2 = 1 + a^2 + 2a = (a+1)^2 = 9$; $a = 2$ $a = -4$,

но при $a = -4$ $D = 25 - 32 < 0$ т.о. Ответ: $a = 2$.

№1098.

$$y = \sqrt{x^2 + 2\sqrt{2}x + 2} + \sqrt{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2} = \sqrt{(x + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(x - \sqrt{2})^2} =$$

т.к. $x \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ $= x + \sqrt{2} - x + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ — линейная.

№1099.

Пусть расстояние от M до N равно x , тогда

$$\frac{40 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50}}{50} = \frac{x-20 - 40 \cdot \frac{1}{4}}{40}; \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{x-20}{50} = \frac{x-30}{40}$$

$40 + 50 + 4x - 80 = 5x - 150$; $x = 160$ км.

№1100. Пусть скорость 1-го x м/с, 2-го — y , тогда:

$$\begin{cases} \frac{10}{x} = \frac{10}{y} = 1 \\ 10x + 9y = 100 \end{cases} \begin{cases} x = 10 - 0,9y \\ \frac{10}{10 - 0,9y} = \frac{10}{y} + 1 \end{cases}$$

$$9y^2 + 90y - 1000 = 0; \quad \frac{D}{4} = 2025 + 9000 = 11025$$

$$y_1 = \frac{-45 - 105}{9} \text{ не подходит, т.к. } y > 0; \quad y_2 = \frac{-45 + 105}{9} = \frac{20}{3};$$

Искомое расстояние: $\frac{20}{3} \cdot 9 - 50 = 10$ м.

№1101. Пусть скорость теплохода — x км/ч, а течения — y км/ч.

Примем расстояние за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = 5 \\ \frac{1}{x-y} = 6 \end{cases} \begin{cases} x+y = \frac{1}{5} \\ x-y = \frac{1}{6} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{60} \text{ км/ч.}$$

Т.о. плот проплывет за: $\frac{1}{\frac{1}{60}} = 60 \text{ ч.}$

№1102.

Пусть скорость катера — x км/ч, а течения y км/ч.

Примем время за 1.

$$\begin{cases} \frac{90}{x+y} = 1 \\ \frac{70}{x-y} = 1 \end{cases} \begin{cases} x+y = 90 \\ x-y = 70 \end{cases} \quad y = 10 \text{ км.}$$

№1103.

Пусть скорость второго — y км/ч, время, за которое они проходят все расстояние примем за 1, а весь путь за z . Т.о. во время второй встречи они пройдут $z + z - 18 + z + 18 = 3z$, т.е.

$$\begin{cases} \frac{30}{y} = 1 \\ \frac{z+18}{y} = 3 \end{cases} \begin{cases} y = 30 \\ z+18 = 90 \end{cases} \quad z = 72 \text{ км.}$$

№1104. Пусть скорость 1-го x км/ч, 2-го — y км/ч, расстояние от B до места встречи — z , весь путь — 1, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1-z}{x} = \frac{z}{y} \\ \frac{1-z}{y} = 1,6 \\ \frac{z}{x} = 2,5 \end{cases} \begin{cases} z = 2,5x \\ y = \frac{1-z}{1,6} = \frac{1-2,5x}{1,6} \\ \frac{1-2,5x}{x} = \frac{2,5x+1,6}{1-2,5x} \end{cases}$$

$(1-2,5x)^2 = 4x^2; \quad (1-2,5x-2x)(1-2,5x+2x) = 0;$

$x_1 = \frac{1}{4,5}; \quad x_2 = 2; \quad x_2 \text{ отпадает, т.к. } \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2} < 2,5;$

т.о. $y = \frac{1-\frac{5}{9}}{1,6} = \frac{4}{9} \cdot \frac{10}{16} = \frac{5}{18}$, т.е. время первого: $\frac{1}{x_1} = 4,5 \text{ часа};$

второго: $\frac{1}{y} = \frac{18}{5} = 3,6 \text{ часа.}$

№1105. Пусть скорость 1-го — x км/ч, второго — y км/ч, весь путь примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 1,1 = \frac{1}{y} \\ 3x = 1 - 3y \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1-3y}{3} \\ \frac{3}{1-3y} + 1,1 = \frac{1}{y} \end{cases}$$

$$3y + 1,1y - 3,3y^2 = 1 - 3y; \quad 3,3y^2 - 7,1y + 1 = 0; \quad 33y^2 - 71y + 10 = 0;$$

$$D = 5041 - 1320 = 3721; \quad y_1 = \frac{71-61}{66} = \frac{5}{33}; \quad y_2 = 2$$

$$x_1 = \frac{1-\frac{5}{33}}{3} = \frac{2}{11}; \quad x_2 = \frac{1-6}{3} \quad \text{не подходит, т.к. } x > 0;$$

$$\text{т.о. } \frac{2}{11} : \frac{5}{33} = \frac{2}{11} \cdot \frac{33}{5} = \frac{6}{5} = 1,2 \text{ раза.}$$

№1106. Пусть скорость вывоза 1-го самосвала x т/ч, 2-го — y т/ч. Всю руду примем за 1.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + 3 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{3x} + \frac{2}{3y} - 7\frac{1}{3} = \frac{1}{x+y} \end{cases} \begin{cases} y = \frac{x}{1+3x} \\ \frac{1}{x} + \frac{2(1+3x)}{x} - 22 = \frac{3(1+3x)}{2x+3x^2} \end{cases}$$

$$2 + 3x + (2 + 6x)(2 + 3x) - 22x(2 + 3x) = 3 + 9x;$$

$$-1 - 6x + 4 + 18x^2 + 18x - 44x - 66x^2 = 0; \quad 48x^2 + 32x - 3 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 256 + 144 = 400;$$

$$x_1 = \frac{-16-20}{48} \quad \text{не подходит, т.к. } x > 0; \quad x_2 = \frac{-16+20}{48} = \frac{1}{12}$$

$$y = \frac{1}{12} : \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{15}$$

Т.о. время вывоза 12 ч и 15 ч, соответственно.

№1107. Пусть скорость 1-го x , 2-го — y , а вся работа равна 1, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 7 = \frac{1}{y} \\ \frac{1}{2(x+y)} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{x+y} + 4,5 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{y}{1+7y} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{\frac{y}{1+7y} + y} + 9 \end{cases} \quad \frac{1}{y} = \frac{1+7y}{2y+7y^2} + 9$$

$$2 + 7y = 1 + 7y + 18y + 63y^2; \quad 63y^2 + 18y - 1 = 0; \quad \frac{D}{4} = 81 + 63 = 144;$$

$$y_1 = \frac{-9-12}{63} \text{ не подходит, т.к. } y > 0; \quad y_2 = \frac{-9+12}{63} = \frac{1}{21};$$

$$x = \frac{1}{21} : \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{21} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{28}.$$

Т.о. время выполнения 21 ч и 28 ч, соответственно.

№1108. Пусть a — число десятков, а b — единиц.

$$\begin{cases} a = b + 3 \\ (10b + a)(10a + b) = 574 \end{cases} \quad (11b + 3)(11b + 30) = 574;$$

$$121b^2 + 363b - 484 = 0; \quad D = 131769 + 234256 = 366025;$$

$$b_1 = \frac{-363-605}{242} \text{ не подходит, т.к. } b > 0;$$

$$b_2 = 1, \text{ т.о. } a = 4 \text{ и число } 41.$$

№1109. Пусть второй член равен x , 4-ый — y , тогда

$$\begin{cases} \frac{x+6}{x} = \frac{y+5}{y} \\ (x+6)^2 + x^2 + (y+5)^2 + y^2 = 793 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6}{5}y \\ 2 \cdot \frac{36}{25}y^2 + 12 \cdot \frac{6}{5}y + 36 + 2y^2 + 10y + 25 = 793 \end{cases}$$

$$72y^2 + 360y + 900 + 50y^2 + 250y + 625 - 793 = 0; \quad 122y^2 + 610y + 732 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 93025 - 89304 = 3721;$$

$$y_1 = \frac{-305-61}{122} = -3; \quad y_2 = \frac{-305+61}{122} = -2; \quad x_1 = -\frac{18}{5}; \quad x_2 = -\frac{12}{5}.$$

т.е. возможны два варианта решения:

$$\begin{aligned} x_1 = -\frac{18}{5} + 6 = \frac{12}{5} \quad x_2 = -\frac{18}{5} \quad x_3 = 5 - 3 = 2 \quad x_4 = -3 \\ x_1 = -\frac{12}{5} + 6 = \frac{18}{5} \quad x_2 = -\frac{12}{5} \quad x_3 = 5 - 2 = 3 \quad x_4 = -2. \end{aligned}$$

№1110. У нас получился прямоугольный треугольник с катетами $7 + 4x$ и $10 + 5x$ ($x \geq 0$). По теореме Пифагора:

$$P = \sqrt{(10+5x)^2 + (7+4x)^2} = 25; \quad 41x^2 + 156x + 149 = 625;$$

$$41x^2 + 156x - 476 = 0; \quad \frac{D}{4} = 6084 + 19516 = 25600;$$

$$x_1 = \frac{-78-160}{41} \text{ не подходит, т.к. } x > 0; \quad x = \frac{-78+160}{41} = 2 \text{ часа.}$$

№1111.

$$z = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b} \quad \text{т.о. необходимо доказать, что}$$

$$\frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - a} + \frac{1}{\frac{2ab}{a+b} - b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{2ab-a^2-ab} + \frac{a+b}{2ab-b^2-ab} &= \frac{a+b}{ab-a^2} + \frac{a+b}{ab-b^2} = \\ &= \frac{a+b}{a(b-a)} - \frac{a+b}{b(b-a)} = \frac{ab+b^2-a^2-ab}{ab(b-a)} = \frac{b+a}{ab} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned}$$

№1112.

$$a+c=2b; \quad 2bd=c(b+d), \text{ т.е.}$$

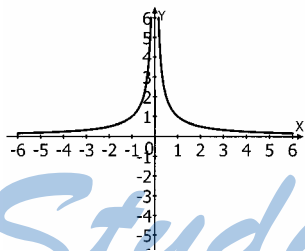
$$\frac{2b-c}{b} = \frac{c \cdot 2b}{c(b+d)}; \quad 2 - \frac{c}{b} = \frac{2b}{b+d};$$

$$\frac{2b^2 + 2db - cb - cd - 2b^2}{b+d} = 0;$$

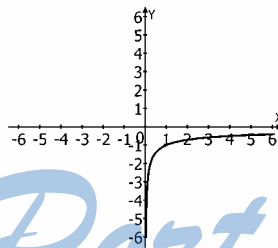
$$2db - cb - cd = 0; \quad 2db = c(b+d)$$

№1113.

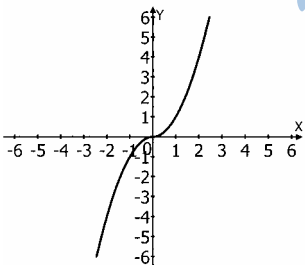
а)



б)

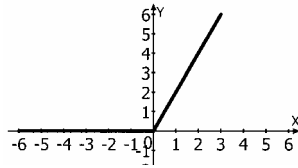


в)

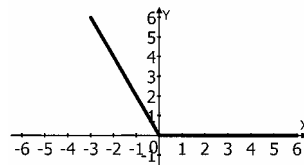


№1114.

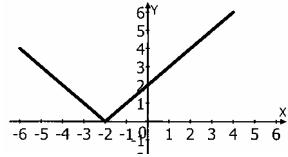
а)



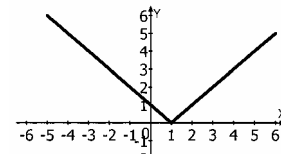
б)



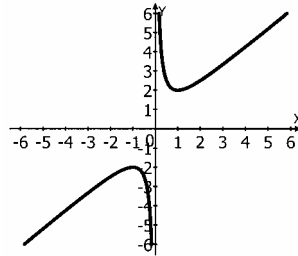
в)



г)



№1115.



№1116.

$$y = \frac{3x+1}{x}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, \text{ т.о. } y = 3 + \frac{1}{x}.$$

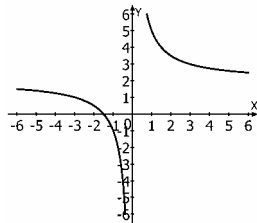
а) нет, т.к. $x \neq 0$;

б) Да: $3 + \frac{1}{x} = 0$; $x = -\frac{1}{3}$;

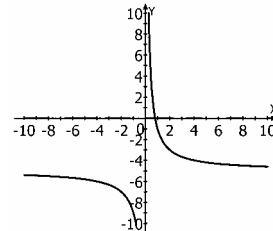
в) Да $y = 3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$; г) Нет, т.к. $3 \neq 3 + \frac{1}{x}$, т.к. $\frac{1}{x} \neq 0$.

№1117.

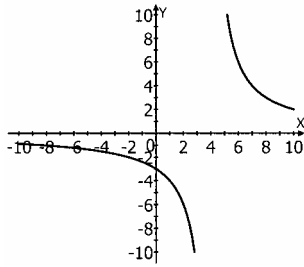
а)



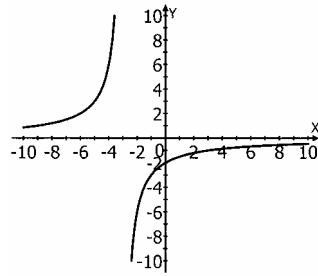
б)



в)



г)



№1118.

$xy - 2x + 3y - 6 = 0$; $x(y - 2) = -3(y - 2)$,
 если $y = 2$, то x — любой (1-ая прямая),
 если $y \neq 2$, то $x = -3$ (2-ая прямая),
 прямые $y = 2$ и $x = -3$ перпендикулярны.

№1119.

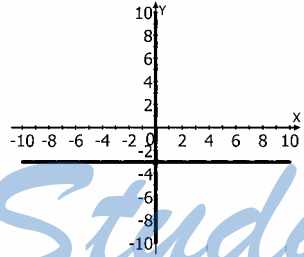
$(y - 2)(y + 3) = 0$ произведение равно нулю тогда и только тогда,
 когда хотя бы один из множителей равен нулю.

Т.о. $y = 2$ x — любой

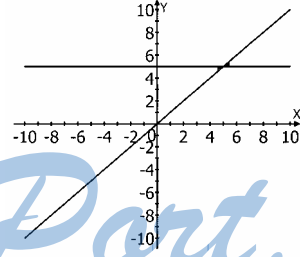
и $y = -3$ x — любой (две параллельные прямые)

№1120.

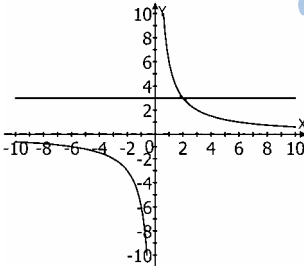
а)



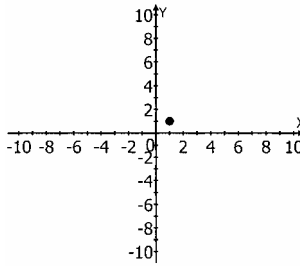
б)



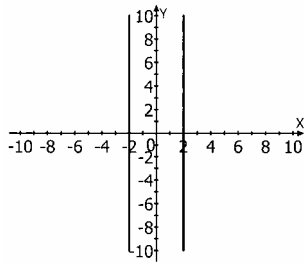
в)



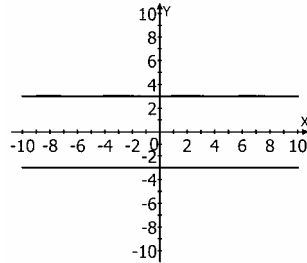
г)



д)



е)



№1121.

$$\begin{aligned}
 (1+x)(1+y)(1+z) &= \left(1 + \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 + \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 + \frac{c-a}{c+a}\right) = \\
 &= \frac{a+b+a-b}{a+b} \cdot \frac{b+c+b-c}{b+c} \cdot \frac{c+a+c-a}{c+a} = \\
 &= \frac{2a}{a+b} \cdot \frac{2b}{b+c} \cdot \frac{2c}{c+a} = \left(1 - \frac{a-b}{a+b}\right) \left(1 - \frac{b-c}{b+c}\right) \left(1 - \frac{c-a}{c+a}\right) = (1-x)(1-y)(1-z).
 \end{aligned}$$

№1122.

Т.к. через каждые две точки проведена прямая, то получается n -угольник с проведенными диагоналями, т.о. необходимо вывести формулу количества диагоналей в n -угольнике:

Из первой и второй вершин n -угольника выходят по $n-3$ диагонали.

Из третьей вершины выходит $n-4$ штуки, т.к. одна уже проведена из 1-ой вершины. Из каждой последующей вершины диагоналей выходит на одну меньше, чем из предыдущей.

Т.о., из последних 2-х вершин диагоналей уже не выходит. Т.о., количество диагоналей:

$$n-3 + n-3 + \sum_{k=0}^{n-4} (n-4-k) = n(n-1) - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4).$$

по условию задачи надо к этому числу прибавить еще количество

$$\text{сторон: } n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 45.$$

$$\text{Если } n = 10, \text{ то } n^2 - 6 - \sum_{k=0}^{n-4} (k+4) = 100 - 6 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 = 45.$$

Т.о. на плоскости отмечено 10 точек.